

УДК 69.01

© Е. О. Хегай, аспирант
(Санкт-Петербургский государственный
архитектурно-строительный университет,
Санкт-Петербург, Россия)
E-mail: genehegay1235@mail.ru

DOI 10.23968/1999-5571-2024-21-4-16-22

© E. O. Khagai, post-graduate student
(Saint Petersburg State University
of Architecture and Civil Engineering,
St. Petersburg, Russia)
E-mail: genehegay1235@mail.ru

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ШАГА ТРЕЩИН И ШИРИНЫ ИХ РАСКРЫТИЯ В ТОЛСТОСТЕННОЙ СФЕРЕ ИЗ ТЯЖЕЛОГО АРМОЦЕМЕНТА ПРИ ВНУТРЕННЕМ НАГРЕВЕ

DETERMINATION OF CRACK SPACING AND CRACK OPENING WIDTH IN A THICK-WALLED SPHERE OF HEAVY REINFORCED CEMENT AT INTERNAL HEATING

К материалам сосудов и корпусов высокого давления предъявляются жесткие требования в отношении надежности, трещиностойкости и прочности. Такие железобетонные конструкции преимущественно работают на растяжение, их прочность определяется количеством арматуры. Повышенное содержание арматуры в сечении при одновременном повышении дисперсности армирования приводит к существенному улучшению работы материала по сравнению с обычным железобетоном. При одних и тех же процентах армирования интенсивность раскрытия трещин тем меньше, чем больше коэффициент удельной поверхности арматуры. Статья посвящена созданию аналитического расчета по определению шага и ширины раскрытия трещин в толстостенной сферической оболочке, выполненной из тяжелого армоцемента (ТАЦ). В основу метода расчета положены некоторые предложения канд. техн. наук А. В. Хольцова применительно к реакторам цилиндрической формы. Для осесимметричной сферической оболочки решение приводится впервые.

Ключевые слова: оболочка, тяжелый армоцемент, трещиностойкость, шаг трещин, ширина раскрытия трещин.

The materials used for building pressure vessels and high pressure cases are subject to stringent requirements in terms of reliability, crack resistance and strength. Such reinforced concrete structures predominantly work under tension and their strength is determined by the amount of reinforcement. Increased reinforcement content in the cross-section with a simultaneous increase in the dispersion of reinforcement leads to a significant improvement in the performance of the material compared to conventional reinforced concrete. For the same percentages of reinforcement, the intensity of crack opening is the less, the greater is the specific surface area ratio of the reinforcement. The paper is devoted to the creation of an analytical calculation for determining the spacing and width of crack opening in a thick-walled spherical shell made of heavy reinforced concrete (HRC). The calculation method is based on some proposals of PhD in Sci. Tech. A. V. Kholtssov for cylindrical reactors. For an axi-symmetrical spherical shell, the solution is given for the first time.

Keywords: shell, heavy reinforced cement, crack resistance, crack spacing, crack opening width.

Введение

Вопросы, связанные с трещиностойкостью, всегда были актуальными. В истории развития железобетона еще до появления

напрягающих цементов или предварительного натяжения существовали экспериментальные исследования, в которых удалось значительно повысить предельную растяжи-

мость бетона [1]. Так, в 1898 г. исследования М. Консидера показали, что армирование цементно-песчаных балок повышает предельную растяжимость бетона в 10–20 раз, а величина предельных деформаций достигает 0,002 отн. ед.

На сегодняшний день актуальны модели деформирования железобетона с трещинами. Большую роль в этом вопросе сыграли исследования проф. Н. И. Карпенко [2], направление, которое получило развитие в работах [3–5] и др. Также вопросы нелинейного деформирования железобетона были рассмотрены в работах [6, 7].

В сооружениях повышенной ответственности, в частности в ядерных реакторах, биологических защитах, автоклавах, аккумуляторах тепла и т. п., вопрос трещиностойкости является одним из главных критериев безопасности и долговечности конструкций. Так, например, в корпусах ядерных реакторов из предварительно напряженного железобетона (ПНЖБ) с точки зрения радиационной защиты ширина раскрытия трещин не должна превышать 0,2–0,3 мм, а появление магистральных трещин недопустимо, так как высокопрочная арматура подвержена коррозии. Вместе с тем использование дисперсного армирования, например в фибробетоне, армоцементе, тяжелом армоцементе, позволяет существенно увеличить трещиностойкость таких конструкций.

