

УДК 699.841

© Н. В. Островская, канд. техн. наук, доцент  
 © Ю. Л. Рутман, д-р техн. наук, профессор  
 (Санкт-Петербургский государственный  
 архитектурно-строительный университет)  
 E-mail: ostrovskaya.nv@yandex.ru, 605fractal@mail.ru

DOI 10.23968/1999-5571-2019-16-3-36-41

© N. V. Ostrovskaya, PhD in Sci. Tech., Associate Professor  
 © Yu. L. Rutman, Dr. Sci. Tech., Professor  
 (Saint Petersburg State University of Architecture  
 and Civil Engineering)  
 E-mail: ostrovskaya.nv@yandex.ru, 605fractal@mail.ru

## ОПТИМИЗАЦИЯ КОНСТРУКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕМПФЕРОВ В СИСТЕМАХ СЕЙСМОИЗОЛЯЦИИ

### OPTIMIZATION OF ELASTIC-PLASTIC DAMPER DESIGN PARAMETERS IN THE SEISMIC ISOLATION SYSTEMS

Эффективность применения сейсмоизоляции в значительной мере зависит от правильного выбора параметров демпфирования. Как правило, математическая модель системы сейсмоизоляции (ССИ) нелинейна. В нелинейной модели силовая характеристика элементов ССИ зависит как минимум от трех параметров, что существенно усложняет решение оптимизационной задачи. Поэтому есть смысл линеаризовать исходную динамическую задачу, так как в линеаризованной задаче создать алгоритм поиска оптимального параметра демпфирования (безразмерного коэффициента демпфирования) несложно. Статья посвящена методике поиска оптимальных параметров упругопластических демпферов в ССИ с помощью линеаризованной динамической модели.

*Ключевые слова:* системы сейсмоизоляции, упругопластические демпферы, нелинейные модели, линеаризованные модели.

The efficiency of seismic isolation application considerably depends on the right selection of the damping parameters. As a rule, the mathematical model of the seismic isolation system (SIS) is nonlinear. In a nonlinear model, power characteristic of the SIS elements depends at least on three parameters, which significantly complicates the solving of the optimizing task. Therefore, it makes sense to linearize the initial dynamic task, as in the linearized task it is not difficult to create an algorithm of the damping optimum parameter search (dimensionless coefficient of damping). The present article is devoted to a technique of searching for the elastic plastic dampers optimum parameters in SIS by means of the linearized dynamic model.

*Keywords:* seismic isolation systems, elastic plastic dampers, nonlinear models, linearized models.

#### Постановка задачи

Рассматривается переход от нелинейной модели системы сейсмоизоляции (ССИ) с использованием пластических демпферов (ПД) к эквивалентной линейной. Цель перехода — создание простого алгоритма поиска оптимального демпфирования. В нелинейной модели для поиска оптимального демпфирования надо варьировать минимум тремя параметрами. Это делает задачу оптимизации чрезвычайно сложной. В линеаризованной модели демпфирование определяется лишь одним параметром, что существенно упрощает поиск оптимального варианта. Однако линеаризованная модель должна быть адекватной исходной нелинейной модели. В статье рассмотрены процедуры и алгоритмы, позволяющие

оптимизировать параметры ПД на основе линеаризованной модели ССИ.

#### Математические модели

Нелинейная модель ССИ для исследования параметров защищаемого объекта (ЗО) при горизонтальных сейсмических воздействиях имеет вид

$$m\ddot{u} + 2m\dot{u} + cu + P(u, \dot{u}) = -m\ddot{x}(t), \quad (1)$$

где  $\ddot{u}$ ,  $\dot{u}$ ,  $u$  — относительное ускорение, скорость и перемещение ЗО;  $m$  — масса ЗО;  $c$  — суммарная жесткость упругих элементов ССИ;  $n$  — коэффициент линейного затухания;  $P(u, \dot{u})$  — суммарная нелинейная силовая характеристика пластических демпферов;  $\ddot{x}(t)$  — акселерограмма сейсмического воздействия.

При использовании пластических демпферов нелинейная силовая характеристика представляет собой билинейную функцию с упругой разгрузкой [1, 2]. Вязкое демпфирование в (1) вводится по гипотезе Фойгта–Бокка.

