

УДК 699.841

© Н. В. Островская, канд. техн. наук, доцент

© С. С. Тетюшкин, аспирант

(Санкт-Петербургский государственный
архитектурно-строительный университет,
Санкт-Петербург, Россия)

E-mail: ostrovskaya.nv@yandex.ru, tetushkinsergey@mail.ru

DOI 10.23968/1999-5571-2023-20-1-33-45

© N. V. Ostrovskaya, PhD in Sci. Tech., Associate Professor

© S. S. Tetushkin, post-graduate student

(Saint Petersburg State University
of Architecture and Civil Engineering,
St. Petersburg, Russia)

E-mail: ostrovskaya.nv@yandex.ru, tetushkinsergey@mail.ru

АНАЛИЗ ОСНОВНЫХ ПОДХОДОВ К МАТЕМАТИЧЕСКОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ СИСТЕМЫ «СООРУЖЕНИЕ—СЕЙСМОИЗОЛЯЦИЯ»

ANALYSIS OF THE MAIN APPROACHES TO MATHEMATICAL MODELING OF THE «STRUCTURE—SEISMIC ISOLATION» SYSTEM

Статья посвящена анализу существующих современных методов сейсмогашения и сейсмоизоляции, а также вопросам математического моделирования сейсмоизоляции объектов с применением различных по принципу работы сейсмоизоляторов. Статья разделена на два раздела: в первом приводится классификация активных систем сейсмоизоляции, краткий обзор принципов их работы и основных производителей систем сейсмоизоляции. Во втором разделе рассмотрены различные подходы к математическому моделированию системы «сооружение — сейсмоизоляция». Проанализированы и структурированы существующие принципиальные расчетные схемы различных систем сейсмоизоляции и сейсмоопор, входящих в эти системы.

Ключевые слова: сейсмозащита, системы сейсмоизоляции, математическая модель, защищаемый объект, сейсмоопора, принципиальная схема.

The article is devoted to the analysis of existing modern methods of seismic suppression and seismic isolation, as well as the issues of mathematical modeling of seismic isolation of objects using different seismic isolators according to the principle of operation. The article is divided into two sections. The first section provides a classification of active seismic isolation systems, as well as a brief overview of the principles of their operation and the main manufacturers of seismic isolation systems. In the second section, various approaches to the mathematical modeling of the «structure — seismic isolation» system are considered. There are analyzed and structured currently used schematic diagrams of various seismic isolation systems and seismic supports included in these systems.

Keywords: seismic protection, seismic isolation systems, mathematical model, protected object, seismic support, schematic diagram.

Введение

Концепция защиты гражданских и промышленных зданий и сооружений, находящихся в сейсмически активных районах, заключается в рассеивании энергии сейсмического или ударного воздействия за счет применения систем сейсмоизоляции. С помощью сейсмоизоляции защищают большой спектр строительных сооружений самого различного назначения: АЭС, мосты, высотные здания, монументальные строения, культурные центры, больницы, крупные

официальные здания, стадионы, платформы для добычи нефти на шельфе и т. д.

Интенсивный период развития сейсмозащиты в мире начался еще в середине прошлого века [1–3], а в последние 20 лет работа в этом направлении ведется особенно активно [4–6]. С возникновением таких систем неизменно связаны различные проблемы — проектирования, расчета, изготовления и эксплуатации. Исследованием данных вопросов занимались отечественные и зарубежные специалисты, среди которых Я. М. Айзен-

берг [1], А. Н. Бирбраер [3], А. Чопра [4], Дж. Келли [5], Р. Скинер [6], А. М. Уздин [8].

Многие современные исследования и решения в области динамики систем сейсмоизоляции и ударозащиты нашли отражение в монографии Ю. Л. Рутмана и Н. В. Островской [7], однако авторами рассмотрены не все системы и далеко не все подходы. Поэтому вопрос моделирования процессов, происходящих в системе «сооружение–сейсмоизоляция», требует дальнейшего рассмотрения.

В данной статье сделана еще одна попытка классифицировать системы активной сейсмозащиты, обобщить отечественный и зарубежный опыт по математическому моделированию таких систем, а приведенный обзор фирм, занимающихся разработкой и производством систем сейсмоизоляции, безусловно, имеет практическое значение.

