

УДК 721.011:624.07

© В. Г. Темнов, д-р техн. наук, профессор
(Петербургский государственный университет
путей сообщения Императора Александра I,
Санкт-Петербург, Россия)
E-mail: vgttemnov@gmail.com

DOI 10.23968/1999-5571-2022-19-4-47-57

© V. G. Temnov, Dr. Sci. Tech., Professor
(Emperor Alexander I St. Petersburg
State Transport University
St. Petersburg, Russia)
E-mail: vgttemnov@gmail.com

КОНСТРУКТИВНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ФОРМ И СТРУКТУР АРХИТЕКТУРНО- ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПРОСТРАНСТВ ОБЪЕКТОВ СРЕДЫ ОБИТАНИЯ СРЕДСТВАМИ САПР

STRUCTURAL OPTIMIZATION OF FORMS AND STRUCTURES OF ARCHITECTURAL AND FUNCTIONAL SPACES OF HABITAT OBJECTS BY MEANS OF CAD

Проектирование современных объектов строительства неразрывно связано с синтезом оптимальных по массе вариантов несущих конструктивных систем. Получение эффективных (оптимальных) решений при синтезе конструктивных систем стало возможным и достижимым как по срокам, так и по стоимости при автоматизированном проектировании с использованием средств архитектурно-строительной бионики. В статье предлагаются алгоритмические модели автоматизированного синтеза конструктивных систем по массе. Представлены решения конструктивных систем, полученные на основе результатов теоретических исследований в процессе проектирования в среде САПР.

Ключевые слова: автоматизированный синтез, алгоритмическая модель задачи, математические методы оптимизации, надежность, напряженно-деформированное состояние (НДС), несущая способность конструкции (прочность, жесткость и устойчивость), бионические принципы, система автоматизированного проектирования.

The design of modern construction facilities is inextricably linked to the synthesis of optimal mass variants of load-bearing structural systems. With emergence of computer aided design including the means of architectural and construction bionics, coming to efficient (optimal) decisions at the morphogenesis of structural systems has become possible and achievable both in regard to timing terms and to the cost of work. The author morphogenesis an algorithmic model for automated synthesis of structural systems by mass. There are presented some solutions of structural systems obtained on the basis of the theoretical research results in process of design in CAD environment.

Keywords: automated morphogenesis, algorithmic model of the problem, mathematical methods of optimization, reliability, stress-strain state (SSS), design bearing capacity (strength, rigidity and stability), bionic principles, computer-aided design (CAD).

Введение

Проектирование современных объектов строительства неразрывно связано с естественной и искусственной средами обитания.

Основой искусственной среды обитания являются архитектурно-функциональные пространства, представляющие собой геометрические объекты с присущими количественными и качественными параметрами: объемом $V(t)$, конфигурацией и структурой, меняющимися во времени t .

Формируя архитектурно-функциональные пространства среды обитания [1–2], архитектор и инженер не только учитывают полезность,

прочность, художественные качества, а интегрируют упомянутые факторы, влияющие на форму и структуру пространства, на основе их социального, экологического, эстетического осмысления.

Создание объектов среды обитания неразрывно связано с оптимизацией по массе, стоимости и энергозатратам несущих и ограждающих конструктивных систем, материализующих функциональные пространства как геометрические объекты.

1. Материалы и методы

В данной статье предлагается осуществлять поиск рациональных форм и структур

архитектурно-функциональных пространств объектов среды обитания на основе применения многогранников — многогранных геометрических тел.

1.1. Формо- и структурообразование архитектурно-функциональных пространств объектов среды обитания на основе многогранных геометрических тел

Многогранные геометрические тела — это особый класс замкнутых пространственных конструктивных систем, у которых постоянные (заданные) объемы тел ограничены минимальными (замкнутыми) ограждающими поверхностями $S(x) = \frac{dV(x)}{dx} = \min$, или ограждающие поверхности с заданными площадями $S(x) = \text{const}$ охватывают максимальные объемы тел ($V(x) = \int S(x)dx = \max, V(x) = \text{const}$).

Получение в процессе проектирования таких оптимальных архитектурно-конструктивных решений многогранных конструктивных тел эстетически выразительных по форме (рис. 1) и за-

кономерных по структурному (тектоническому) образованию архитектурно-функциональных пространств объектов (рис. 2) стало возможным при автоматизированном проектировании с использованием средств САПР и архитектурно-строительной бионики [3].

Следует отметить, что многогранные конструктивные тела гомеоморфны, то есть, согласно гипотезе Пуанкаре [4], топологически взаимно однозначны трехмерной сфере. Это дает возможность получить геометрические ряды, элементами которых являются многогранные конструктивные тела постоянного объема ($V(x) = \text{const}$) (рис. 3).

Задача проектировщика состоит в том, на каком из этих тел остановиться с учетом выполнения всех требований архитектурного функционального пространства средового объекта.

Далее на базе принятых конструктивных систем с учетом упомянутых параметров геометрических пространств осуществляется их аппроксимация равнопрочными конструктивны-

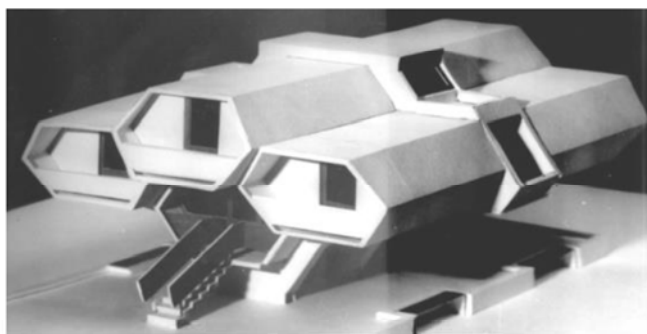


Рис. 1. Мобильный жилой дом в бионических конструкциях для северных районов (арх. Е. Е. Чернов, инж. В. Г. Темнов, Е. Н. Митрофанов, дизайнер Е. А. Феоктистова)