Суммируя  $cu$  и  $P(u, \dot{u})$ , получим силовую характеристику, показанную на рис. 1. После суммирования уравнение (1) примет вид

$$m\ddot{u} + 2m\dot{u} + F(u, \dot{u}) = -m\ddot{x}(t), \quad (2)$$

где  $F(u, \dot{u}) = cu + P(u, \dot{u})$ .

После деления (2) на  $m$  и применения гипотезы Фойгта–Бокка получим

$$\ddot{u} + 2\xi\omega\dot{u} + f(u, \dot{u}) = -\ddot{x}(t), \quad (3)$$

где  $f(u, \dot{u}) = \frac{F(u, \dot{u})}{m}$ ,  $\omega = \sqrt{\frac{c}{m}}$ .

Линейная модель СИС имеет вид

$$\ddot{u}_л + 2\xi_л\omega_л\dot{u}_л + \omega_л^2 u_л = -\ddot{x}(t), \quad (4)$$

### Способы линейризации

Обсудим способы линейризации нелинейной модели (4).

В отечественной литературе подробный перечень формул для линейризации различных характеристик приведен в [3]. Эти формулы получены методом гармонической линейризации, что делает их малопригодными для широкополосных сейсмических воздействий. Использованию этих формул в нашем случае также принципиально препятствует тот факт, что в [3] отсутствует линейризация билинейной характеристики с гистерезисной петлей. Линейризация и исследование модели с сухим трением рассмотрены в [4–6]. Эти исследования показывают, что не всегда такую нелинейную модель можно адекватно заменить линейной.

Наиболее распространенный современный способ линейризации приведен в ряде зарубежных стандартов и отчетов<sup>1,2,3,4</sup>. Суть его состоит в том, что логарифмический декремент  $\delta$  определяется формулой

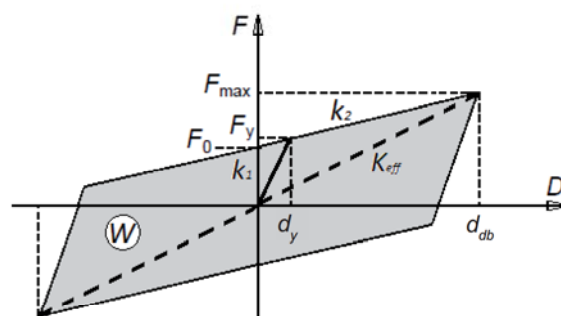


Рис. 1. Идеализированная зависимость «сила – перемещение» ( $F - u$ ) для сейсмоизолирующих опор с высокой способностью к диссипации энергии<sup>6</sup>

$$2\delta = 4\pi\xi = \frac{\Delta W}{W}, \quad (5)$$

где  $\Delta W$  — работа сил демпфирования за один цикл деформации;  $W$  — работа упругих сил за четверть цикла.

Метод прямой линейризации был применен в [7], где были получены формулы для линейризации характеристики из трех прямолинейных участков с упругой разгрузкой по принципу Мазинга. Если формулы [7] применить для билинейной характеристики, то получим формулы ASCE/SEI Standard 41-13.

Таким образом, для линейризации остается только вариант, указанный выше<sup>1,2,3,4</sup>. После преобразований (5) применительно к характеристике, показанной на рис. 1, в ASCE/SEI Standard 41-13 получены следующие формулы:

$$K_л = \frac{F_{max}}{d_{db}} = m\omega_л^2; \xi_л = \frac{2F_0(d_{db} - d_y)}{\pi K_л d_{db}^2} + \xi, \quad (6)$$

где все обозначения соответствуют рис. 1;  $\xi$  — коэффициент демпфирования в (3).

### Алгоритм сравнения нелинейных и линейных моделей. Проверка адекватности линейризации

Предлагается следующий алгоритм проверки адекватности нелинейной и линейризованной моделей:

1. Подставляем полученные в (6) параметры в (4) и получаем линейризованную модель.
2. Выбираем репрезентативный ансамбль акселерограмм (не менее 100).
3. Проводим решения по линейризованной и нелинейной моделям.
4. Сравняем максимальные абсолютные ускорения и максимальные относительные пере-

<sup>1</sup> Seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings. Vol. 1: ATC-40 Report. Applied Technology Council. Redwood City, California. 1996. 334 p.