В тяжелом армоцементе (ТАЦ) (мелкозернистый высокопрочный бетон, армированный высокопрочной арматурой малых диаметров с коэффициентом армирования 20 % и более) по сравнению с традиционным железобетоном процесс трещинообразования протекает более плавно: оно заканчивается при относительных деформациях больше $100 \cdot 10^{-5}$ отн. ед. [8]. На стадии завершеного процесса трещинообразования шаг трещин стабильный (постоянный) и связан с шириной их раскрытия.

Настоящая статья посвящена разработке аналитического метода расчета по определению шага трещин и ширины их раскрытия в толстостенной сфере из ТАЦ при внутреннем нагреве. Ранее в работах [9, 10] были решены подобные задачи для корпусов высокого давления цилиндрической формы, выполненных из железобетона и из ТАЦ. Решение для сферической формы приводится впервые.

Материалы и методы

Для определения ширины раскрытия трещин необходимо знать l_{cr} — шаг трещин. На рисунке показана схема напряжений в сферической биологической защите между радиальными трещинами (а), в кольцевой арматуре (б) и в элементе арматуры (в); за основу построения взята теория деформирования железобетона с трещинами Н. И. Карпенко [2].

Симметричной относительно оси сферы остается только температурная функция $T(r)$ и зависящие от нее физические характеристики бетона: модуль упругости E и коэффициент линейного расширения α .

Нормальные напряжения в бетоне — кольцевые (σ_θ), радиальные (σ_r) и напряжения в арматурных стержнях (σ_s) — симметричны относительно среднего сечения между трещинами.

Касательные напряжения ($\tau_{r\theta}$) и тангенциальные перемещения в бетонной матрице (v) равны нулю в среднем сечении и в сечении с трещиной.

Ширина конструкции намного больше, чем l_{cr} , поэтому влияние касательных напряжений, возникших от сцепления, не ощущимо во внутренних слоях бетона.

Введем допущения: при $r \leq r_0 \cdot \tau_{r\theta} = v \approx 0$.

Уравнения равновесия:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{2}{r}(\sigma_r - \sigma_\theta) + \frac{d\tau}{d\theta} = 0; \quad (1)$$

$$\frac{d\sigma_\theta}{d\theta} + 2\tau + r \frac{d\tau}{dr} = 0. \quad (2)$$

Геометрические уравнения:

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr}; \quad (3)$$

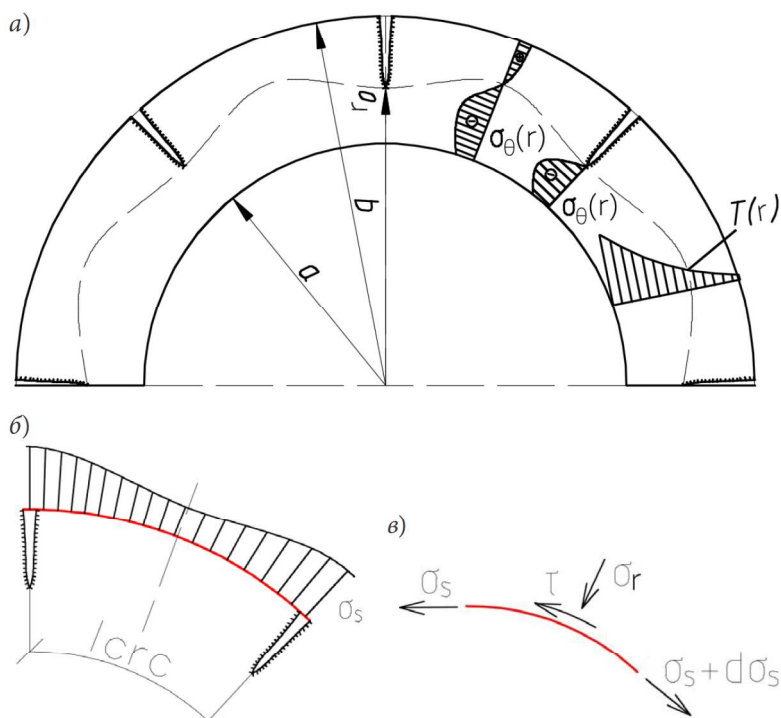


Схема напряжений в сферической биологической защите из ТАЦ при внутреннем нагреве: а — между радиальными трещинами; б — в кольцевой арматуре; в — в элементе арматуры

$$\varepsilon_\theta = \frac{u}{r} + \frac{1}{2} \frac{dv}{d\theta}; \quad (4)$$

$$\gamma = \frac{1}{r} \frac{du}{d\theta} + \frac{dv}{dr} - \frac{v}{r}, \quad (5)$$

