

# Строительная механика и расчет сооружений

УДК 624.041.2

© Р. С. Безбородов, магистрант  
© Ю. Л. Рутман, д-р техн. наук, профессор  
(Санкт-Петербургский государственный  
архитектурно-строительный университет)  
E-mail: br-7@mail.ru, 605fractal@mail.ru

DOI 10.23968/1999-5571-2017-14-4-119-123

© R. S. Bezborodov, undergraduate  
© Yu. L. Rutman, Dr. Sci. Tech., Professor  
(Saint Petersburg State University of Architecture  
and Civil Engineering)  
E-mail: br-7@mail.ru, 605fractal@mail.ru

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ПРОТИВОТАРАННОЙ ЦЕПИ

### INVESTIGATION OF THE ANTI-RAM CHAIN DYNAMICS

Рассматривается подход к построению математической модели противотаранной цепи, выполняется расчет ее колебаний при воздействии ударных нагрузок. Полученное решение позволяет исследовать отклик цепи при ее переменных характеристиках.

*Ключевые слова:* противотаранная цепь, антитеррористическая защита, ударное воздействие.

In this paper, the approach to creating a mathematical model of the anti-ram chain is considered, and the calculation of its oscillations under impact loads is performed. The obtained solution makes it possible to investigate the response of the chain with its variable characteristics.

*Keywords:* anti-ram chain, antiterrorist protection, impact load.

#### Введение

Реализуя ряд организационных и технических мероприятий, можно эффективно противодействовать возможности совершения терактов. Если комплекс технических средств безопасности спроектирован правильно, то для террористов единственным способом совершения террористического акта остается таран периметра [1].

Таран направлен на вторжение вглубь объекта на максимально возможное расстояние и последующий подрыв автомобиля рядом с целью террористической атаки. Противодействовать такой угрозе можно оснащением объекта специальными инженерными укреплениями, так называемыми противотаранными устройствами (ПТУ).

Одним из наиболее простых и надежных ПТУ являются соединенные друг с другом дорожные блокираторы (рис. 1).

Такую конструкцию можно рассматривать как механическую цепь, состоящую из объемных блоков, соединенных между собой упругими элементами. Однако неправильно спроектированная цепь может быть разорвана атакующим

устройством и таранная атака окажется удачной. Методик расчета противотаранной цепи не существует, поэтому создание такой методики актуальная задача.

Литературы по динамическому расчету цепных систем немного. В ряде задач цепные системы рассматриваются с позиции динамики систем с переменной массой [2–4]. При этом анализировалось только жесткое (без упругих элементов) соединение элементов цепи. В рамках такого подхода было решено несколько специфических, так называемых «кембриджских» задач [5]. Задача, рассмотренная ниже, близка к решенным в работах Й. Виттенбурга, Р. Роберсона, Л. Лилова [6–9]. В этих работах развит формализм математического описания движения систем твердых тел со структурой дерева. Тела соединены жесткими голономными и неголономными связями. Упругие элементы между твердыми телами отсутствуют. Продольные колебания цепи, состоящей из твердых тел, соединенных упругими элементами, рассматривались в [5, 10–12]. Но задача, в которой звенья цепи имеют три степени



Рис. 1. Общий вид дорожного блокиратора

свободы и соединены упругими элементами, ранее в литературе не исследовалась.

В статье рассмотрена такая задача применительно к случаю, когда одно из звеньев цепи подвержено ударному воздействию. Сформированная ниже математическая модель применена для анализа эффективности цепи блокираторов при воздействии на нее таранного устройства (автомобины). Результаты решения этой задачи дают возможность оптимальным образом выбрать параметры ограждающей периметр противотаранной системы.

**Динамическая математическая модель цепной системы**

Схема цепной системы представлена на рис. 2.