<sup>2</sup> ASCE/SEI Standard 41-13. Seismic Evaluation and of Retrofit of Existing Buildings. Structural Engineering Institute, American society of civil engineers, 2014.

<sup>3</sup> FEMA 440. Improvement of nonlinear static seismic analysis procedures. Federal Emergence Management Agency. Washington, DC. 2005.

<sup>4</sup> EC8. Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance. European Committee for Standardization: Brussels, Belgium, The European Standard EN 1998-1, 2004.

мещения в линеаризованных и нелинейных моделях. Устанавливаем максимальные отклонения в процентах, сравнивая усредненные результаты.

5. Уточняем параметры линейной модели итерационным способом. Для этого определяем входящие в (6) максимальные значения перемещений по формуле

$$d_{db}^{(n)} = u_{\max}^{(n-1)}.$$

6. Затем снова проводим сравнение результатов, полученных по нелинейным и уточненным линейным моделям.

7. Если отклонения составляют несколько процентов, то линеаризованную модель считаем адекватной.

**Численная реализация алгоритма**

Для проведения конкретного сравнительного анализа нелинейной и линейной моделей сформируем параметры нелинейной модели. Будем считать, что ЗО стоит на резинометаллических

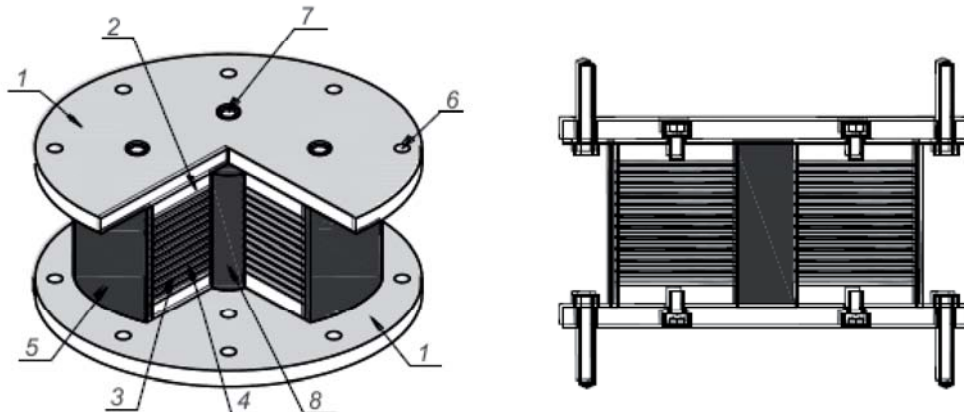
опорах (РМО) (рис. 2), и основная часть демпфирования реализуется пластическими демпферами (рис. 3).

Суммируя линеаризованную силовую характеристику РМО и характеристики пластических демпферов, получим общую характеристику, показанную на рис. 3, со следующими значениями ее параметров:

$$\begin{aligned} F_y &= P_T; k_1 = c; k_2 = K_e + c_{\text{ПД}}; \\ d_y &= 0,004 \text{ м}, d_{db} = 0,1 \text{ м}; \\ k_1 &= 6,5 \cdot 10^3 \text{ кН/м}, k_2 = 0,68 \cdot 10^3 \text{ кН/м}; \quad (7) \\ F_y &= 26 \text{ кН}, F_{\max} = F_y + (d_{db} - d_y)k_2 = 91 \text{ кН}; \\ F_0 &= -k_2 d_{db} + F_{\max} = 23 \text{ кН}. \end{aligned}$$

В (7)  $d_{db}$  соответствует максимальному допустимому перемещению опоры SI-S 300/52.