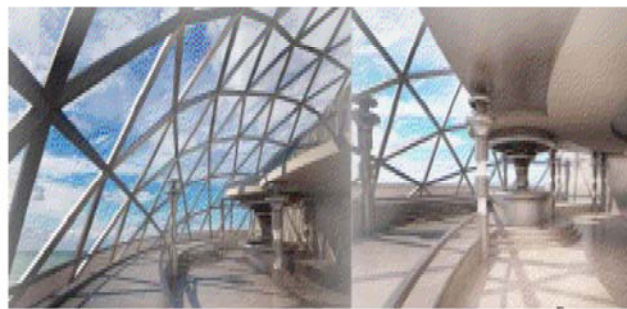


Рис. 2. Конструктивно-дизайнерское решение дайвинг-центра «СИРИУС» в Дубае (на основе геодезических куполов (инж. В. Г. Темнов, дизайнер Е. Н. Крадинова)

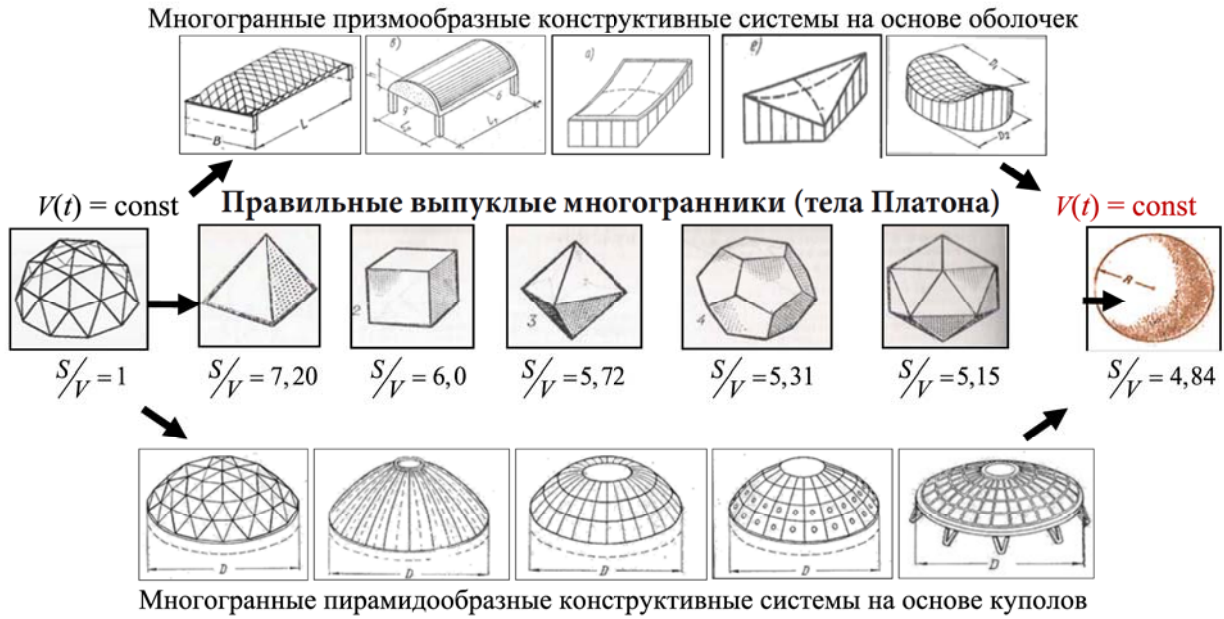


Рис. 3. Геометрические ряды из многогранных конструктивных тел (конструктивные варианты разрешения гипотезы Пуанкаре)

ми многогранниками [5], образующими при заданном объеме архитектурно-функционального пространства объектов среды обитания минимальные площади ограждающих поверхностей.

1.2. Геометрические параметры экстремальных форм многогранных пирамидообразных конструктивных систем

Обратимся к геометрическому телу, представляющему собой в общем виде многогранник пирамидального типа с n равными боковыми гранями, все грани которого представляют собой треугольники, и сопоставим его по объему с заданным объемом шара $V(t) = \text{const}$ (рис. 4).

Рассмотрим многообразие конструктивных систем — многогранников пирамидального типа с позиции минимизации (оптимизации) площади ограждающей поверхности S при заданном объеме ($V(t) = \text{const}$):

$$S = \min \left(n \frac{1}{2} a \cdot b \right),$$

в развернутом виде

$$S = \min \left(\frac{1}{2} na \frac{1}{2na^2 \text{tg}\beta} \sqrt{n^2 \cdot a^6 + 4(12)^2 \cdot V^2 (\text{tg}\beta)^4} \right),$$

или

$$S = \min \left(\frac{1}{4a \cdot \text{tg}\beta} \sqrt{n^2 \cdot a^6 + 4(12)^2 \cdot V^2 (\text{tg}\beta)^4} \right). \quad (I.2.1)$$

Здесь $\alpha = \frac{360}{n}$, $\frac{\alpha}{2} = \frac{360}{2n} = \frac{180}{n}$; $\frac{a}{2} / t = \text{tg}\beta$,

$$t = \frac{a}{2 \text{tg}\beta} = \frac{a}{2 \text{tg} \frac{180}{n}}$$

— угловые зависимости;

$$f = \frac{a}{2} t = \frac{a \cdot a}{2 \cdot 2 \text{tg}\beta} = \frac{a^2}{4 \text{tg}\beta}$$

— площадь треугольника основания; $F = n \cdot f = n \frac{a^2}{4 \text{tg}\beta}$ — площадь всего основания пирамиды; $V = \frac{1}{3} F \cdot h$ — объем многогранной пирамиды; $h = \frac{3V}{F} = \frac{3V \cdot 4 \text{tg}\beta}{n \cdot a^2} = \frac{12V \cdot \text{tg}\beta}{n \cdot a^2}$ — высота многогранной пирамиды;

$$b^2 = t^2 + h^2 = \left(\frac{a}{2 \text{tg}\beta} \right)^2 + \left(\frac{12V \cdot \text{tg}\beta}{n \cdot a^2} \right)^2 =$$

$$= \frac{a^2}{4 (\text{tg}\beta)^2} + \frac{(12)^2 \cdot V^2 \cdot (\text{tg}\beta)^2}{n^2 \cdot a^4};$$

$$b = \sqrt{\frac{a^2}{4 (\text{tg}\beta)^2} + \frac{(12)^2 \cdot V^2 \cdot (\text{tg}\beta)^2}{n^2 \cdot a^4}} =$$

$$= \sqrt{\frac{n^2 \cdot a^6 + 4 \cdot (12)^2 \cdot V^2 \cdot (\text{tg}\beta)^4}{4n^2 a^4 (\text{tg}\beta)^2}} =$$

$$= \frac{1}{2na^2 \text{tg}\beta} \sqrt{n^2 \cdot a^6 + 4 \cdot (12)^2 \cdot V^2 \cdot (\text{tg}\beta)^4}$$

— медиана пирамиды.