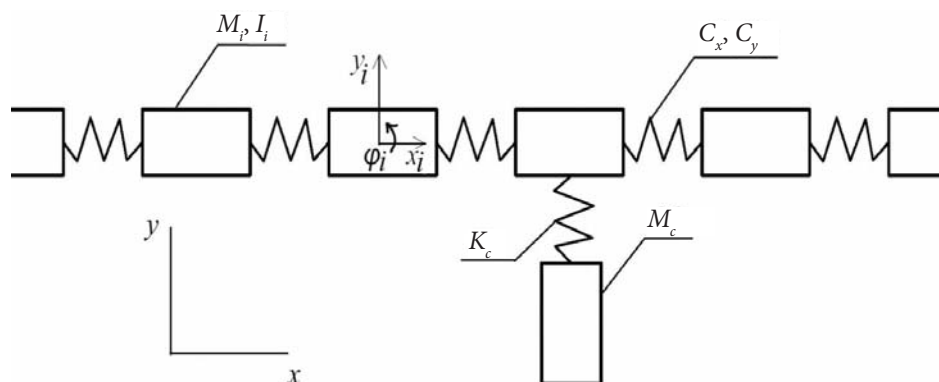


Рис. 2. Общая схема исследуемой конструкции:  $M_p, I_i$  — масса и поворотный момент инерции секции;  $C_x, C_y$  — жесткости связей во взаимно перпендикулярных направлениях;  $M_c, K_c$  — масса автомобиля и силовая характеристика его передней части

Каждое тело на рис. 1 имеет три степени свободы: вертикальное и горизонтальное перемещение центра массы  $(y_i, x_i)$  и угловой поворот  $\varphi_i$  (рис. 3).

Система дифференциальных уравнений, описывающая движение представленной на рис. 2 цепной системы, состоит из следующих уравнений:

$$m\ddot{y}_i = Q_{i-1,L} - Q_{i,L} + F_{i,fy};$$

$$m\ddot{x}_i = T_{i-1,L} - T_{i,L} + F_{i,fx};$$

$$I\ddot{\varphi}_i = l(Q_{i,L} \cos(\varphi_i) + Q_{i-1,L} \cos(\varphi_i) - T_{i,L} \sin(\varphi_i) - T_{i-1,L} \sin(\varphi_i)),$$

где  $F$  — сила трения.

Геометрические зависимости для деформаций связей в глобальных и локальных осях элементов цепи выглядят следующим образом:

$$x_{s,i} = x_{i,L} - x_{i+1,R}; y_{s,i} = y_{i,L} - y_{i+1,R};$$

$$\tilde{x}_{i,L} = x_{s,i} \cos \varphi_i + y_{s,i} \sin \varphi_i;$$

$$\tilde{y}_{i,L} = -x_{s,i} \sin \varphi_i + y_{s,i} \cos \varphi_i.$$

По рис. 3 можно составить геометрические зависимости для усилий в связях в локальной системе координат:

$$\tilde{T}_{i,L} = T_{i,L} \cos \varphi_i + Q_{i,L} \sin \varphi_i;$$

$$\tilde{Q}_{i,L} = -T_{i,L} \sin \varphi_i + Q_{i,L} \cos \varphi_i.$$

При этом усилия в связях выражаются через их жесткость и деформации следующим образом:

$$\tilde{T}_{i,L} = \tilde{x}_{i,L} \cdot \tilde{c}_x;$$

$$\tilde{Q}_{i,L} = \tilde{y}_{i,L} \cdot \tilde{c}_y,$$

где  $\tilde{c}_x, \tilde{c}_y$  — жесткости связей в локальной системе координат.

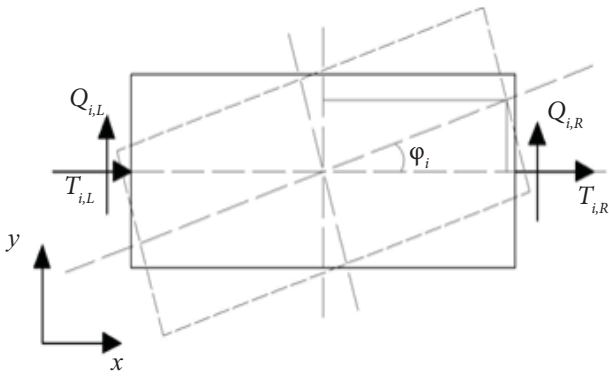


Рис. 3. Общая схема исследуемой конструкции:  
 $Q_{i,L}, T_{i,L}, Q_{i,R}, T_{i,R}$  — поперечные и продольные силы с левого и правого конца  $i$ -й секции соответственно

Силы трения в системе дифференциальных уравнений подчиняются следующему условию:

$$\sqrt{F_{i,fx}^2 + F_{i,fy}^2} = \mu N,$$

где  $N = mg$ ;  $\mu$  — коэффициент сухого трения.

#### Взаимодействие противотаранной цепи с автомобилем

Составим дифференциальное уравнение для секции, на которую приходится удар:

$$m\ddot{y}_k = Q_{k-1,L} - Q_{k,L} - F_c + F_{k,fy},$$

где  $k$  — номер секции, на которую приходится удар;  $F_c$  — сила удара.