где θ — угловой коэффициент в тангенциальном направлении; v — тангенциальное перемещение; γ — деформации сдвига в плоскости « $r - \theta$ ».

Преобразуем (3) и (4):

$$u = r\varepsilon_\theta - \frac{dv}{d\theta}; \quad \varepsilon_r = \frac{du}{dr} = \varepsilon_\theta + r \frac{d\varepsilon_\theta}{dr} - \frac{d^2v}{drd\theta},$$

получим уравнение совместности деформации:

$$\frac{d\varepsilon_\theta}{dr} + \frac{1}{r}(\varepsilon_\theta - \varepsilon_r) - \frac{1}{r} \frac{d^2v}{drd\theta} = 0; \quad (6)$$

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{1-\nu}{E(r)} \sigma_r - \frac{\nu}{E(r)} \sigma_r + \alpha(r)T(r) \right) + \frac{1+\nu}{rE(r)} (\sigma_\theta - \sigma_r) - \frac{1}{r(1+\nu)} \frac{d^2v}{drd\theta}. \quad (7)$$

Последний член уравнения выражает влияние на напряжения тангенциальных

перемещений, связанных с раскрытием трещин.

В частности, для сечения с трещиной именно благодаря перемещениям v напряжение σ_θ на всем участке от r_0 до b равно 0.

Интегрируем (7) от r_0 до b :

$$-\nu \left(\frac{\sigma_r(b)}{E(b)} - \frac{\sigma_r(r_0)}{E(r_0)} \right) + \alpha(b)T(b) - \alpha(r_0)T(r_0) - \int_{r_0}^b \frac{1+\nu}{rE} \sigma_r dr - \frac{d}{dr} \int_{r_0}^b \frac{1}{r(1+\nu)} \frac{dv}{dr} dr = 0. \quad (8)$$

Чтобы выразить v через напряжения, используем геометрическое уравнение (5), которое преобразуем:

$$r\gamma = \frac{du}{d\theta} + r \frac{dv}{dr} - \nu; \quad \frac{dv}{dr} = \int_{r_0}^r \frac{1}{r} \left(\gamma - \frac{d\varepsilon_r}{d\theta} \right) dr + \gamma. \quad (9)$$

Для перехода к напряжениям запишем:

$$\frac{d\varepsilon_r}{d\theta} = \frac{d}{d\theta} \left(\frac{\sigma_\theta}{E(r)} \right) - \nu \frac{d}{d\theta} \left(\frac{\sigma_r}{E(r)} \right) - \nu \frac{d}{d\theta} \left(\frac{\sigma_\theta}{E(r)} \right) + \frac{d}{d\theta} (\alpha(r)T(r));$$

$$\gamma = \frac{2(1+\nu)}{E(r)} \tau; \quad (10)$$

$$\frac{d\varepsilon_r}{d\theta} = 0; \quad \frac{d}{d\theta}(\alpha T) = 0;$$

$$\frac{d\varepsilon_r}{d\theta} = \frac{1+\nu}{E(r)} \frac{d}{d\theta}((1-\nu)\sigma_r - \nu\sigma_\theta). \quad (11)$$

Подставим (10), (11) в (9):

$$\frac{1}{1+\nu} \frac{dv}{dr} = \int_{r_0}^r \frac{1}{rE(r)} \left(2\tau - (1-\nu) \frac{d\sigma_r}{d\theta} + \nu \frac{\theta\sigma_\theta}{d\theta} \right) dr + 2 \frac{\tau}{E(r)}.$$