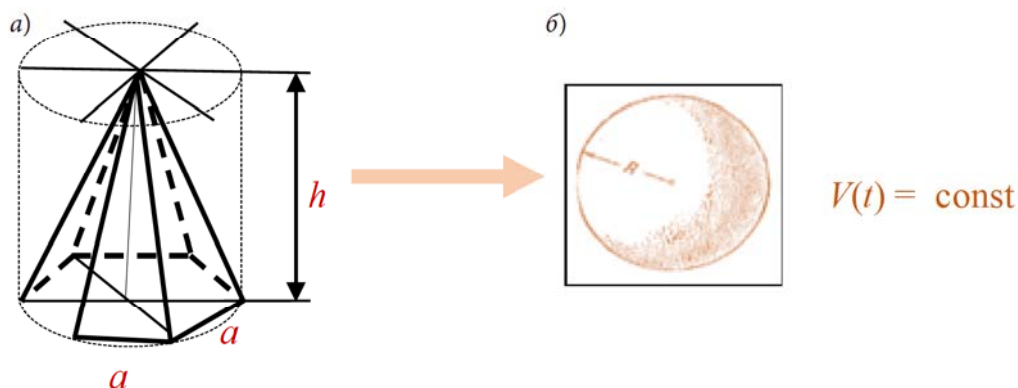


Рис. 4. Геометрические тела: а — пирамида; б — шар

Из решения уравнения (I.2.1) находим полную площадь ограждающей поверхности многогранной пирамиды при заданном объеме ($V(t) = \text{const}$).

Из всех возможных вариантов ограждающих поверхностей наибольший интерес представляет та поверхность, площадь которой имеет минимальное значение. Для получения такой поверхности достаточно возвести в квадрат левую и правую части уравнения (I.2.1):

$$\begin{aligned} (S^2) &= \left(\frac{1}{4a \cdot \text{tg}\beta} \sqrt{n^2 \cdot a^6 + 4 \cdot (12)^2 \cdot V^2 \cdot (\text{tg}\beta)^4} \right)^2 = \\ &= \frac{1}{16a^2 (\text{tg}\beta)^2} \left(n^2 a^6 + 4(12)^2 V^2 (\text{tg}\beta)^4 \right) = \\ &= \left(\frac{n^2 a^4}{16 (\text{tg}\beta)^2} + \frac{36}{a^2} - V^2 (\text{tg}\beta)^2 \right), \text{ или} \\ (S^2) &= \left(\frac{36}{a^2} - V^2 (\text{tg}\beta)^2 + \frac{n^2 a^4}{16 (\text{tg}\beta)^2} \right), \quad (\text{I.2.2}) \end{aligned}$$

продифференцировать полученное выражение (I.2.2) по величине ребра a и приравнять производную нулю. В результате чего получим уравнение вида

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{d(S^2)}{da} = \\ &= \frac{-72V_{\text{тетр}}^2 (\text{tg}\beta)^2}{a^3} + \frac{n^2}{4(\text{tg}\beta)^2} a^3 = 0. \quad (\text{I.2.3}) \end{aligned}$$

Решения уравнения (I.2.3)

$$\begin{aligned} 72V_{\text{тетр}}^2 (\text{tg}\beta)^2 &= \frac{n^2}{4(\text{tg}\beta)^2} a^6, \\ \text{или} \frac{278V^2 (\text{tg}\beta)^4}{n^2} &= a^6, \end{aligned}$$

$$a^3 = \sqrt{\frac{278V^2 (\text{tg}\beta)^4}{n^2}} = \frac{16,67V (\text{tg}\beta)^2}{n}$$

дают возможность найти геометрические параметры многогранной пирамиды при заданном объеме $V(t) = \text{const}$:

$$\begin{aligned} a &= \sqrt[3]{\frac{16,67V (\text{tg}\beta)^2}{n}} = 2,5547 \sqrt[3]{\frac{V (\text{tg}\beta)^2}{n}}, \\ V &= \frac{n \cdot a^3}{16,67 (\text{tg}\beta)^2} = 0,059988 \frac{n \cdot a^3}{(\text{tg}\beta)^2}; \\ h &= \frac{3V}{F} = \frac{3V \cdot 4 \text{tg}\beta}{n \cdot a^2} = \frac{12V \cdot \text{tg}\beta}{n \cdot a^2} = \\ &= \frac{12 \cdot 0,059988 \frac{n \cdot a^3}{(\text{tg}\beta)^2} \text{tg}\beta}{n \cdot a^2} = \frac{12 \cdot 0,059988 \frac{n \cdot a^3}{\text{tg}\beta}}{n \cdot a^2} = \\ &= \frac{12 \cdot 0,059988 \cdot a}{\text{tg}\beta} = \frac{0,719856 \cdot a}{\text{tg}\beta}; \\ b &= \sqrt{\frac{a^2}{4(\text{tg}\beta)^2} + \frac{(12)^2 \cdot V^2 \cdot (\text{tg}\beta)^2}{n^2 \cdot a^4}} = \\ &= \sqrt{\frac{n^2 \cdot a^6 + 4 \cdot (12)^2 \cdot V^2 \cdot (\text{tg}\beta)^4}{4n^2 a^4 (\text{tg}\beta)^2}} = \\ &= \frac{1}{2n a^2 \text{tg}\beta} \sqrt{n^2 \cdot a^6 + 4 \cdot (12)^2 \cdot V^2 \cdot (\text{tg}\beta)^4}; \\ c(l) &= \sqrt{b^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}. \end{aligned}$$

На основе полученных параметров по формуле (I.2.1) возможно определение минимальной площади ограждающей поверхности многогранной пирамиды при заданном количестве граней n и величине объема $V(t) = \text{const}$.

Результаты определения минимальных (оптимальных) величин площадей ограждающих поверхностей при величине объема пирамиды $V(t) = 100 \text{ м}^3$ представлены в таблице.