При этом дифференциальное уравнение, описывающее движение автомобиля, выглядит следующим образом:

$$m_c \ddot{y}_c = F_c (y_c - y_k),$$

где  $F_c (y_c - y_k)$  — силовая характеристика, описывающая реакцию сминаемой части автомобиля.

Для того чтобы замкнуть полученную систему уравнений, запишем начальные условия:

$$x_i(0) = x_{i0}; y_i(0) = 0; \phi_i(0) = 0;$$

$$\dot{x}_i(0) = 0; \dot{y}_i(0) = 0; \dot{\phi}_i = 0;$$

$$y_c(0) = 0; \dot{y}_c(0) = V.$$

Передняя часть автомобиля, подверженная смятию, описывается нелинейной силовой характеристикой, полученной из расчета по методике CRASH3 [13]. Эта характеристика представлена на рис. 4. Остальная часть кузова деформируется упруго.

#### Пример расчета

Для расчета был выбран автомобиль Toyota Yaris. Для определения жесткостных параметров передней части автомобиля была использована

программа PC-Crush, реализующая методику CRASH3.

Расчет выполнялся при следующих значениях исходных параметров: число секций в цепи  $N = 9$ , порядковый номер ударяемой секции  $k = 5$ , скорость автомобиля перед столкновением  $V = 22$  м/с (80 км/ч), масса каждой секции  $m = 100$  кг, поворотный момент инерции масс каждой секции  $I = 35,42$  м<sup>4</sup>, жесткости в двух направлениях  $c_x = c_y = 1000$  Н/м.

Решение системы дифференциальных уравнений выполнялось в математическом пакете Maple [14]. На рис. 5–7 представлена раскадровка процесса колебаний цепи, а также график зависимости перемещений средней секции (в которую приходится удар) от времени.

#### Численный анализ

При проектировании устройств антитеррористической защиты возникает вопрос об эффективности конкретного конструктивного решения. Чтобы решить этот вопрос, исследовалась зависимость двух целевых функций от массы отдельной секции.

В качестве целевых функций были выбраны:

а) величина остаточного смещения ударяемой секции, так как этот параметр описывает глубину проникновения автотранспортного средства в охраняемую зону;

б) величина максимального усилия в связях цепи, так как эта величина определяет неразрывность цепи.

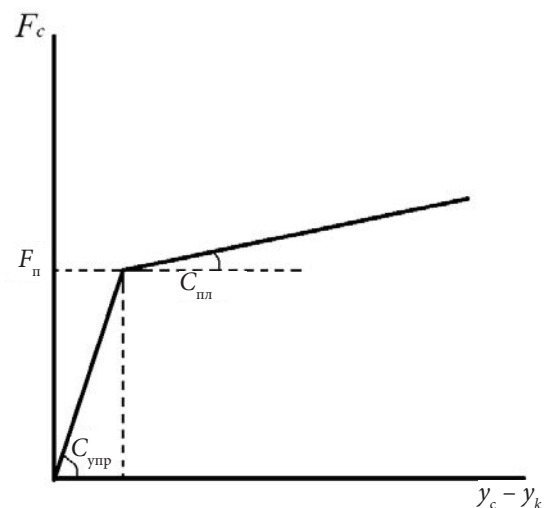


Рис. 4. Силовая характеристика деформируемой части автомобиля

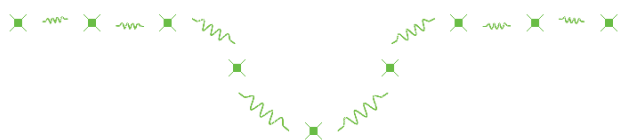


Рис. 5. Деформированная схема на момент времени 0,5 с после удара

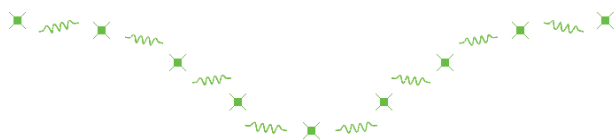


Рис. 6. Деформированная схема на момент времени 2,0 с после удара

Результаты расчетов представлены на рис. 8–9.

