

# СТРОИТЕЛЬСТВО И АРХИТЕКТУРА

## Строительные конструкции

УДК 624.07:694

© П. С. Коваль, канд. техн. наук

© А. Г. Черных, д-р техн. наук, профессор

© Е. В. Данилов, канд. техн. наук

© В. И. Клёван, аспирант

(Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, Санкт-Петербург, Россия)

E-mail: pkoval@lan.spbgasu.ru

© В. В. Белов, д-р техн. наук, доцент

(АО «Атомэнергопроект», Санкт-Петербург, Россия)

E-mail: vvblov@atomproekt.com

DOI 10.23968/1999-5571-2022-19-6-5-9

© P. S. Koval, PhD in Sci. Tech.

© A. G. Chernykh, Dr. Sci. Tech., Professor

© E. V. Danilov, PhD in Sci. Tech.

© V. I. Klevan, post-graduate student

(St. Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering, St. Petersburg, Russia)

E-mail: pkoval@lan.spbgasu.ru

© V. V. Belov, Dr. Sci. Tech., Associate Professor  
(JSC «Atomenergoproekt», St. Petersburg, Russia)

E-mail: vvblov@atomproekt.com

### О РАБОТЕ СОСТАВНЫХ ДВУТАВРОВЫХ БАЛОК СО СТЕНКОЙ ИЗ ПРОФИЛИРОВАННОГО СТАЛЬНОГО ЛИСТА И ПОЯСАМИ ИЗ ОДНОНАПРАВЛЕННОГО КЛЕЕНОГО ШПОНА<sup>1</sup>

#### REGARDING THE PERFORMANCE OF COMPOSITE METAL AND TIMBER I-BEAMS WITH A WALL OF CORRUGATED STEEL SHEET AND BELTS OF LAMINATED VENEER LUMBER

Проводится теоретический анализ работы составных металлодеревянных двутавровых балок со стенкой из стального профилированного листа и поясами из однонаправленного клееного шпона (LVL). На основе классической теории составных деревянных стержней на податливых связях, выведенной П. Ф. Плешковым, А. Р. Ржаницыным, выведено линейное неоднородное дифференциальное уравнение изгиба составной балки, комбинированной из гофрированной стали, древесины и материалов на ее основе. Указаны величины, требующие экспериментального определения их значений для данного типа конструкций (коэффициент жесткости шва, приведенный модуль упругости цельной балки).

*Ключевые слова:* деревянные конструкции, составные балки, податливые связи, напряженно-деформированное состояние.

The article presents theoretical analysis of the performance of composite metal and timber I-beams with a wall of corrugated steel sheet and belts of laminated veneer lumber (LVL). Based on the classical theory of composite timber beams with compliance joints developed by P. F. Pleshkov and A. R. Rzhantsyn, there has been derived the linear inhomogeneous differential equation of bending of composite beam made of corrugated steel, timber and timber-based materials. There are indicated the modules requiring of experimental determination of their values for this type of structures (namely, the joint stiffness coefficient, the reduced modulus of solid beam elasticity).

*Keywords:* timber structures, composite beams, compliance joints, stress-strain state.

В условиях 2020–2022 гг. возрос экономический эффект от применения составных конструкций на податливых связях для перекрытия малых и средних пролетов. Кроме того, открываются новые перспективы в части создания-

конструкций, комбинированных из различных материалов (сталь, однонаправленный клееный

<sup>1</sup> Статья публикуется по результатам проведения научно-исследовательской работы, проводимой в рамках конкурса грантов на выполнение научно-исследовательских работ научно-педагогическими работниками ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет» в 2022 году.

шпон и т. д.). Однако до настоящего времени анализ напряженно-деформированного состояния (НДС) и инженерный расчет элементов таких конструкций сопряжены с определенными сложностями [1–5]. После широкого внедрения в практику строительства клееных деревянных конструкций развитие теории расчета составных деревянных конструкций на податливых связях в основном перестало представлять интерес для исследований [6], соответственно, появившиеся новые материалы и способы соединения требуют уточнения общей теории их работы [2].

С целью создания методики расчета элементов составных балок, комбинированных из стали, древесины и материалов на ее основе, с учетом податливости связей между ними выполнено аналитическое исследование НДС таких конструкций. В качестве объекта исследования рассмотрена двутавровая балка со стенкой из профилированного стального листа и поясами из однонаправленного клееного шпона (LVL) (рисунок). В элементах стенки выштамповываются специальные зубья, внедряемые в материал поясов, что позволяет обеспечить надежность связей сдвига и отрыва (поперечных) [7–12]. Такое соединение в целом характеризуется как соединение нагельного типа и соответствует соединениям деревянных конструкций с применением металлических зубчатых пластин, а также когтевых шайб типа *Bulldog*.