1.2.1. Геометрические параметры экстремальных форм конусообразных (многогранных) конструктивных систем

Обратимся к геометрическому телу, представляющему собой в общем виде конус, получаемый из *тетраэдра* — многогранника пирамидального типа с n равными боковыми гранями (при $n \rightarrow \infty$), все грани которого представляют собой треугольники, и сопоставим его по объему с заданным объемом шара (рис. 5).

Покажем существующие соотношения между элементами конуса:

$F = \pi R^2$ — площадь основания конуса; $V = \frac{1}{3} F \cdot h = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot h$ — объем конуса; $h = \frac{3V}{\pi R^2}$ — высота конуса; $M = \pi R \sqrt{R^2 + h^2}$ — площадь боковой поверхности конуса.

Из решения уравнения вида

$$M = \pi R \sqrt{R^2 + \frac{9V^2}{\pi^2 \cdot R^4}} = \pi R \sqrt{\frac{\pi^2 R^6 + 9V^2}{\pi^2 \cdot R^4}} = \pi R \frac{1}{\pi R} \sqrt{\frac{\pi^2 R^6 + 9V^2}{R^2}} = \sqrt{\pi^2 R^4 + \frac{9V^2}{R^2}} \quad (1.2.4)$$

находим полную площадь ограждающей боковой поверхности конуса M при заданном объеме $V(t) = \text{const}$. Из всех возможных вариантов ограждающих его поверхностей наибольший интерес представляет та, площадь которой имеет минимальное значение.

Для получения такой поверхности достаточно возвести в квадрат левую и правую части уравнения (1.2.4):

$$M^2 = \pi^2 R^4 + \frac{9V^2}{R^2}, \quad (1.2.5)$$

продифференцировать полученное выражение (1.2.5) по величине радиуса R и приравнять производную нулю. В результате чего получим уравнение вида

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d(M^2)}{dR} = 4\pi^2 R^3 - \frac{18V^2}{R^3} = 0. \quad (1.2.6)$$

Решения уравнения (1.2.6) — $4\pi^2 R^3 - \frac{18V^2}{R^3} = 0$, или $4\pi^2 R^6 - 18V^2 = 0$ — дают возможность найти параметры конуса при заданном объеме $V(t) = \text{const}$:

$$R^3 = \sqrt{\frac{18V^2}{4\pi^2}}, \text{ или } R = \sqrt[3]{\left(\frac{18V^2}{4\pi^2}\right)^{1/2}}, \quad h = \frac{3V}{\pi R^2}$$

и получить формулу определения минимальной площади полной ограждающей поверхности конуса:

$$M = \pi R \sqrt{R^2 + h^2} = \sqrt{\pi^2 R^4 + \frac{9V^2}{R^2}}. \quad (1.2.7)$$

Исходя из заданного объема геометрического тела $V(t) = 100 \text{ м}^3$ и была определена величина полной площади ограждающей поверхности конуса. Результаты расчета представлены в таблице.

Из таблицы видно, что с увеличением количества граней n площадь боковой ограждающей поверхности многогранных пирамид при заданном объеме $V(t) = \text{const}$ уменьшается и при $n \rightarrow \infty$ пирамида становится конусом.

1.3. Геометрические параметры экстремальных форм многогранных призмобразных конструктивных систем

Обратимся к геометрическому телу, представляющему собой в общем виде многогранную призму (рис. 6) с n равными четырехугольными

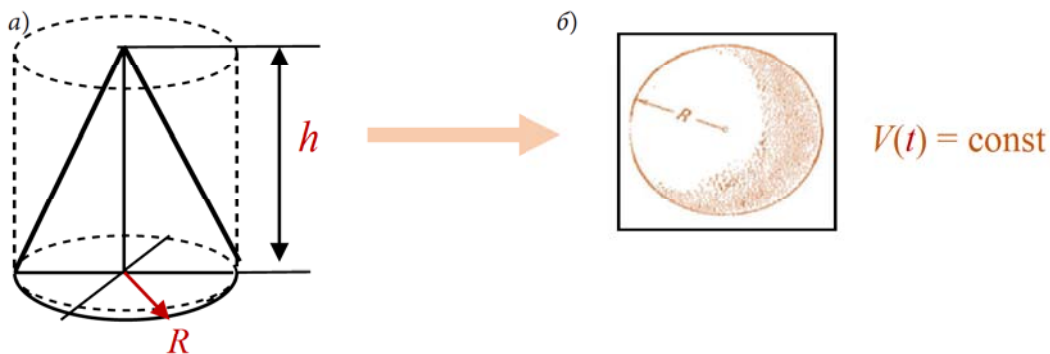


Рис. 5. Геометрические тела: а — конус; б — шар

Результаты определения минимальных площадей ограждающих поверхностей при величине объема пирамиды $V(t) = 100 \text{ м}^3$

n	3	4	5	...	180	...	360
$\text{tg } \beta = \text{tg}(180/n)$	1,7321	1,0	0,7265	...	0,017455	...	0,008727
$a = \sqrt[3]{\frac{16,67V(\text{tg } \beta)^2}{n}}$	11,8579	7,4695	5,6039	...	0,141308	...	0,070650
$t = \frac{a}{2\text{tg } \beta}$	3,4232	3,7347	3,8568	...	4,047780	...	4,047824
$f = a/2 \cdot t$	20,2959	13,9483	10,8066	...	0,285992	...	0,142989
$F = n \cdot f$	60,8879	55,7926	54,0332	...	51,47853	...	51,47617
$h = \frac{0,7178 \cdot a}{\text{tg } \beta}$	4,9143	5,3616	5,5368	...	5,810992	...	5,810996
$b = \sqrt{\frac{a^2}{4(\text{tg } \beta)^2} + \frac{(12)^2 \cdot V^2 \cdot (\text{tg } \beta)^2}{n^2 \cdot a^4}}$	5,9997	6,5467	6,7603	...	7,0955114	...	7,095922
$c(l) = \sqrt{b^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$	8,4349	7,5371	7,3179	...	7,0958631	...	7,0960099
$S_{\text{пирамиды}} = n(1/2(a \cdot b))$	106,7173	97,8010	94,7102	...	90,2432	...	90,23880
$a/c(l)$	1,4058	0,9910	0,76580	...	0,01990	...	0,009956
S/F	1,752684	1,75260	1,75281		1,75302		1,753021
$M_{\text{конуса}} = \sqrt{\pi^2 R^4 + (9V^2/R^2)}$							90,22940
$M_{\text{конуса}}/F$							1,752838

боковыми гранями ($n \geq 3$), и сопоставим его по объему с заданным объемом шара.