Из (2) получим:

$$2\tau = -\frac{d\sigma_\theta}{d\theta} - r \frac{d\tau}{dr};$$

$$\frac{1}{1+\nu} \frac{dv}{dr} = -(1-\nu) \frac{d}{d\theta} \int_{r_0}^r \frac{1}{rE(r)} \times$$

$$\times (\sigma_\theta + \sigma_r) dr + \frac{\tau}{E(r)} \int_{r_0}^r \tau \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{E} \right) dr. \quad (12)$$

Подставим (12) в (8):

$$\nu \left(\frac{\sigma_r(b)}{E(b)} - \frac{\sigma_r(r_0)}{E(r_0)} \right) + \alpha(r_0)T(r_0) - \alpha(b)T(b) =$$

$$= (1-\nu) \frac{d^2}{d\theta^2} \int_{r_0}^b \frac{1}{r} \left(\int_{r_0}^b \frac{\sigma_\theta + \sigma_r}{rE(r)} dr \right) dr -$$

$$- \int_{r_0}^b \frac{1}{rE(r)} \left((1+\nu)\sigma_r + \frac{d\tau}{d\theta} \right) dr. \quad (13)$$

На участке от r_0 до r_b , где $\sigma_\theta = 0$, из уравнения (1) следует:

$$\sigma_r = \frac{2}{r} (r_0\sigma_{r_0}) - \int_{r_0}^b \frac{d\tau}{d\theta} dr. \quad (14)$$

Кроме того, полагая, что изменение в $\frac{d}{dr} \left(\frac{1}{E} \right)$ на небольшом участке от r_0 до r не является существенным, будем считать

$$\int_{r_0}^b \frac{1}{r} \left(\int_{r_0}^b \frac{d\tau}{d\theta} \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{E} \right) dr \right) dr \approx \int_{r_0}^b \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{E} \right) \left(\int_{r_0}^b \frac{d\tau}{d\theta} dr \right) dr.$$

Тогда вместо (13) получим

$$\nu \left(\frac{\sigma_r(b)}{E(b)} - \frac{\sigma_r(r_0)}{E(r_0)} \right) + \alpha(r_0)T(r_0) - \alpha(b)T(b) =$$

$$= (1-\nu) \frac{d^2}{d\theta^2} \int_{r_0}^b \frac{1}{r} \left(\int_{r_0}^b \frac{\sigma_\theta + \sigma_r}{rE} dr \right) dr -$$

$$- \int_{r_0}^b \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{E} \right) \left(\int_{r_0}^b \frac{d\tau}{d\theta} dr \right) dr - \int_{r_0}^b \frac{1}{rE} \left((1+\nu)\sigma_r + \frac{d\tau}{d\theta} \right) dr;$$

$$\frac{d^2}{d\theta^2} \int_{r_0}^b \frac{1}{r} \left(\int_{r_0}^b \frac{\sigma_\theta + \sigma_r}{rE} dr \right) dr =$$

$$= \frac{1}{1-\nu} \left(\alpha(r_0)T(r_0) - \alpha(b)T(b) \right) + \frac{\sigma_r(r_0)}{E(r_0)} +$$

$$+ \frac{1+\nu}{1-\nu} r_0\sigma_r(r_0) \int_{r_0}^b \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{E} \right) dr. \quad (15)$$

В правую часть входят известные выражения, в левой части произведем дальнейшие преобразования. Интегрируя по частям, получаем

$$\frac{d^2}{d\theta^2} \int_{r_0}^b \frac{1}{r} \left(\frac{\sigma_\theta + \sigma_r}{rE} \right) dr =$$

$$= \int_{r_0}^b \ln \left(\frac{b}{r} \right) \frac{1}{rE} \frac{d^2}{d\theta^2} (\sigma_\theta + \sigma_r) dr. \quad (16)$$

Под интегралом произведение двух функций, из которых $\ln \left(\frac{b}{r} \right) \frac{1}{r}$ известна во всех промежутках и изменяется примерно линейно. Вторая, $\frac{1}{E} \frac{d^2}{d\theta^2} (\sigma_\theta + \sigma_r)$, при $r = r_0$ равна 0, а при $r = b$ имеет максимум

$$\int_{r_0}^b \ln \left(\frac{b}{r} \right) \frac{1}{rE} \frac{d^2}{d\theta^2} (\sigma_\theta + \sigma_r) dr \approx$$

$$\approx \frac{b-r_0}{6r_0E(b)} \ln \left(\frac{b}{r_0} \right) \frac{d^2}{d\theta^2} (\sigma_\theta(b) - \sigma_r(b)). \quad (17)$$

Проведем дальнейшие преобразования правой части (17), чтобы выразить все напряжения через одно $\sigma_\theta(b)$. Зависимости между напряжениями, действующие на арматуру, выведем из рассматриваемого элементарного отрезка арматуры (см. рисунок) длиной $ds = b d\theta$.