Таким образом, при изгибе балки пояса и стенка стремятся к взаимному смещению вдоль оси стержня, однонаправленный клееный шпон в соединении сминается вдоль волокон, а металлические зубья работают на срез (изгибаются) [13–16]. Деформативность данной конструкции выше предполагаемой деформативности аналогичной монолитной балки, а напряжения в ее элементах — больше.

Для определения НДС элементов изгибаемой конструкции необходимо найти дифференциальное уравнение ее изгиба. Выведем его на основании классической теории изгиба составных балок, разработанной П. Ф. Плешковым [7], А. Р. Ржаницыным [8–9], интерпретируя ее к данному конкретному случаю. Расчетной моделью балки является составной трехветевой брус, опертый по краям и нагруженный поперечной

силой. Для отдельных ветвей справедливы допущения [7, 17]:

- поперечные сечения, плоские до изгиба, остаются плоскими после изгиба и поворачиваются на некоторый угол;
- в вертикальном направлении продольные слои балки не оказывают давление друг на друга;
- вес элементов конструкции прикладывается в модели как внешняя распределенная нагрузка;
- прогибы конструкции малы;
- работа балки — упругая.

Усилия в зубьях входят по формуле [7, 8]

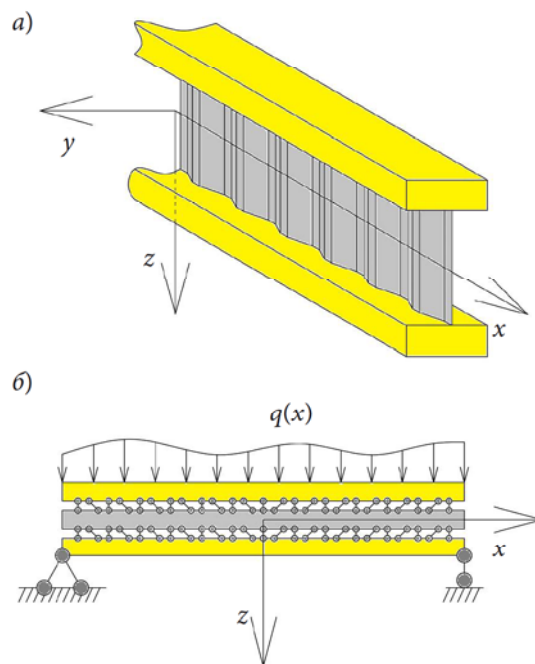
$$T = \eta \delta, \quad (1)$$

где  $T$  — сдвигающее усилие в шве составного стержня, приходящееся на единицу длины шва, Н/м;  $\eta$  — экспериментальный коэффициент жесткости шва [7, 18], Н/м<sup>2</sup>;  $\delta$  — сдвиг связи, м.

Разность деформаций в соседних ветвях может быть найдена следующим образом:

$$\frac{d\delta}{dx} = \frac{\sigma_w}{E_w} - \frac{\sigma_c}{E_c}, \quad (2)$$

где  $\sigma_w$  — краевые нормальные напряжения в стенке, МПа;  $\sigma_c$  — краевые нормальные напряжения в поясах, МПа;  $E_w$  — модуль упругости стенки, МПа;  $E_c$  — модуль упругости материала пояса, МПа.



Составной комбинированный стержень: а — общий вид конструкции; б — расчетная схема

Следовательно, продифференцировав (1)

$$\text{по } x, \text{ можно записать} \quad \frac{dI}{dx} = \eta \left( \frac{\sigma_w}{E_w} - \frac{\sigma_c}{E_c} \right). \quad (3)$$

Представим изгибающий момент в балке как следующую сумму:

$$M(x) = M_S + M_A, \quad (4)$$

где  $M(x)$  — изгибающий момент в составном стержне, Нм;  $M_S$  — изгибающий момент в фиктивной цельной балке, Нм;  $M_A$  — добавочный изгибающий момент от сдвига отдельных ветвей, Нм.

Аналогично представим прогибы составной балки:

$$z(x) = z_S + z_A, \quad (5)$$

где  $z(x)$  — прогиб составного стержня, м;  $z_S$  — прогиб фиктивной цельной балки под действием момента  $M_S$ , м;  $z_A$  — добавочный прогиб отдельных ветвей под действием  $M_A$ , Пм.