Параметры линейной и нелинейной расчетных моделей сведены в табл. 1, а параметры билинейной характеристики работы ПД  $f(u, \dot{u})$  —



SI-S	$V$ , кН	$K_e$ , кН/мм	$D$ , мм	$t_e$ , мм	$H$ , мм	$h$ , мм	$Z$ , мм
SI-S 300/52	340	0,54	300	52	166	116	350
SI-S 400/54	690	0,93	400	54	160	110	450
SI-S 500/54	1160	1,45	500	54	168	118	550
SI-S 600/56	1660	2,01	600	56	164	114	650
SI-S 700/60	2360	2,56	700	60	185	125	750
SI-S 800/60	2750	3,34	800	60	185	125	850
SI-S 900/60	3120	4,23	900	60	186	126	950
SI-S 1000/70	5000	4,48	1000	70	226	146	1050
SI-S 1100/70	5250	5,42	1100	70	226	146	1150
SI-S 1200/80	7790	5,65	1200	80	236	156	1250

Рис. 2. Резинометаллическая опора фирмы Fip Industriale и ее характеристики\*:  $V$  — сейсмическая вертикальная нагрузка;  $K_e$  — горизонтальная жесткость;  $D$  — диаметр;  $t_e$  — общая толщина резинового слоя;  $H$  — полная высота изолятора;  $h$  — высота тела изолятора;  $Z$  — длина опоры

\* Elastomeric isolators series SI. URL: [https://www.fipindustriale.it/public/S02\\_SI-eng.pdf](https://www.fipindustriale.it/public/S02_SI-eng.pdf)

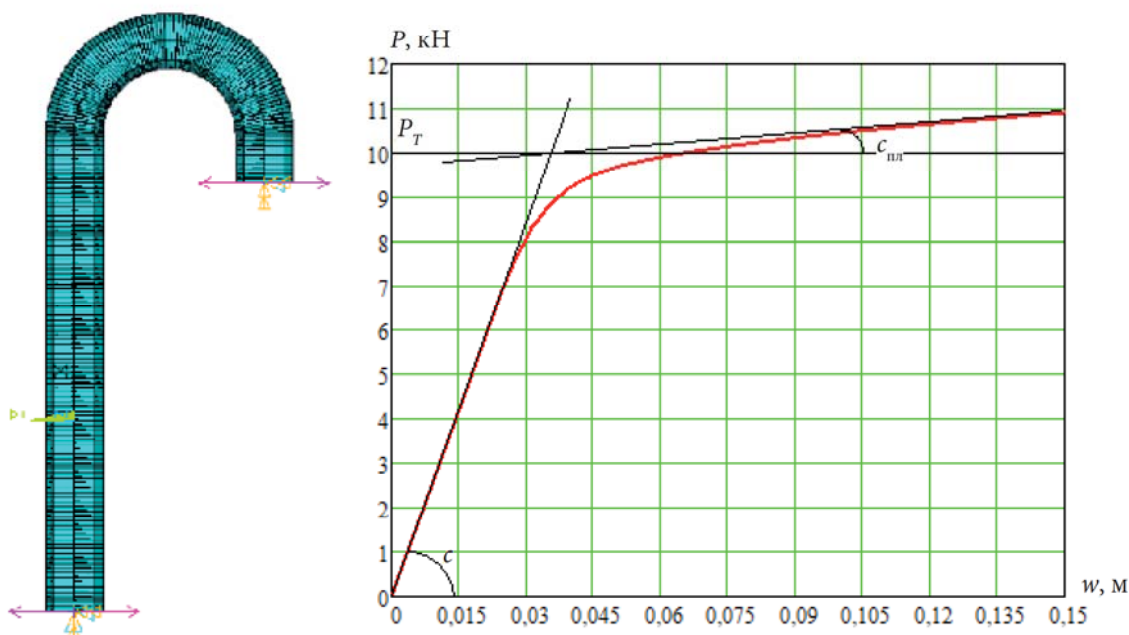


Рис. 3. Пластический демпфер и его силовая характеристика [8, 9]

в табл. 2. Сравнение результатов, полученных по нелинейной и линеаризованной моделям, приведено в табл. 3.