Выразим объем $V(t)$ и площадь ограждающей поверхности S многогранной призмы через проектные параметры (a и h):

$$V = F \cdot h = nf \cdot h = \frac{na^2}{4\text{tg } \beta} \cdot h; \quad (I.3.1)$$

$$S = 2F + na \cdot h = 2 \frac{na^2}{4\text{tg } \beta} + na \cdot h = 2 \frac{na^2}{4\text{tg } \beta} + na \frac{4V \cdot \text{tg } \beta}{n \cdot a^2} = \frac{na^2}{2\text{tg } \beta} + \frac{4V \cdot \text{tg } \beta}{a}, \quad (I.3.2)$$

где $F = n \cdot f = n \frac{na^2}{4\text{tg } \beta}$.

Для решения уравнения (I.3.2) воспользуемся классическим методом поиска экстремума функции.

Для этого продифференцируем выражение (I.3.2):

$$\frac{dS}{da} \left(\frac{na^2}{2\text{tg } \beta} + \frac{4V \cdot \text{tg } \beta}{a} \right) = \frac{na}{\text{tg } \beta} - \frac{4V \cdot \text{tg } \beta}{a^2}. \quad (I.3.3)$$

Приравняв полученное выражение к нулю:

$$\frac{na}{\text{tg } \beta} - \frac{4V \cdot \text{tg } \beta}{a^2} = 0, \text{ найдем при заданном объеме}$$

$V(t)$ величину параметра призмы a :

$$a = \sqrt[3]{\frac{4V \cdot \text{tg}^2 \beta}{n}}. \quad (I.3.4)$$

Умножим обе части уравнения (I.3.1) на a :

$$V \cdot a = \frac{na^3}{4\text{tg } \beta} \cdot h. \quad (I.3.5)$$

Подставим значение $a^3 = \frac{4V \cdot \text{tg}^2 \beta}{n}$ в выражение (I.3.5):

$$V \cdot a = \frac{n \cdot 4V \cdot \text{tg}^2 \beta}{4\text{tg } \beta} h \quad (I.3.6)$$

и после преобразования получим высоту призмы:

$$h = \frac{a}{n \text{tg } \beta} = \sqrt[3]{\frac{4V \cdot \text{tg}^2 \beta}{n}} / n \text{tg } \beta. \quad (I.3.7)$$

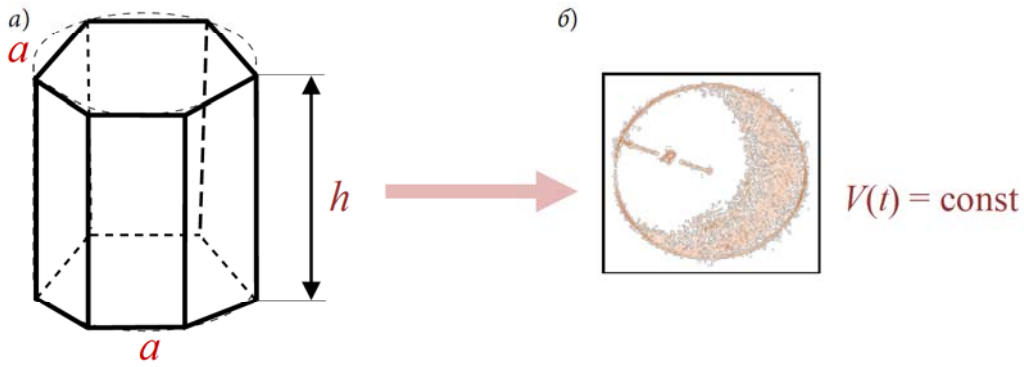


Рис. 6. Геометрические тела: а — призма; б — шар

Площадь ограждающей поверхности призмы при заданном объеме $V(t)$ и полученных параметрах a и h является оптимальной и равна:

$$S = \frac{na^2}{2 \operatorname{tg} \beta} + na \cdot h = n \left(\sqrt[3]{\frac{4V \cdot \operatorname{tg}^2 \beta}{n}} \right)^2 / 2 \operatorname{tg} \beta + \left(\sqrt[3]{\frac{4V \cdot \operatorname{tg}^2 \beta}{n}} \right) / \operatorname{tg} \beta. \quad (I.3.8)$$

I.3.1. Геометрические параметры экстремальных форм многогранных цилиндрических конструктивных систем

Обратимся к геометрическому телу, представляющему собой в общем виде эллипсоид (рис. 7), получаемый из призмобразного многогранника с n равных боковых граней при $n \rightarrow \infty$.

Выразим объем V и площадь ограждающей поверхности S цилиндра через проектные параметры:

$$V = \pi r^2 h; \quad (I.3.8)$$

$$S = 2\pi r^2 + 2\pi r h. \quad (I.3.9)$$

Заменив в выражении (I.3.9) высоту цилиндра отношением $h = V / \pi r^2$, получим уравнение ограждающей поверхности S вида

$$S = 2\pi r^2 + \frac{2V}{r}. \quad (I.3.10)$$

Для решения уравнения (I.3.10) воспользуемся классическим методом поиска экстремума функции. Для этого продифференцируем выражение (I.3.10):

$$\frac{dS}{dr} = 4\pi r - \frac{2V}{r^2} = 2\pi r - \frac{V}{r^2}. \quad (I.3.11)$$

Приравняв полученное выражение к нулю: $\left(2\pi r - \frac{V}{r^2} \right) = 0$, найдем при заданном объеме $V(t)$ радиус цилиндра

$$r = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}. \quad (I.3.12)$$

Запишем соотношение в следующем виде:

$$Vr = \pi r^3 h; \quad (I.3.13)$$

Подставляя значение $r^3 = \frac{V}{2\pi}$ в выражение (I.3.13), получим высоту цилиндра

$$h = 2r. \quad (I.3.14)$$

Площадь ограждающей поверхности цилиндра при заданном объеме V и полученных параметрах r и h является оптимальной и равна:

$$S = 2\pi r^2 + 2\pi r h,$$

$$\left(S = 6\pi \left(\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}} \right)^2; S = 6\pi r^2; S = 3\pi h^2 / 2 \right). \quad (I.3.15)$$

I.4. Геометрические параметры экстремальных форм многогранных эллипсоидообразных конструктивных систем

Обратимся к геометрическому телу, представляющему собой в общем виде эллипсоид (рис. 8):

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1, \quad (I.4.1)$$

где a, b, c — полуоси эллипсоида.