Сумма напряжений

$$\sigma_r(b) b d\theta + 2 \sum A_s \sigma_s \frac{d\theta}{2} + \sum A_s d\sigma_s \frac{d\theta}{2} = 0.$$

Отбрасываем последний член, сокращаем на $d\theta$:

$$b\sigma_r(b) + \sum A_s \sigma_s = 0;$$

$$\sum A_s d\sigma_s - \tau(b) b d\theta = 0; \quad (18)$$

$$\tau(b) = \frac{\sum A_s d\sigma_s}{b} = -\frac{d\sigma_r(b)}{d\theta}.$$

Напряжения $\tau(b)$ выразим через σ_θ с помощью (2), которое преобразуем:

$$2\tau + r \frac{d\tau}{dr} + \frac{d\sigma_\theta}{d\theta} = 0;$$

$$2r\tau + r^2 \frac{d\tau}{dr} = -r \frac{d\sigma_\theta}{d\theta};$$

$$\frac{d}{dr}(r^2\tau) = -r \frac{d\sigma_\theta}{d\theta}.$$

Так как принято, что при $r \leq r_0$ $\tau = 0$, то при $r > r_0$

$$\tau = -\frac{1}{r^2} \int_{r_0}^r r \frac{d\sigma_\theta}{d\theta} dr. \quad (19)$$

Откуда $\frac{d\tau(b)}{d\theta} = -\frac{1}{b^2} \int_{r_0}^b r \frac{d^2\sigma_\theta}{d\theta^2} dr;$

$$\frac{d^2}{d\theta^2}(\sigma_\theta(b) + \sigma_r(b)) = \frac{d^2}{d\theta^2} \left(\sigma_\theta(b) + \frac{1}{b^2} \int_{r_0}^b r \sigma_\theta dr \right).$$

Принимая и здесь эпюру $\frac{d^2}{d\theta^2}(r\sigma_\theta)$ треугольной, то есть считая

$$\frac{d^2}{d\theta^2} \int_{r_0}^b r \sigma_\theta dr \approx \frac{1}{r} b(b-r_0) \frac{d^2\sigma_\theta(b)}{d\theta^2}, \quad (20)$$

получим

$$\frac{d^2}{d\theta^2}(\sigma_\theta(b) + \sigma_r(b)) \approx \frac{d^2\sigma_\theta(b)}{d\theta^2} \frac{1}{r} \left(3 - \frac{2\tau}{b} \right).$$

Обозначим $\frac{b}{r_0} = d$ при d , близких к 1, $\ln d \approx d-1$, тогда левая часть (15) с учетом (17) и (20) будет

$$\frac{(d-1)^2}{12E(b)} \left(3 - \frac{1}{d} \right) \frac{d^2\sigma_\theta(b)}{d\theta^2}, \quad (21)$$

где $\frac{d^2\sigma_\theta(b)}{d\theta^2}$ — для сечения с трещиной.

Уравнение (15) с учетом (21) позволяет найти среднее расстояние l_{crc} . Используем формулу из [11]:

$$\sigma_\theta(b) = \frac{R_B}{2}(1 + \cos k\theta), \quad (22)$$

где $\sigma_\theta(b)$ — четная функция от θ ; $\sigma_\theta(b)$ имеет период $\frac{2\pi}{k}$; при $\theta = 0$ $\sigma_\theta(b) = R_B$; при $\theta = \pm \frac{\pi}{k}$ $\sigma_\theta(b) = 0$; $k \frac{\pi}{k}$ — общее количество трещин по окружности сферы; R_B — предельные поперечные растягивающие напряжения при расчете на образование трещин.