1. Классификация активных систем сейсмозащиты зданий и сооружений

Системы сейсмозащиты условно можно разделить на пассивные и активные. Пассивные мероприятия по сейсмозащите зданий и сооружений сводятся в основном к повышению несущей способности элементов и конструкций. Такая сейсмозащита осуществляется в соответствии со строительными нормами^{1,2} и рассматривается в данной статье не будет [19].

Также существует другой подход к обеспечению сейсмостойкости сооружений — системы активной сейсмозащиты (АСЗ). В основе пассивной сейсмозащиты лежит повышение несущий способности сооружения, а АСЗ призвана снизить инерционные сейсмические нагрузки. АСЗ может быть общей и местной, когда либо все здание изолируется от основания полностью, либо осуществляется защита отдельных частей кон-

струкции или оборудования внутри сооружения.

Важно отметить, что существует много классификаций систем сейсмоизоляции и сейсмозащиты, каждая из которых придерживается своей конкретной логики и которые зачастую сильно отличаются. В данной работе была принята классификация по сейсмозащите за счет повышения несущей способности конструкции и применения дополнительных систем сейсмоизоляции (рис. 1).

Основной принцип действия активной сейсмозащиты описан ниже.

При использовании систем сейсмоизоляции сейсмоизоляторы устанавливаются между конструкциями здания и жестким основанием, тем самым изменяя собственные частоты здания в целом, а значит, и значения сейсмических нагрузок, которые здание может выдержать. На рис. 2 показана деформированная схема неизолированного (а) и изолированного (б) зданий при сейсмическом воздействии.

Наличие изолятора в нижней части сооружения способствует увеличению податливости здания, и во время сейсмического воздействия в целом возрастают перемещения сооружения, а значит, уменьшаются ускорения, и, как следствие, значения сейсмических инерционных сил становятся ниже. На рис. 3 показана работа различных видов сейсмоизоляторов, основные принципы работы которых будут приведены ниже.

Рассмотрим основные типы специальных устройств — сейсмоизоляторов или сейсмопор, которые применяют в системах сейсмоизоляции. Варианты этих устройств подробно описаны в литературе [7, 9, 10], кратко приведем некоторые из них.

1. Здания с гибким нижним этажом. Наиболее типичный прием устройства сейсмоизоляции зданий, но реализуемая с его помощью низкочастотная система без демпфирования может быть опасна.

¹ СП 14.13330.2018. Строительство в сейсмических районах. Актуализированная редакция СНиП II-7-81* (с изм. № 2, 3). М.: Стандартинформ, 2018. 117 с.

² EC8. Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance. European Committee for Standardisation: Brussels, Belgium, The European Standard EN 1998-1, 2004.