Выразим объем $V(t)$ и площадь ограждающей поверхности S эллипсоидообразной конструктивной системы через проектные параметры — полуоси (a, b, c).

$$V = \frac{4}{3} \pi abc = \frac{4}{3} \pi (nc)(nc) \cdot c = \frac{4}{3} \pi n^2 c^3; \quad (I.4.1)$$

$$S = 4\pi n^2 c^2. \quad (I.4.2)$$

Из решения уравнения (I.4.1) определим величину полуоси эллипсоида c :

$$c^3 = 3V / 4\pi n^2; c = \sqrt[3]{3V / 4\pi n^2}. \quad (I.4.3)$$

Подставив в выражение (I.4.2) величину (I.4.3), получим уравнение ограждающей поверхности S вида

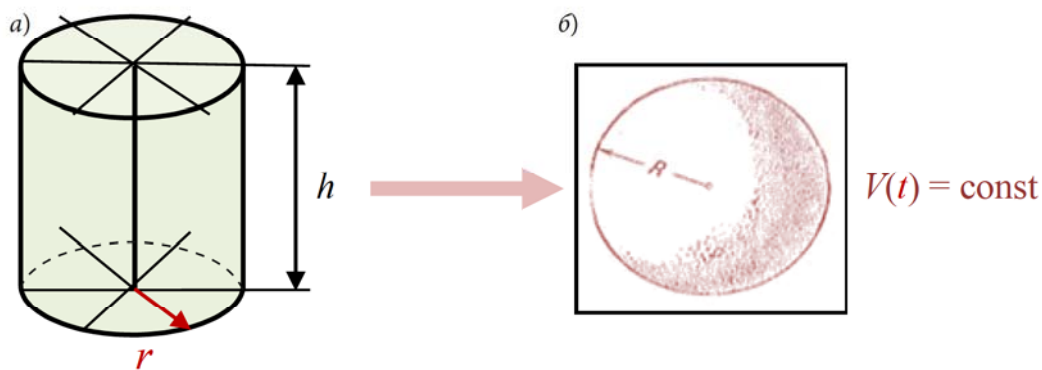


Рис. 7. Геометрические тела: а — цилиндр; б — шар

$$S = 4\pi n^2 \left(\sqrt[3]{3V / 4\pi n^2} \right)^2. \quad (I.4.4)$$

Зная величину полуоси c , несложно определить значения полуосей a и b :

$$a = b = n \cdot c = n \cdot \sqrt[3]{3V / 4\pi n^2}. \quad (I.4.5)$$

II. Результаты и обсуждения

Алгоритмическая модель задачи оптимизации многогранных конструктивных систем по массе и по энергозатратам

Алгоритмическая модель задачи оптимизации по массе и энергетическим затратам многогранных конструктивных систем при заданном объеме архитектурно-функциональных пространств от действия внешних нагрузок ($P^{(j)}$) представлена в виде итеративной блок-схемы, включающей два основных блока (рис. 9).

В блоке 1 осуществляется решение задачи оптимизации по массе несущей конструктивной системы. Математическая модель этой задачи (II.0)–(II.8) разработана исходя из прису-

щих строительным материалам зависимостей между прочностью (предельным значением напряжения σ), жесткостью (модулем упругости материала E) и плотностью материала (ρ), которые были использованы как ограничения вида: $\sigma/\rho \leq \zeta$ и $E/\rho \leq \xi$.

Здесь целевая функция (II.0) выражает теоретическую массу несущей конструкции (l — заданные параметры конструктивных элементов; F — искомые значения площадей поперечных сечений конструктивных элементов; (II.1) — условия равновесия; (II.2) — физические условия; (II.3) — условия совместности деформаций; (II.4) — ограничения на отношения предельных напряжений в конструктивных элементах к плотностям материала; (II.5) — ограничения на отношения модулей упругости к плотностям материала; (II.6) — условия жесткости; (II.7)–(II.8) — условия неотрицательности. Математическая модель (II.0)–(II.8) представляет собой

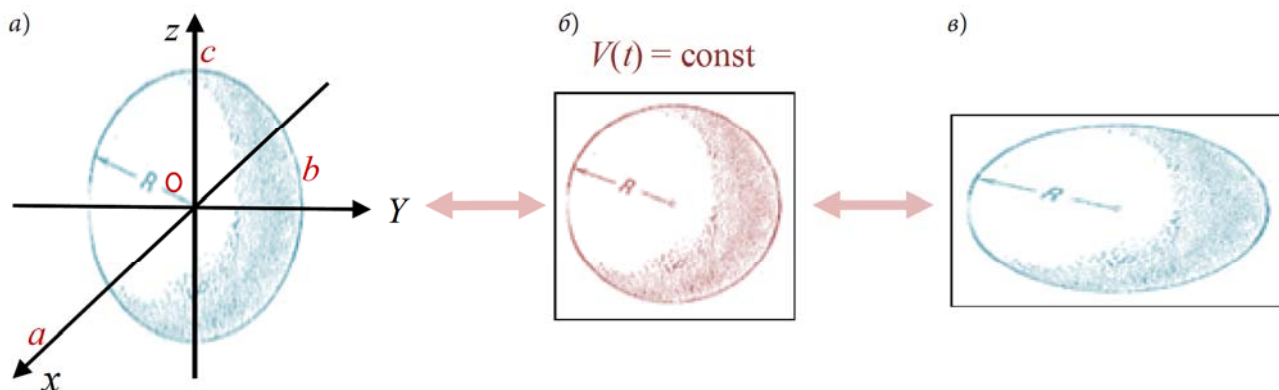


Рис. 8. Геометрические тела: а — вытянутый эллипсоид вращения ($a = b < c$); б — шар ($a = b = c$); в — сплюснутый эллипсоид вращения ($a = b > c$)