В сечении с трещиной, которому соответствует уравнение (15), $\theta = \pm \frac{\pi}{k}$, и согласно (22)

$$\frac{d^2\sigma_\theta(b)}{d\theta^2} = \frac{1}{2} R_B k^2. \quad (23)$$

Учитывая (21) и (23), получим из (15) уравнение относительно k :

$$k^2 \frac{(d-1)^2 R_B}{24E(b)} \left(3 - \frac{1}{d} \right) =$$

$$= \frac{1}{1-\nu} (\alpha(r_0)T(r_0) - \alpha(b)T(b)) + \frac{\sigma_r(r_0)}{E(r_0)} +$$

$$+ \frac{1+\nu}{1-\nu} r_0 \sigma_r(r_0) \int_{r_0}^b \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{E} \right) dr. \quad (24)$$

Если известно k , то

$$l_{crc} = \frac{2\pi b}{k}. \quad (25)$$

Исходя из принятой схемы напряжения в бетоне в растянутой зоне, из (18) в арматуре $\Sigma \frac{d\sigma_s}{d\theta} = \frac{b}{\Sigma A_s} \tau(b)$ или с учетом (19) и (20)

$$\Sigma \frac{d\sigma_s}{d\theta} \approx -\frac{br_0}{2\Sigma A_s} \frac{d\sigma_\theta(b)}{d\theta}.$$

Тогда разность напряжений в арматуре в сечении с трещиной и в среднем сечении с учетом (22):

$$\Delta\sigma_{si} = \int_0^{\frac{\pi}{k}} \Sigma \frac{d\sigma_{si}}{d\theta} d\theta = R_B \frac{b-r_0}{2\Sigma A_{si}}. \quad (26)$$

Среднее напряжение в арматуре

$$\sigma_{si}^{cp} = \frac{1}{2}(2\sigma_{si} - \Delta\sigma_{si}) = \sigma_{si} - R_B \frac{b-r_0}{4A_{si}}, \quad (27)$$

а коэффициент ψ_s эпюры

$$\psi_s = \frac{\sigma_s^{cp}}{\sigma_s} = 1 - \frac{(b-r_0)R_B}{4A_s\sigma_s}. \quad (28)$$

Для определения ширины раскрытия трещин обратимся к геометрическому уравнению (4):

$$\frac{dv(b)}{d\theta} = b\varepsilon_\theta(b) - u(b) = b(\varepsilon_\theta(b) - \varepsilon_s(r_s)).$$

Тогда перемещения $v(b)$ в сечении с трещиной

$$v(b) = -b \int_0^{\frac{\pi}{k}} (\varepsilon_s(r_s) - \varepsilon_\theta(b)) d\theta; \quad (29)$$

$$\varepsilon_{si}^{cp}(r_{si}) = \frac{\sigma_{si}^{cp}}{E_s} + \alpha_s(r_{si})T_s(r_{si}), \quad (30)$$

Результаты расчета

ø, мм	r ₀ , м	T ₁ , °	T ₂ , °	l _{crc} , мм	l _{crc} , мм (опыт [11])	a _{crc} , мм	a _{crc} , мм (опыт [11])
3	0,65	200	47	29,2	–	0,063	–
4	0,65	200	47	40,6	–	0,077	–
5	0,65	200	47	52	40	0,083	0,11

где σ_{si}^{cp} определяется по (27) и

$$\varepsilon_{\theta}^{cp}(b) \approx \frac{R_B}{2E(b)} + \alpha(b)T(b), \quad (31)$$

без учета малого числа $-\frac{v\sigma_r(b)}{E(b)}$ получим вместо (29)

$$v(b) = -\frac{b\pi}{k}(\varepsilon_s^{cp} - \varepsilon_{\theta}^{cp}(b)). \quad (32)$$

Так как полная ширина $a_{crc} = -2v(b)$, то из (2) с учетом (25), (30) и (31) получим

$$a_{crc} = l_{crc} \left[\frac{\sigma_s}{E_s} + T(r_s)(\alpha_s(r_s) - \alpha_b(r_s)) - \frac{R_B}{2} \left(\frac{1}{E(b)} + \frac{br_0}{2A_s E_s} \right) \right], \quad (33)$$

где l_{crc} определяется по условию (25).