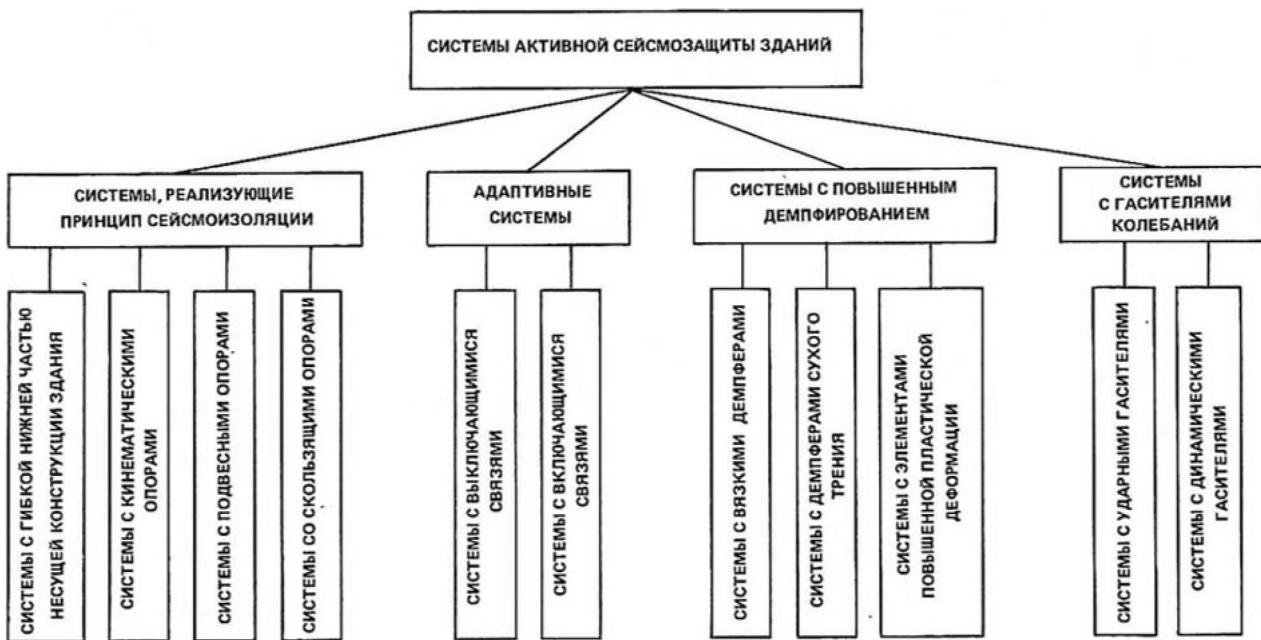


Рис. 1. Классификация систем активной сейсмозащиты зданий

2. Конструкции маятникового типа.

Примерами подвесных маятниковых конструкций служат фундаменты, разработанные Ф. Д. Зеленьевым и И. Л. Кочегаровым, а также маятниковая сейсмоизолирующая опора, созданная инженерами ОАО «КБСМ» [11].

3. Сейсмоизоляционные устройства гравитационного типа. Принцип работы таких конструкций заключается в том, что во время сейсмического воздействия центр тя-

жести опор поднимается, в результате появляется гравитационная восстанавливающая сила. Примером служат опоры Ю. Д. Черепинского и А. М. Курзанова [12].

4. Резинометаллические сейсмоопоры.

Наиболее распространенный тип сейсмоопор в мире, принцип работы которых основан на сочетании эластичных материалов с металлическими пластинками.

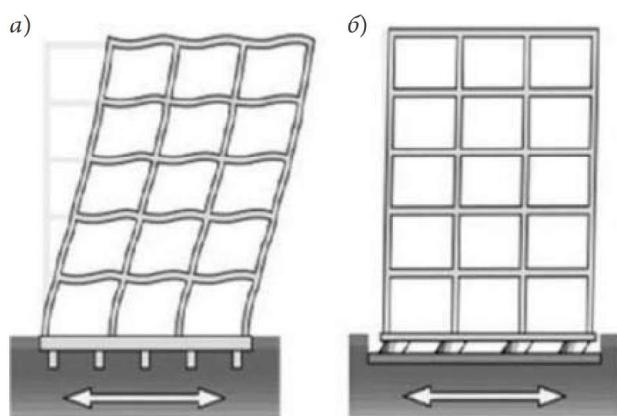


Рис. 2. Поведение конструкции без изолятора (а) и с включением изолятора (б)

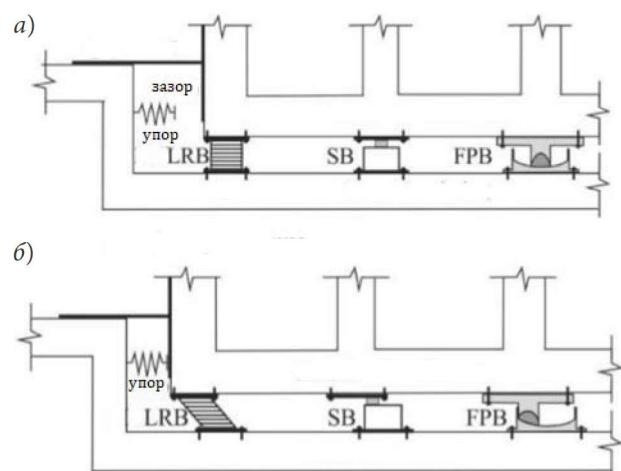


Рис. 3. Работа изоляторов различного типа:
а — недеформированное состояние;
б — деформированное состояние

5. *Фундаменты с сейсмоизолирующим скользящим поясом.* При создании такого пояса реализуется второй принцип сейсмоизоляции, который ограничивает уровень передаваемого на сооружение усилия с помощью пластически деформируемых элементов либо фрикционных поверхностей.