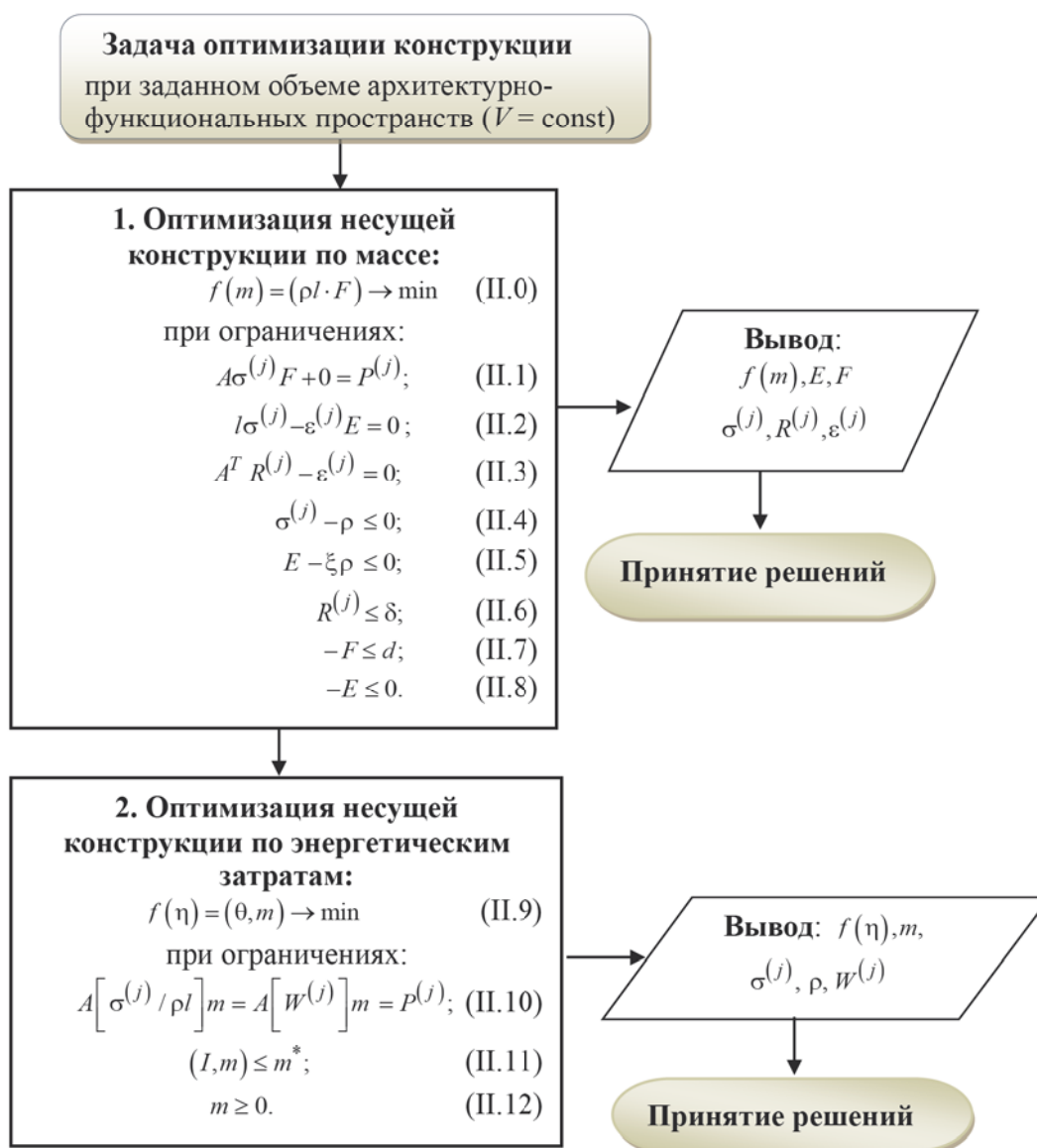


Рис. 9. Итеративная блок-схема

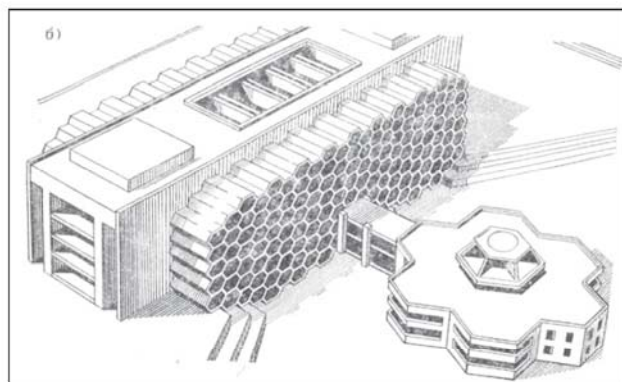


Рис. 10. Проект гостиничного комплекса в Ялте на основе многогранных бионических конструктивных систем (арх. Ю. А. Никитин, инж. В. Г. Темнов, Т. Н. Ефимова)

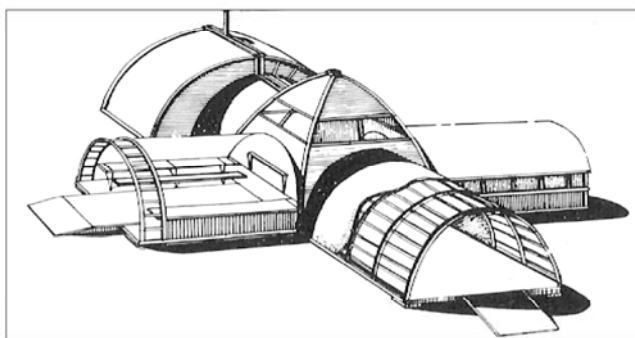


Рис. 11. Мобильный культурно-бытовой комплекс для жителей районов Сибири на основе многогранных пластинчато-стержневых конструкций (арх. Ю. С. Лебедев, дизайнер Е. Н. Поляков, инж. В. Г. Темнов)



Рис. 12. Конструктивно-дизайнерское решение архитектурно-функционального пространства пешеходного перехода через ул. Егорова в Санкт-Петербурге на основе многогранной цилиндрической конструктивной системы (проф. В. Г. Темнов, инж.-архитекторы А. С. Рыбкин, А. С. Трапезников, дизайнеры Т. П. Банников, Ю. С. Пучкова)

нелинейную многоэкстремальную задачу математического программирования.