Пользуясь известными зависимостями, для двутаврового сечения запишем

$$E_S I_S \frac{d^2 z_S}{dx^2} + (E_w I_w + 2E_c I_c) \frac{d^2 z_A}{dx^2} = -M(x), \quad (6)$$

где  $E_S$  — приведенный модуль упругости цельной балки, МПа;  $I_S$  — момент инерции цельной балки, м<sup>4</sup>;  $I_w$  — момент инерции стенки, м<sup>4</sup>;  $I_c$  — момент инерции пояса, м<sup>4</sup>.

Дважды дифференцируя (6) по  $x$ , получим

$$E_S I_S \frac{d^4 z_S}{dx^4} + (E_w I_w + 2E_c I_c) \frac{d^4 z_A}{dx^4} = q(x). \quad (7)$$

Согласно [7] запишем зависимость

$$\frac{d^4 z_S}{dx^4} = -\frac{\eta}{E_S F_c} \frac{d^2 z_A}{dx^2}, \quad (8)$$

где  $F_c$  — площадь поперечного сечения пояса, м<sup>2</sup>.

С учетом (8) выражение (7) приобретает вид

$$(E_w I_w + 2E_c I_c) \frac{d^4 z_A}{dx^4} - \frac{\eta}{E_S F_c} E_S I_S \frac{d^2 z_A}{dx^2} = q(x). \quad (9)$$

Учитывая (5) и (8), получаем следующее уравнение

$$(E_w I_w + 2E_c I_c) \frac{d^4 z}{dx^4} - \frac{\eta}{E_S F_c} E_S I_S \frac{d^2 z}{dx^2} + \frac{\eta}{E_S F_c} \times \left[ (E_w I_w + 2E_c I_c) \frac{d^2 z_A}{dx^2} + E_S I_S \frac{d^2 z_S}{dx^2} \right] = q(x). \quad (10)$$

Согласно (6), запишем выражение

$$(E_w I_w + 2E_c I_c) \frac{d^4 z}{dx^4} - \frac{\eta I_S}{F_c} \frac{d^2 z}{dx^2} = \frac{\eta M}{E_S F_c} - \frac{d^2 M}{dx^2}. \quad (11)$$

В выражении (11) геометрические и упругие характеристики конструкции можно разделить на две категории:

- варьируемые известные ( $F_c, E_w, E_c, I_w, I_c, I_S$ );
- варьируемые неизвестные ( $E_S, \eta$ ).

Ввиду того что для стенки составной двутавровой балки применяется стальной профилированный лист малой толщины (до 0,7 мм), а глубина гофров — величина, большая этой на два порядка (в среднем 15–30 мм), можно заключить, что модуль упругости стального профилированного листа (стенки балки) в направлении поперек гофров (вдоль оси стержня) целесообразно принять равным нулю. Кроме того, геометрия стенки в сравнении с геометрией поясов и балки в целом позволяет записать

$$I_w \ll I_c \ll I_S. \quad (12)$$

Исходя из указанных обстоятельств, примем жесткость стенки составной балки, комбинированной из гофрированной стали и LVL, равной нулю. Тогда (11) приобретет вид:

$$2E_c I_c \frac{d^4 z}{dx^4} - \frac{\eta I_S}{F_c} \frac{d^2 z}{dx^2} = \frac{\eta M}{E_S F_c} - \frac{d^2 M}{dx^2}. \quad (13)$$

Величины  $E_S, \eta$  необходимо определять экспериментально.

Выражение (13) — искомое линейное неоднородное дифференциальное уравнение изгиба составной двутавровой балки, комбинированной из различных материалов (стальной профилированный лист, LVL), выведенное в общем виде на основе теории составных стержней [7]. Решение данного уравнения открывает возможности для анализа НДС элементов составной конструкции.

### Библиографический список

1. Коченов В. М. Несущая способность элементов и соединений деревянных конструкций. М.: Гос. изд-во литер. по строит. и архит., 1953. 320 с.
2. Коваль П. С. Несущая способность и деформативность предварительно напряженных многослойных древесоплит при изгибе: дис. ... канд. техн. наук. СПб., 2021. 266 с.
3. Карельский А. В. Технология изготовления составных деревянных конструкций с металлическими зубчатыми пластинами: дис. ... канд. техн. наук. Архангельск, 2015. 138 с.
4. Серов Е. Н. Развитие клееных деревянных конструкций. Проблемы и воззрения. СПб.: СПбГАСУ, 2015. 151 с.