Обозначения в табл. 3:  $\ddot{x}_{\max} = \max_t |\ddot{x}(t)|$ ,  $a_{\max} = \max_t |\ddot{u}(t) + \ddot{x}(t)|$ ,  $u_{\max} = \max_t |u(t)|$ . Для всех уровней воздействий приведены средние величины значений  $\ddot{x}_{\max}$ ,  $a_{\max}$ ,  $u_{\max}$ , полученные как суммарные значения величин, отнесенные к их количеству:  $\sum_{i=1}^N \ddot{x}_{\max i} / N$ ,  $\sum_{i=1}^N a_{\max i} / N$ ,  $\sum_{i=1}^N u_{\max i} / N$ .

Это сравнение показывает, что линеаризованная модель адекватна нелинейной, если оптими-

зация будет проводиться по критерию минимизации дисперсии абсолютных ускорений [10].

**Переход от параметра безразмерного демпфирования к конструктивным параметрам ПД**

После того как найдены параметры линеаризованной модели, оптимизацию  $\xi_{\text{л}}$  можно выполнить пошаговым изменением этого коэффициента. Зная  $\xi_{\text{л}}$ , можно подобрать параметры пластических демпферов, реализующих оптимальное значение  $\xi_{\text{л}}$ . Формулы, позволяющие осуществлять такой подбор, содержатся в [9, 11].

Анализ формул (6) показывает, что варьирование коэффициента  $\xi_{\text{л}}$  зависит в основном

Таблица 1

**Параметры линейной и нелинейной расчетных моделей**

Линейная модель	Нелинейная модель
$\ddot{u} + 2\xi\omega\dot{u} + \omega^2u + f(u, \dot{u}) = -\ddot{x}(t)$	$\ddot{u}_{\text{л}} + 2\xi_{\text{л}}\omega_{\text{л}}\dot{u}_{\text{л}} + \omega_{\text{л}}^2u_{\text{л}} = -\ddot{x}(t)$
$\xi = 0,01$ ; $m = 100 \text{ т}$ ; $K_e = 0,54 \cdot 10^3 \text{ кН/м}$	$\xi_{\text{eff}} = 0,154$ ; $K_{\text{eff}} = 0,68 \cdot 10^3 + \frac{23}{0,1} = 0,91 \cdot 10^3 \text{ кН/м}$ ; $\xi_{\text{л}} = \xi + \xi_{\text{eff}} = 0,01 + 0,154 = 0,164$
$\omega = \sqrt{\frac{K_e}{m}} = \sqrt{\frac{0,54 \cdot 10^3}{100}} = 2,324$ ; $f = \frac{\omega}{2\pi} = 0,37 \approx 0,4 \text{ Гц}$	$\omega_{\text{л}} = \sqrt{\frac{K_{\text{eff}}}{m}} = \sqrt{\frac{0,91 \cdot 10^3}{100}} = 3,017$ ; $f_{\text{л}} = \frac{\omega_{\text{л}}}{2\pi} = 0,48 \text{ Гц}$

Таблица 2  
**Параметры билинейной характеристики ПД**  
 $f(u, \dot{u})$

1	$P_T = 26$ кН	$f_T = \frac{P_T}{m} = 0,26$ м/с <sup>2</sup>
2	$c = 6,5 \cdot 10^3$ кН/м	$\omega_1 = \sqrt{\frac{c}{m}} = 8,062$ 1/с
3	$c = 140$ кН/м	$\omega_2 = \sqrt{\frac{c_{пл}}{m}} = 1,183$ 1/с

от соотношения  $F_{max}/F_0$ . Для демпферов, представленных на рис. 3, это соотношение меняется в широком диапазоне при изменении толщины и длины стержней ПД (рис. 4).

Следует отметить, что переход от оптимального значения  $\xi_{дл}$  для линейной модели к новой не-

линейной характеристике может привести к потере адекватности линейной и нелинейной модели.

**Заключение**

Предложен приближенный алгоритм поиска оптимальных параметров пластических демпферов. Алгоритм основан на замене нелинейной динамической модели на линеаризованную. Задача рассмотрена в стохастической постановке. Даны рекомендации по выбору конструктивных параметров пластических демпферов для реализации оптимального коэффициента демпфирования.