Из полученных зависимостей можно сделать вывод о том, что если масса секций больше массы автомобиля, то трение звена становится таким большим, что удар в него автомобиля не способен сдвинуть его на большое расстояние. Это можно увидеть на графиках, где справа от точки со значением массы автомобиля (1500 кг) наблюдается снижение усилий в связях и остаточных перемещений цепи. Таким образом, дальнейшее увеличение массы цепи не дает практически никакого эффекта.

Левые части графиков отражают случай, когда масса секций меньше массы автомобиля:

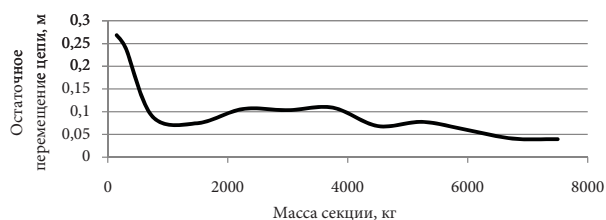


Рис. 8. Зависимость перемещений цепи от массы секций

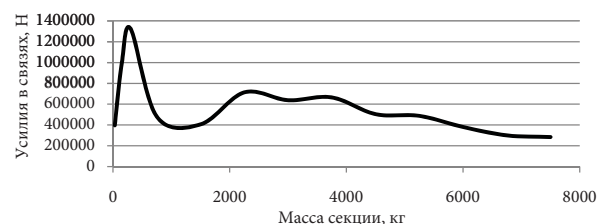


Рис. 9. Зависимость усилий в связях от массы секций

в этом случае происходит увеличение перемещений цепи за счет уменьшения трения секций об опорную плоскость и, соответственно, увеличение усилий в связях.

Также следует отметить, что замечен эффект снижения усилий при очень маленьких значениях масс секций. Связано это с тем, что при малых массах секций их инертность и сила трения настолько малы, что цепь просто утрачивает силу, с которой она сопротивлялась удару.

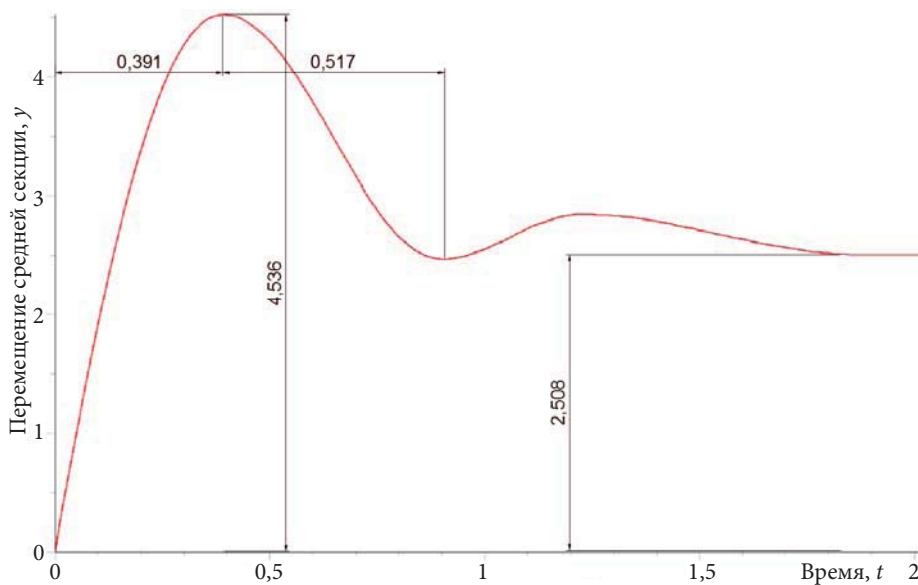


Рис. 7. График перемещений пятой секции

**Выводы**

1. Разработана математическая модель, описывающая поведение цепной системы с упругими связями при ударе.

2. Разработанная модель применена для исследования эффективности противотаранного ограждения, применяемого для защиты от террористических актов.