Результаты расчета

Выполним аналитический расчет сферической оболочки из ТАЦ, подверженной внутреннему нагреву, при следующих исходных данных: радиус внутренней поверхности $a = 0,55$ м; радиус наружной поверхности $b = 0,84$ м радиус крайнего арматурного слоя $r_s = 0,75$ м; температура на внутренней поверхности $T_1 = 200$ °С; температура на наружной поверхности $T_2 = 47$ °С. Все компоненты напряжений можно найти по методике из [11–13].

Результаты расчета и сравнение их с опытными данными из [11] представлены в таблице.

Обсуждение

Анализируя полученные результаты (см. таблицу), можно заметить, что с уменьшением диаметра используемой арматуры трещиностойкость конструкции повышается. Уменьшение диаметра с 5 до 3 мм увеличило трещиностойкость в 1,32 раза. Различия между аналитическим расчетом и опытными данными [11] незначительные, можно

связать это с тем, что в экспериментальных данных испытывался цилиндрический корпус высокого давления, а предложенный аналитический метод расчета применим для сферы.

Выводы

Полученные формулы для определения шага трещин (24)–(25) и ширины раскрытия трещин (33) применимы для толстостенной сферической оболочки из ТАЦ при внутреннем нагреве на стадии законченного трещинообразования. Результаты, полученные для количественной оценки, согласовываются с опытными данными и свидетельствуют об адекватной методике расчета.

Библиографический список

1. Столяров Я. В. Введение в теорию железобетона. М.: Стройиздат, 1941. 450 с.
2. Карпенко Н. И. Теория деформирования железобетона с трещинами. М.: Стройиздат, 1976. 204 с.
3. Балан Т. А. Инкрементальная модель деформирования бетона и железобетона в условиях многоосного нагружения и ее реализация в численных методах расчета железобетонных конструкций на статические и динамические воздействия: автореф. ... д-ра техн. наук. М., 1987. 50 с.
4. Клованич С. Ф. Расчет железобетонных конструкций на силовые и температурные воздействия с учетом физической нелинейности и анизотропии материала: дис. ... канд. техн. наук. М., 1979. 156 с.
5. Смоляго Г. А., Гольшев А. Б. К расчету ширины раскрытия трещин в тонкостенных пространственных железобетонных конструкциях // Известия вузов. Строительство и архитектура. 1989. № 2. С. 1–5.
6. Бондаренко В. М. Инженерные методы нелинейной теории железобетона. М.: Стройиздат, 1982. 287 с.
7. Бондаренко С. В., Санжаровский Р. С. Усиление железобетонных конструкций при реконструкции зданий. М.: Стройиздат, 1990. 352 с.

8. Шоршнев Г. Н., Морозов В. И., Жуков В. И. Физико-механические свойства тяжелого армоцемента // Бетон и железобетон. 1984. № 10. С. 7–9.

9. Морозов В. И. Исследование напряженно-деформированного состояния и трещиностойкости толстостенных цилиндрических конструкций из дисперсно-армированного железобетона с высоким содержанием арматуры при неравномерном нагреве: дис. ... канд. техн. наук. Л., 1977. 260 с.

10. Хольцов А. В. О расчете железобетонной защиты реактора на раскрытие трещин при температурных воздействиях // Материалы и конструкции защит ядерных установок: сб. тр. М.: МИСИ им. В. В. Куйбышева. 1972. № 99. 143 с.

11. Морозов В. И. Корпуса высокого давления из тяжелого армоцемента для энергетических строительных технологий: дис. ... д-ра техн. наук. СПб., 1994. 533 с.

12. Юй Хуэй. Напряженно-деформированное состояние корпуса сферической формы из тяжелого армоцемента при внутреннем нагреве и высоком давлении: дис. ... канд. техн. наук. СПб., 2013. 181 с.

13. Морозов В. И., Пухаренко Ю. В., Хегай Е. О. К расчету железобетонной биологической защиты сферического реактора // Промышленное и гражданское строительство. 2022. № 5. С. 4–8.

References

1. Stolyarov Ya. V. *Vvedenie v teoriyu zhelezobetona* [Introduction to the theory of reinforced concrete]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1941, 450 p.

2. Karpenko N. I. *Teoriya deformirovaniya zhelezobetona s treshchinami* [Theory of deformation of reinforced concrete with cracks]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1976, 204 p.