6. *Демпфирующие устройства — вязкостные, пластические (гистерезисные стальные) и фрикционные демпферы.* Системы сейсмоизоляции обязательно включают демпфирующие устройства, призванные избежать резонансных явлений.

Информация об основных зарубежных и отечественных фирмах, специализирующихся на проектировании и изготовлении систем сейсмоизоляции, приведена в табл. 1.

2. Математическое моделирование системы «сооружение–сейсмоизоляция»

Невозможно создать эффективную систему «сооружение–сейсмоизоляция» без анализа уравнений, описывающих динамическое поведение системы при сейсмических воздействиях, который позволяет выбрать наиболее подходящие параметры сейсмоопор.

Условно можно предложить три варианта математического моделирования системы «сооружение–сейсмоизоляция»:

1. Простейшая математическая модель — система с одной степенью свободы, которой достаточно для предварительной оценки параметров сейсмозащиты от горизонтальных воздействий.

2. Более детальный анализ связан с учетом нескольких степеней свободы сооружения, например учет ротационного движения грунта [13] или учет упругих колебаний сооружения с помощью балочной модели с поэтажным распределением сосредоточенных масс.

3. Рассмотрение континуальных моделей или подробное численное моделирование системы с помощью метода конечных элементов.

При идеализации динамического поведения системы «сооружение–сейсмоизоляция» важно найти компромисс между сложностью модели, учитывающей множество факторов, которые часто являются нелинейными процессами: трение, геометрическая и физическая нелинейность работы системы, и сложностью расчетов, которые при этом возникают.

Также стоит отметить, что отдельной проблемой является задание внешних воздействий на систему, так как сейсмические события и их параметры являются случайными функциями, и необходимо использовать теорию случайных процессов [7].

Рассмотрим систему «сооружение — сейсмоизоляция» под действием горизонтальных сейсмических воздействий на примере здания с количеством этажей N , в котором применяется сейсмоизоляция и динамический гаситель колебаний (ДГК) — рис. 4 [14].

Если рассматривать идеализированную математическую модель сооружения с учетом его упругих и диссипативных свойств и поэтажным распределением масс, то уравнения движения системы в общем виде могут быть представлены так:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = -[M]\{r\}\ddot{x}_g, \quad (1)$$

где $[M]$, $[C]$ и $[K]$ — матрицы массы, демпфирования и жесткости зданий, оснащенных гибридной системой управления, соответственно; $\{x\} = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}^T$, \dot{x} , \ddot{x} — являются неизвестными относительными (этаж, изолятор и ДГК) векторами перемещения, скорости и ускорения соответственно; \ddot{x}_g — вектор ускорения грунта при землетрясении; r — вектор коэффициентов влияния.

Матрицы массы $[M]$, демпфирования $[C]$ и жесткости $[K]$ зданий, оснащенных гибридной системой управления, приведены в виде

$$[M] = \begin{bmatrix} [m_b]_{1 \times 1} & & Sym \\ [M_N]_{N \times N} & [M_N]_{N \times N} & \\ [m_n]_{n \times n} & 0 & [m_n]_{n \times n} \end{bmatrix}; \quad (2)$$