**Библиографический список**

1. Крайнов Г. Обзор российского рынка противотаранных устройств // Системы безопасности. 2012. № 4. С. 68–72.
2. Мецгерский И. В. Работы по динамике тел переменной массы. М.: Гостехиздат, 1952. 281 с.
3. Михайлов Г. К. К истории динамики систем переменного состава // Изв. АН СССР: Механика твердого тела. 1975. № 5. С. 41–51.
4. Михайлов Г. К. Развитие основ динамики систем переменного состава и теории реактивного движения: автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук. Л., 1980. 35 с.
5. Пановко Я. Г. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1985. 288 с.
6. Виттенбург Й. Динамика систем твердых тел. М.: Мир, 1980. 294 с.
7. Roberson R. E., Wittenburg J. A dynamical formalism for an arbitrary number of interconnected rigid body, with reference to the problem of satellite attitude control // Proceedings 3<sup>rd</sup> Congr. Int. Fed. Autom. Control (1966). Vol. 1, Book 3, Paper 46. Butterworth, London, 1967.
8. Wittenburg J., Lilov L. Relative equilibrium and positions their stability for a multi-body satellite in a circular orbit // Ingenieur-Archiv. 1975. Vol. 44, no. 4. Pp. 269–279.
9. Roberson R. E. A form of the translational dynamical equations for relative motions in systems of many non-rigid bodies // Acta Mechanica. 1972. No 14. Pp. 297–308.
10. Мандельштам Л. И. Лекции по теории колебаний. М.: Наука, 1972. 470 с.
11. Пановко Я. Г., Губанова И. И. Устойчивость и колебания упругих систем. М.: Наука, 1981. 496 с.
12. Меркин Д. Р. Введение в механику нити. М.: Наука, 1981. 240 с.
13. Maple User Manual, Maplesoft, a division of Waterloo Maple Inc. 2005.
14. Noga T., Oppenheim T. CRASH3 User's Guide and Technical Manual. NHTSA, U.S. Dept. of Transportation, Washington, DC, 1981.

**References**

1. Kraynov G. *Obzor rossiyskogo rynka protivotaran-nykh ustroystv* [Review of the Russian market of anti-ram devices]. *Sistemy bezopasnosti – Security Systems*, 2012, no. 4, pp. 68–72.
2. Meshcherskiy I. V. *Raboty po dinamike tel peremennoy massy* [Operations on dynamics of variable mass bodies]. Moscow, Gostekhizdat Publ., 1952, 281 p.
3. Mikhaylov G. K. *K istorii dinamiki sistem peremennogo sostava* [To history of dynamics of variable composition systems]. *Izv. AN SSSR: Mekhanika tverdogo tela – Bulletin of the Academy of Sciences of the USSR. Solid Body Mechanics*, 1975, no. 5, pp. 41–51.
4. Mikhaylov G. K. *Razvitie osnov dinamiki sistem peremennogo sostava i teorii reaktivnogo dvizheniya: avtoref. diss. dokt. fiz.-mat. nauk* [Development of basics of variable composition systems dynamics and the theory of jet propulsion. Author's thesis of Dr. Sci. Phys.-Math. diss.]. Leningrad, 1980, 35 p.
5. Panovko Ya. G. *Mekhanika deformiruemogo tverdogo tela* [Mechanics of deformable solid body]. Moscow, Nauka Publ., 1985, 288 p.
6. Wittenburg Y. *Dinamika sistem tverdykh tel* [Dynamics of the solid body systems]. Moscow, Mir Publ., 1980, 294 p.
7. Roberson R. E., Wittenburg J. *A dynamical formalism for an arbitrary number of interconnected rigid body, with reference to the problem of satellite attitude control*. Proc. 3<sup>rd</sup> Congr. Int. Fed. Autom. Control (1966), vol. 1, Book 3, Paper 46. Butterworth Publ., London, 1967.
8. Wittenburg J., Lilov L. Relative equilibrium and positions their stability for a multi-body satellite in a circular orbit. *Ingenieur-Archiv*, 1975, vol. 44, no. 4, pp. 269–279.
9. Roberson R. E. A form of the translational dynamical equations for relative motions in systems of many non-rigid bodies. *Acta Mechanica*, 1972, no 14, pp. 297–308.
10. Mandel'shtam L. I. *Lektsii po teorii kolebaniy* [Lectures on the theory of oscillations]. Moscow, Nauka Publ., 1972, 470 p.
11. Panovko Ya. G., Gubanova I. I. *Ustoychivost' i kolebaniya uprugikh system* [Stability and oscillations of elastic systems]. Moscow, Nauka Publ., 1981, 496 p.
12. Merkin D. R. *Vvedenie v mekhaniku niti* [Introduction into the thread mechanics]. Moscow, Nauka Publ., 1981, 240 p.
13. *Maple User Manual*, Maplesoft. Division of Waterloo Maple Inc., 2005.
14. Noga T., Oppenheim T. *CRASH 3 User's Guide and Technical Manual*. NHTSA Publ., U.S. Dept. of Transportation, Washington, DC, 1981.