Для успешного решения данной задачи используется математический метод, сущность которого заключается в сведении нелинейной невыпуклой задачи (II.0)–(II.8) к решению последующих задач квадратичного и линейного программирования [6].

В блоке 2 осуществляется решение задачи оптимизации энергетических затрат, связанных с созданием несущей конструктивной системы объекта строительства.

Математическая модель включает: целевую функцию, выражающую энергозатраты (II.9); систему уравнений равновесия (II.10); систему неравенств, представляющих ограничения на величину искомой массы (II.11) и на неотрицательность этой массы (II.12). Здесь θ — заданный вектор энергозатрат на единицу массы конструктивного элемента длиной l ; W — вектор ускорений деформирования конструктивных элемен-

тов; m^* — предельная величина искомой массы конструктивной системы.

Математическая модель (II.9)–(II.12) представляет собой линейную задачу математического программирования, успешно реализуемую в среде САПР симплекс-методом [7].

Выводы

Конструктивные решения архитектурно-функциональных пространств объектов среды обитания

На базе принятых конструктивных систем (см. рис. 3) геометрических объектов заданного объема ($V(t) = \text{const}$) с присущими им количественными и качественными параметрами, средствами САПР была осуществлена аппроксимация многогранниками архитектурно-функциональных пространств стационарного типа. Далее решались задачи оптимизации конструктивных систем объектов среды обитания по массе (II.1–II.8) и энергетическим затратам (II.9–II.12).

Конструктивные решения архитектурно-функциональных пространств объектов среды обитания, полученные на основе использования алгоритмической модели задачи оптимизации многогранных конструктивных систем, приведены на рис. 10–12.

В общем случае [8] архитектурно-функциональные пространства объектов среды обитания представляют собой геометрические тела с присущими им количественными и качественными параметрами (объемом, конфигурацией и структурой), меняющимися во времени.

Такие пространства являются нестационарными. Время в таких случаях является показателем, отражающим продолжительность развития архитектурно-функциональных пространств, в процессе которого меняются упомянутые параметры объектов среды обитания: объем, конфигурация и структура. Таким образом, если пространство нестационарно, то для правильного установления его параметров необходимо учитывать показатель времени.

Библиографический список

1. Темнов В. Г. Принятие конструктивных решений при проектировании искусственной среды обитания // Актуальные вопросы совершенствования системы высшего профессионального образования: сб. науч. трудов № 2. СПб.: Невский институт управления и дизайна, 2010. С. 183–191.
2. Новейшая архитектура / под ред. Филипа Ходидьо; пер. с англ. А. М. Ведюшкина. М.: АСТ: Астрель, 2008. 192 с.
3. Темнов В. Г. Конструктивные системы в природе и строительной технике: (Ресурсосберегающие технологии проектирования). СПб.: Компьютербург, 2001. 65 с.
4. Стюарт И. Величайшие математические задачи / пер. с англ. М.: Альпина non-fiction, 2015. 460 с.
5. Филлин А. П. Прикладная механика твердого деформируемого тела. М.: Наука, 1978. Т. 2. Сопротивление материалов с элементами теории сплошных сред и строительной механики. 616 с.
6. Чирас А. А. Двойственность в задачах строительной механики, теории упругости и пластичности // Литовский механический сборник. 1968. № 2 (3). С. 34–54.
7. САПР. Системы автоматизированного проектирования: в 9 кн. / под ред. И. П. Норенкова. М.: Высшая школа, 1986. Кн. 9. Иллюстрированный словарь. 159 с.
8. Темнов В. Г. Архитектурно-конструктивное моделирование строительных объектов среды обитания средствами САПР // Вестник гражданских инженеров. 2015. № 3 (50). С. 92–100.

References

1. Temnov V. G. *Prinyatie konstruktivnykh resheniy pri proektirovaniy iskusstvennoy sredy obitaniya* [Making of constructive decisions in the design of artificial habitat]. *Sb. nauch. trudov «Aktual'nye voprosy sovershenstvovaniya sistemy vysshego professional'nogo obrazovaniya»* [In: Coll. of sci. works "Actual questions of improving the system of higher professional education"]. St. Petersburg, Nevskiy institut upravleniya i dizayna Publ., 2010, pp. 183–191.
2. Filip Khodido (ed.) *Noveyshaya arkhitektura* [The latest architecture]. Transl. From English by Vedyushkin A. M. Moscow, AST, Astrel' Publ., 2008, 192 p.
3. Temnov V. G. *Konstruktivnye sistemy v prirode i stroitel'noy tekhnike* (Resursosberegayushchie tekhnologii proektirovaniya) [Structural systems in nature and construction engineering. (Resource-saving design technologies)]. St. Petersburg, Komp'yuterburg Publ., 2001, 65 p.
4. Styuart I. *Velichayshie matematicheskie zadachi* [The greatest mathematical problems]. Transl. From English. Moscow, Alpina non-fiction Publ., 2015, 460 p.
5. Filin A. P. *Prikladnaya mekhanika tverdogo deformiruemogo tela* [Applied mechanics of solid deformable body]. Moscow, Nauka Publ., 1978, vol. 2. *Soprotivlenie materialov s elementami teorii sploshnykh sred i stroitel'noy mekhaniki* [In: Resistance of materials with elements of the theory of continuous media and structural mechanics], 616 p.
6. Chiras A. A. *Dvoystvennost' v zadachakh stroitel'noy mekhaniki, teorii uprugosti i plastichnosti* [Duality in problems of structural mechanics, theory of elasticity and plasticity]. *Litovskiy mekhanicheskiy sbornik – Lithuanian Mechanical Collection*, 1968, no. 2 (3), pp. 34–54.
7. *SAPR. Sistemy avtomatizirovannogo proektirovaniya* [CAD. Systems of computer aided design]. In 9 pts. Ed. by Norenkov I. P. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1986, Pt. 9. *Illyustrirovanniy slovar' Illustrated dictionary*. 159 p.
8. Temnov V. G. *Arkhitekturno-konstruktivnoe modelirovanie stroitel'nykh ob'ektov sredy obitaniya sredstvami SAPR* [Architecture and construction modeling of building objects of the living environment using the CAD software]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2015, no. 3 (50), pp. 92–100.