5. Серов Е. Н., Серова Т. А., Миронова С. И. Реставрация деревянных конструкций в зданиях и сооружениях. СПб: СПбГАСУ, 2018. 409 с.

6. Турковский С. Б., Погорельцев А. А., Преображенская И. П. Клееные деревянные конструкции с узлами на клеенных стержнях в современном строительстве (система ЦНИИСК). М.: Стройматериалы, 2013. 308 с.

7. Пleshkov П. Ф. Теория расчета деревянных составных стержней. Л.; М.: Гос. изд-во литер. по строит. и архит., 1952. 195 с.

8. Ржаницын А. Р. Теория составных стержней строительных конструкций. М.: Стройиздат, 1948. 192 с.

9. Ржаницын А. Р. Составные стержни и пластинки. М.: Стройиздат, 1986. 314 с.

10. Власов В. З. Тонкостенные упругие стержни. Изд. 2-е, перераб. и доп. М.: Физматгиз, 1959. 568 с.

11. Власов В. З. Избранные труды. Т. III. Тонкостенные пространственные системы. М.: Наука, 1964. 472 с.

12. Милейковский И. Е. Расчет составных стержней методами строительной механики оболочек // Экспериментальные и теоретические исследования тонкостенных пространственных конструкций: сб. ст. / под ред. В. З. Власова. М.: Гос. изд-во литер. по строит. и архит., 1952. 239 с. С. 131–167.

13. Данилов Е. В. Развитие методов расчета соединений деревянных конструкций из однонаправленного клееного бруса с когтевыми шайбами: дис. ... канд. техн. наук. СПб., 2019. 186 с.

14. Черных А. Г., Григорьев К. С., Коваль П. С., Данилов Е. В., Бакрышева В. В., Кашапов И. Т. К вопросу определения несущей способности нагельных соединений в конструкциях из бруса, клееного из однонаправленного шпона (LVL) // Современные проблемы науки и образования. 2012. № 4. URL: <https://science-education.ru/ru/article/view?id=6643>

15. Данилов Е. В. Определение линейной жесткости нагельных соединений с когтевыми шайбами в брус LVL // Вестник гражданских инженеров. 2017. № 2 (61). С. 81–85.

16. Данилов Е. В. Исследование кратковременной прочности LVL при смятии треугольным штампом // Вестник гражданских инженеров. 2014. № 1 (42). С. 28–33.

17. Тимошенко С. П. Устойчивость упругих систем. Изд. 2-е / пер. с англ. И. К. Снитко. М.: Гостехиздат, 1955. 568 с.

18. Коваль П. С., Данилов Е. В., Казакевич Т. Н. Исследование работы предварительно напряженных многослойных деревоплит при изгибе // материалы 11-й Междунар. науч.-практ. конф. «Инновации в деревянном строительстве», Санкт-Петербург, 22–23 апреля 2021 г. СПб.: СПбГАСУ, 2021. С. 130–139.

## References

1. Kochenov V. M. *Nesushchaya sposobnost' elementov i soedineniy derevyannykh konstruktsiy* [Bearing capacity of members and joints of wooden structures]. Moscow, Gosudarstvennoe izdatel'stvo literatury po stroitel'stvu i arkhitekture Publ., 1953, 320 p.

2. Koval P. S. *Nesushchaya sposobnost' i deformativnost' predvaritel'no napryazhennykh mnogoslennykh derevoplit pri izgibe*. Diss. kand. tekhn. nauk [Bearing capacity and deformability of prestressed laminated timber plates under bending. PhD in Sci. Tech. diss.]. St. Petersburg, 2021, 266 p.

3. Karel'skiy A. V. *Tekhnologiya izgotovleniya sostavnykh derevyannykh konstruktsiy s metallicheskimi zubchatymi plastinami*. Diss. kand. tekhn. nauk [Technology of producing composite wooden structures with metal toothed plates. PhD in Sci. Tech. diss.]. Arkhangel'sk, 2015, 138 p.

4. Serov E. N. *Razvitie kleennykh derevyannykh konstruktsiy*. Problemy i vovzreniya [Development of laminated wooden structures. Problems and approaches]. St. Petersburg, SPbGASU Publ., 2015, 151 p.