**Библиографический список**

1. Рутман Ю. Л. Маятниковые сейсмоизолирующие опоры. Конструкция. Расчет. Эксперимент // Инженерно-строительный журнал. 2012. № 1 (27). С. 31–36.

Таблица 3

**Результаты расчета по линейной и нелинейной моделям**

Обозначение	Внешнее воздействие $\ddot{x}_{max}$	Нелинейная модель		Линейная модель		Отличие моделей	
		$a_{max}$	$u_{max}$	$a_{max}$	$u_{max}$	$a_{max}$	$u_{max}$
Ед. изм.	м/с <sup>2</sup>	м/с <sup>2</sup>	мм	м/с <sup>2</sup>	мм	%	%
1	8,3386	2,9642	397,57	2,85	283,76	3,85	28,63
2	9,43	1,4908	179,68	1,5484	144,56	3,72	19,55
3	7,54875	2,1005	270,56	2,2039	213,3	4,69	21,16
4	6,3783	1,3952	166,87	1,4736	145,21	5,32	12,98
5	5,6605	1,5649	185,23	1,529	154,15	2,29	16,78
6	4,5057	1,4076	167,51	1,2366	122,7	12,15	26,75
7	3,7063	1,4873	177,02	1,387	140,06	6,74	20,88
8	2,635	0,825273	80,731	0,825591	82,46877	0,039	2,11

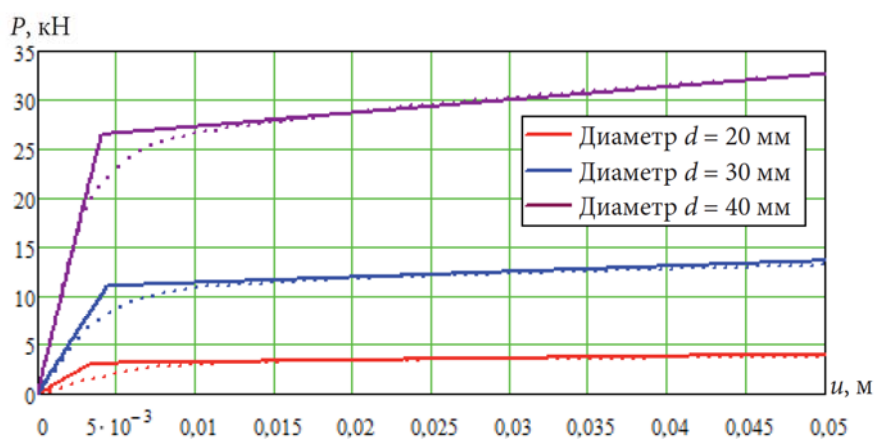


Рис. 4. Зависимости горизонтальной восстанавливающей силы  $P$  от относительных горизонтальных смещений концов стержня

2. Беляев В. С., Гуськов В. Д., Долбенков В. Г., Рутман Ю. Л. Устройства для сейсмоизоляции зданий, промышленных объектов и их оборудования // Вестник ИНЖЭКОНа, сер. «Технические науки». 2007. № 6 (19). С. 114–121.

3. Справочник по динамике сооружений / под ред. Б. Г. Коренева, И. М. Рабиновича. М.: Стройиздат, 1972. 511 с.

4. Коловский М. З. Нелинейная теория виброзащитных систем. М.: Наука, 1966. 317 с.

5. Магнус К. Колебания: пер. с нем. М.: Мир, 1982. 304 с.

6. Бидерман В. Л. Прикладная теория механических колебаний. М.: Высшая школа, 1972. 416 с.

7. Островская Н. В., Рутман Ю. Л. Линеаризация силовых характеристик пластических демпферов, применяемых в системах сейсмоизоляции // Морские интеллектуальные технологии. 2016. № 2 (32). С. 89–94.

8. Ostrovskaya N. V., Rutman Yu. L. Optimum control of energy dissipation in support-pendulum seismic isolation system for large NPP equipment // Procedia Structural Integrity. 2017. Vol. 6. Pp. 19–26.

9. Рутман Ю. Л., Ковалева Н. В. Оценка эффективности параметров демпфирования в системах сейсмоизоляции // Инженерно-строительный журнал. 2012. № 1 (27). С. 37–43.