3. Balan T. A. *Inkrementalnaya model' deformirovaniya betona i zhelezobetona v usloviyakh mnogoosnogo nagruzheniya i ee realizatsiya v chislennykh metodakh rascheta zhelezobetonnykh konstruksiy na staticheskie i dinamicheskie vozdeystviya. Avtoref. diss. dokt. tekhn. nauk* [Incremental model of concrete and reinforced concrete deformation under multi-axial loading and its realization in numerical methods of calculation of reinforced concrete structures for static and dynamic effects. Author's thesis of Dr. Sci. Tech. diss.]. Moscow, 1987, 50 p.

4. Klovanih S. F. *Raschet zhelezobetonnykh konstruksiy na silovye i temperaturnye vozdeystviya s uchetom fizicheskoy nelineynosti i anizotropii materiala. Diss. kand. tekhn. nauk* [Calculation of reinforced concrete structures for force and temperature effects taking into account physical nonlinearity and material anisotropy. PhD in Sci. Tech. diss.]. Moscow, 1979, 156 p.

5. Smolyago G. A., Golshev A. B. *K raschetu shiriny raskrytiya treshchin v tonkostennykh prostranstvennykh*

zhelezobetonnykh konstruksiyakh [To calculation of crack opening width in thin-walled spatial reinforced concrete structures]. *Izvestiya vuzov. Stroitel'stvo i arkhitektura – Bulletin of Higher Schools. Construction and Architecture*, 1989, no. 2, pp. 1–5.

6. Bondarenko V. M. *Inzhenernye metody nelineynoy teorii zhelezobetona* [Engineering methods of nonlinear theory of reinforced concrete]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1982, 287 p.

7. Bondarenko S. V., Sanzharovskiy R. S. *Usilenie zhelezobetonnykh konstruksiy pri rekonstruktsii zdaniy* [Strengthening of reinforced concrete structures in the reconstruction of buildings]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1990, 352 p.

8. Shorshnev G. N., Morozov V. I., Zhukov V. I. *Fiziko-mekhanicheskie svoystva tyazhylogo armotsementa* [Physical-mechanical properties of heavy reinforced concrete]. *Beton i zhelezobeton – Concrete and Reinforced Concrete*, 1984, no. 10, pp. 7–9.

9. Morozov V. I. *Issledovanie napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya i treshchinostoykosti tolstostennykh tsilindricheskikh konstruksiy iz dispersno-armirovannogo zhelezobetona s vysokim soderzhaniem armatury pri neravnomernom nagreve. Diss. kand. tekhn. nauk* [Investigation of stress-strain state and crack resistance of thick-walled cylindrical structures from dispersed-reinforced reinforced concrete with high content of armature at non-uniform heating. PhD in Sci. Tech. diss.]. Leningrad, 1977, 260 p.

10. Khol'tsov A. V. *O raschete zhelezobetonnoy zashchity reaktora na raskrytie treshchin pri temperaturnykh vozdeystviyakh* [On calculation of reinforced concrete reactor protection for crack opening under temperature effects]. *Sb. tr. «Materialy i konstruksii zashchit yadernykh ustanovok»* [Coll. works "Materials and designs of nuclear plant protections"]. Moscow, MISI im. V. V. Kuybysheva Publ., 1972, no. 99, 143 p.

11. Morozov V. I. *Korpusa vysokogo davleniya iz tyazhelogoarmotsementa dlya energeticheskikh stroitel'nykh tekhnologiy. Diss. dokt. tekhn. nauk* [High-pressure hulls from heavy-armored cement for power building technologies. Dr. Sci. Tech. diss.]. St. Petersburg, 1994, 533 p.

12. Yuy Khuey. *Napryazhenno-deformirovannoe sostoyanie korpusa sfericheskoy formy iz tyazhelogoarmotsementa pri vnutrennem nagreve i vysokom davlenii. Diss. kand. tekhn. nauk* [Stress-strain state of a spherical shape body made of heavy reinforced cement under internal heating and high pressure. PhD in Sci. Tech. diss.]. St. Petersburg, 2013, 181 p.

13. Morozov V. I., Pukhareno Yu. V., Kheday E. O. *K raschetu zhelezobetonnoy biologicheskoy zashchity sfericheskogo reaktora* [To calculation of reinforced concrete biological protection design of a spherical shaped reactor]. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo – Industrial and Civil Engineering*, 2022, no. 5, pp. 4–8.