Таблица 1

Сводная таблица по системам изоляторов основания

Различные типы изоляторов основания	Изготовитель	Преимущества	Недостатки
Системы эластомерных опор. Множественное количество применений и большая долговечность			
Эластомерная опора	FIP Industriale (Италия)	Высокая вероятная долговечность Максимальная нагрузка 16,4 МН, диаметр 1200 мм	Опоры чувствительны к низким температурам, и их жесткость может чрезмерно увеличиваться. Стоимость изготовления: 1 млн долл.
Свинцово-резиновая опора	Dymanic Isolation Systems (DIS) (США)	Хорошие усталостные характеристики при воздействии повторяющихся циклических нагрузок. Нет необходимости выполнять техническое обслуживание. Большой выбор жесткости и демпфирования	
Резино-металлические сейсмоизоляторы со свинцовыми сердечником	ООО «Деформационные швы и опорные части» (Россия)		
Rubber Bearing	Haider Group (Китай)	Максимальная нагрузка 400–30 000 кН, диаметр 50~500 мм	
Lead Rubber Bearing High Damping Rubber Bearing	Hengshui JingTong Rubber Co., Ltd (Китай)		
Опора из высоко-демпфирующей резины (OBP)	Scougal Rubber Corp. (США)	Данная опора очень похожа на свинцово-резиновую опору. Имеет большую демпфирующую способность	Сложность с начальной жесткостью при восприятии эксплуатационных нагрузок (например, ветровых). Ограниченный выбор уровней жесткости и демпфирования
Системы скользящих опор. Скользящие опоры дешевле. На данные опоры не влияют собственные частоты опорных оснований и частоты колебаний грунта			
Система скользящего типа (FPS) (криволинейный ползун) (Shell GBS)	Earthquake Protection Systems, Inc. (EPS) (США)	Становятся популярными. Могут возвращаться в исходное положение. Есть опыт применения на платформе проекта «Сахалин-2»	Высокочастотные перемещения. Возможно прилипание
EradiQuake (EQS) (плоский ползун)	R. J. Watson (США)	Не требует обслуживания и имеет компактный размер	Высокочастотные перемещения. Возможно прилипание. Для использования восстанавливающей силы необходима более сложная конструкция
Spherical Bridge Bearing (Сферический мостовой подшипник)	Hengshui JingTong Rubber Co., Ltd (Китай)	Максимальная нагрузка: • 1000–2500 кН, диаметр 50/100 мм; • 3000–20 000 кН, диаметр 50/100/150 мм; • 1000–70 000 кН, диаметр 0–300 мм	
Pot Bearing (Горшечный подшипник)			

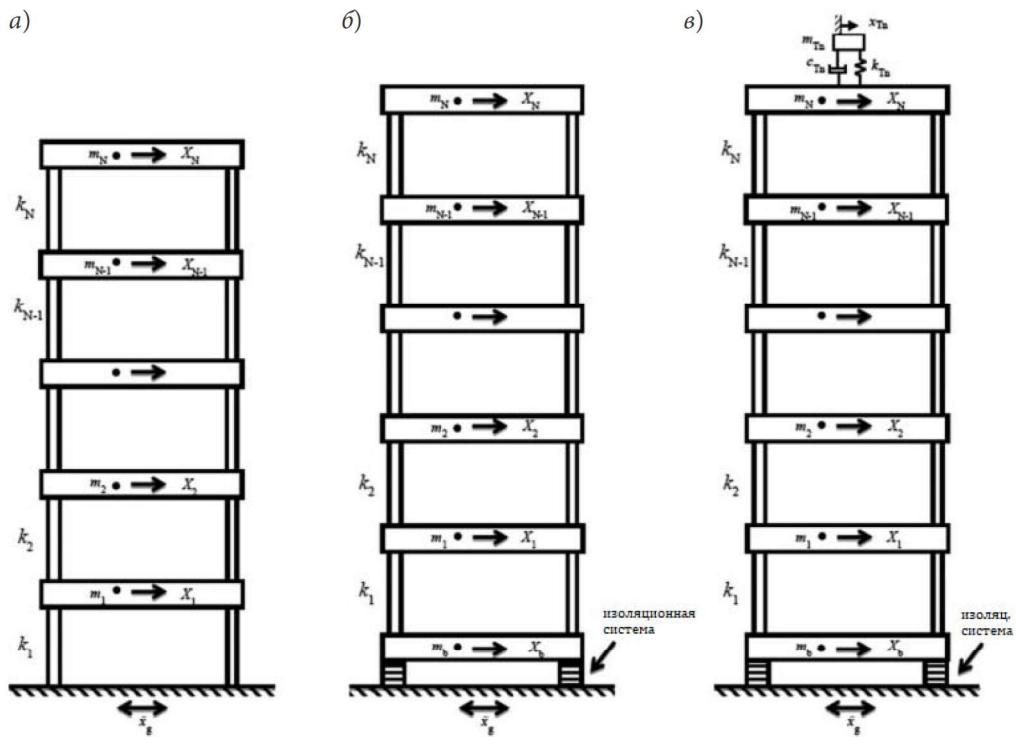


Рис. 4. Математические модели N -этажных зданий: а — фиксированное основание; б — изолированное основание; в — изолированное основание + одинарный настроенный амортизатор массы на самом верхнем этаже