5. Serov E. N., Serova T. A., Mironova S. I. *Restavratsiya derevyannykh konstruktsiy v zdaniyakh i sooruzheniyakh* [Restoration of wooden structures in buildings and structures]. St. Petersburg, SPbGASU Publ., 2018, 409 p.

6. Turkovskiy S. B., Pogorel'tsev A. A., Preobrazhenskaya I. P. *Kleeny derevyannye konstruktsii s uzlami na vkleennykh sterzhnyakh v sovremennom stroitel'stve (sistema TsNIISK)* [Laminated wooden structures with nodes on glued rods in modern construction (TsNIISK system)]. Moscow, Stroymaterialy Publ., 2013, 308 p.

7. Pleshkov P. F. *Teoriya rascheta derevyannykh sostavnykh sterzhney* [Theory of calculation of wooden composite rods]. Leningrad, Moscow, Gos. izd-vo literatury po stroitel'stvu i arkhitekture Publ., 1952, 195 p.

8. Rzhantsyn A. R. *Teoriya sostavnykh sterzhney stroitel'nykh konstruktsiy* [Theory of composite rods of building structures]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1948, 192 p.

9. Rzhantsyn A. R. *Sostavnye sterzhni i plastinki* [Composite rods and plates]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1986, 314 p.

10. Vlasov V. Z. *Tonkostennye uprugie sterzhni* [Thin-walled elastic rods]. 2-nd ed., revised. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1959, 568 p.

11. Vlasov V. Z. *Tonkostennye prostranstvennyye sistemy* [Thin-walled spatial systems.]. In: Vlasov V. Z. Selected works. Vol. III. Moscow, Nauka Publ., 1964, 472 p.

12. Mileykovskiy I. E. *Raschet sostavnykh sterzhney metodami stroitel'noy mekhaniki obolochek* [Calculation of composite rods by the methods of structural shell mechanics].

*Sb. st. «Eksperimental'nye i teoreticheskie issledovaniya tonkostennykh prostranstvennykh konstruktsiy»* [In: Collected articles. "Experimental and theoretical investigations of thin-walled spatial structures"]. Ed. by Vlasov V. Z. Moscow, Gos. izd-vo literatury po stroitel'stvu i arkhitekture Publ., 1952, pp. 131–167.

13. Danilov E. V. *Razvitie metodov rascheta soedineniy derevyannykh konstruktsiy iz odnonapravlenno go kleenogo brusa s kogtevyimi shaybami. Diss. kand. tekhn. nauk* [Development of methods of calculation of joints of wooden structures from unidirectional laminated beam with claw washers. PhD in Sci. Tech. diss.]. St. Petersburg, 2019, 186 p.

14. Chernykh A. G., et al. *K voprosu opredeleniya nesushchey sposobnosti nagel'nykh soedineniy v konstruktsiyakh iz brusa, kleenogo iz odnonapravlenno go shpona (LVL)* [To the issue of assessing the carrying capacity of dowel connections in the structures of beam laminated with unidirectional veneer (LVL)]. *Sovremennyye problemy nauki i obrazovaniya – Modern problems of science and education*, 2012, no. 4. Available at: <https://science-education.ru/ru/article/view?id=6643>.

15. Danilov E. V. *Opredelenie lineynoy zhestkosti nagel'nykh soedineniy s kogtevyimi shaybami v bruse*

*LVL* [Determination of the linear stiffness of dowel connections with claw washers in the LVL beam]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2017, no. 2 (61), pp. 81–85.

16. Danilov E. V. *Issledovanie kratkovremennoy prochnosti LVL pri smyatii treugol'ny m shtampom* [Investigation of short-term strength of LVL under buckling with triangular die block]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2014, no. 1 (42), pp. 28–33.

17. Timoshenko S. P. *Ustoychivost' uprugikh sistem* [Stability of elastic systems]. 2-nd ed., transl. from English by Snitko I. K. Moscow, Gostekhizdat Publ., 1955, 568 p.

18. Koval' P. S., Danilov E. V., Kazakevich T. N. *Issledovanie raboty predvaritel'no napryazhennykh mnogosloynnykh derevoplit pri izgibe* [Investigation of prestressed multilayer wood bars in bending]. *Trudy 11-y Mezhdunar. nauch.-prakt. konf. «Innovatsii v derevyannom stroitel'stve» St. Petersburg, 22–23 aprelya 2021 g.* [Proceedings of the 11-th International scientific and practical conference "Innovations in Wooden Construction, St. Petersburg, April 22–23, 2021]. St. Petersburg, SPbGASU Publ., 2021, pp. 130–139.