10. Ковалева Н. В., Рутман Ю. Л., Давыдова Г. В. Определение оптимальных параметров демпфирования в системах сейсмоизоляции // Инженерно-строительный журнал. 2013. № 5 (40). С. 107–115.

11. Рутман Ю. Л., Солнцева Я. С. Определение усилий пластического срабатывания стержневых пластических демпферов // Труды 23-й междунар. конф. «Математическое моделирование в механике сплошных сред. Методы граничных и конечных элементов». СПб.: НИЦ МОРИНТЕХ, 2009. С. 388–393.

## References

1. Rutman Yu. L. *Mayatnikovye seismoizoliruyushchie opory. Konstruktsiya. Raschet. Ekhksperiment* [Pendulum type seismic isolation supports. Design. Calculation. Experiment]. *Inzhenerno-stroitel'nyy zhurnal – Civil Engineering Journal*, 2012, no. 1 (27), pp. 31–36.

2. Belyaev V. S., Gus'kov V. D., Dolbenkov V. G., Rutman Yu. L. *Ustroystva dlya seismoizolyatsii zdaniy, promyshlennykh ob'ektov i ikh oborudovaniya* [Designs for

seismic isolation of buildings, industrial facilities and their equipment]. *Vestnik INZHEKONa. Ser. Tekhnicheskie nauki – Bulletin of UNECON. Ser. Technical science*, 2007, no. 6 (19), pp. 114–121.

3. *Spravochnik po dinamike sooruzheniy* [Reference book on the dynamics of structures]. Ed. by Korenev B. G., Rabinovich I. M. Moscow, Stroyizdat Publ., 1972, 511 p.

4. Kolovskiy M. Z. *Nelineynaya teoriya vibrozashchitnykh sistem* [Nonlinear theory of vibration protection systems]. Moscow, Nauka Publ., 1966, 317 p.

5. Magnus K. *Kolebaniya* [Vibrations]. Transl. from German. Moscow, Mir Publ., 1982, 304 p.

6. Biderman V. L. *Prikladnaya teoriya mekhanicheskikh kolebaniy* [Applied theory of mechanical vibrations]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1972, 416 p.

7. Ostrovskaya N. V., Rutman Yu. L. *Linearizatsiya silovykh kharakteristik plasticheskikh dempferov, primenyaemykh v sistemakh seismoizolyatsii* [Linearization of force characteristics of plastic dampers used in seismic isolation systems]. *Morskie intellektual'nye tekhnologii – Marine intelligent technologies*, 2016, no. 2 (32), pp. 89–94.

8. Ostrovskaya N. V., Rutman Yu. L. Optimum control of energy dissipation in support-pendulum seismic isolation system for large NPP equipment. *Procedia Structural Integrity*, 2017, vol. 6, pp. 19–26.

9. Rutman Yu. L., Kovaleva N. V. *Otsenka ehffektivnosti parametrov dempfirovaniya v sistemakh seismoizolyatsii* [Estimation of efficiency of damping parameters in seismic isolation systems]. *Inzhenerno-stroitel'nyy zhurnal – Civil Engineering Journal*, 2012, no. 1 (27), pp. 37–43.

10. Kovaleva N. V., Rutman Yu. L., Davydova G. V. *Opredelenie optimal'nykh parametrov dempfirovaniya v sistemakh seismoizolyatsii* [Determination of optimal damping parameters in seismic isolation systems]. *Inzhenerno-stroitel'nyy zhurnal – Civil Engineering Journal*, 2013, no. 5 (40), pp. 107–115.

11. Rutman Yu. L., Solntseva Ya. S. *Opredelenie usilii plasticheskogo srabatyvaniya stержnevyykh plasticheskikh dempferov* [Determination of plastic response forces of rod plastic dampers]. *Trudy 23-y mezhdunar. konf. «Matematicheskoe modelirovanie v mekhanike sploshnykh sred. Metody granichnykh i konechnykh ehlementov»* [Proc. of the 23-rd International. conf. “Mathematical modeling in continuum mechanics. Boundary and finite element methods”]. St. Petersburg, NITs MORINTEKh Publ., 2009, pp. 388–393.