$$[C] = \begin{bmatrix} [c_b]_{n \times 1} & Sym \\ 0 & [C_N]_{N \times N} + [c_n]_{n \times n} \\ 0 & -[c_n]_{n \times n} & [c_n]_{n \times n} \end{bmatrix}; \quad (3)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} [k_b]_{n \times 1} & Sym \\ 0 & [K_N]_{N \times N} + [k_n]_{n \times n} \\ 0 & -[k_n]_{n \times n} & [k_n]_{n \times n} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где $[m_b]$, $[M_N]$, $[m_n]$ — матрицы масс для изолятора, надстройки и схем ДГК соответственно; $[c_b]$, $[C_N]$, $[c_n]$ — соответствующие матрицы демпфирования; $[k_b]$, $[K_N]$, $[k_n]$ — матрицы жесткости для изолятора, надстройки и схем ДГК соответственно.

Таким образом, для описания движения системы с N -этажной расчетной схемой необходимо разрешить систему уравнений (1) с учетом (2), (3), (4). Для определения матриц жесткости $[k_b]$ и $[k_n]$ и демпфирования $[c_b]$ и $[c_n]$ для сеймоизолятора и ДГК также необходимо рассмотреть математическую модель их работы.

В табл. 2 приведены принципиальные расчетные схемы и уравнения движения различных систем «сооружение—сеймоизоляция», которые не были рассмотрены в монографии [7]. В табл. 3 приведены примеры расчетных моделей сеймоопор различного принципа работы.

Следует отметить, что нередко используется сочетание предложенных вариантов сеймоизоляции, например TMD и LRB. Модель с поэтажным распределением масс и возможные варианты сеймоопор представлены на рис. 5 [18]. Характеристики восстанавливающих сил могут быть описаны следующими соотношениями ((5) для TMD, (6) для LRB):

$$F_b(u_b, \dot{u}_b) = c_b \dot{u}_b + k_b u_b + f_b W_{tot} \operatorname{sgn}(\dot{u}_b); \quad (5)$$

$$\begin{cases} F_b(u_b, \dot{u}_b, z) = c_b \dot{u}_b + \alpha k_b u_b + (1-\alpha) k_b u_{yb} z \\ \dot{z} = u_{yb}^{-1} \left[A \dot{u}_b - 3 |\dot{u}_b| |z|^{-1} z - 2 \dot{u}_b |z| \right] \end{cases}, \quad (6)$$

где u_b — перемещение относительно земли; F_b — восстанавливающая сила, которая зависит от типа рассматриваемых изоляторов; c_b — вязкое демпфирование; k_b — показатель жесткости; f_b — коэффициент трения; W_{tot} — общий вес изолированной конструкции; u_{yb} — упругое предельное смещение (или податливое смещение) соответствующей билинейной модели; $k_b u_{yb}$ — подразумевается как сила текучести; z — является безразмерной гистерезисной переменной; A, β, γ, η — параметры и показатель степени, управляют формой и плавностью контура «сила — смещение»; α — отношение жесткости после податливости к жесткости до податливости.

Алгоритм расчета аналогичен приведенному выше: разрешаем уравнения движе-

ния (1) с учетом (2), (3) и (4), для которых коэффициенты жесткости и демпфирования сейсмоизоляторов определяются согласно (5) или (6).

Заключение

В статье рассмотрены современные методы сейсмоизоляции зданий и сооружений и сейсмоопоры, входящие в состав этих систем, с точки зрения существующих подходов к математическому моделированию и описанию динамических процессов в этих системах. Представлены структурированные данные по фирмам-производителям систем сейсмоизоляции, математическим моделям различных систем сейсмоизоляции и специальным устройствам, входящим в состав этих систем.

Таблица 2

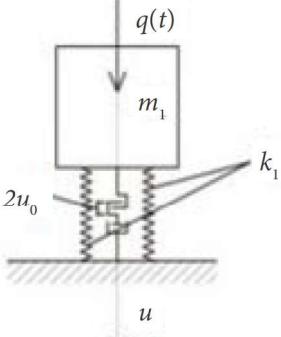
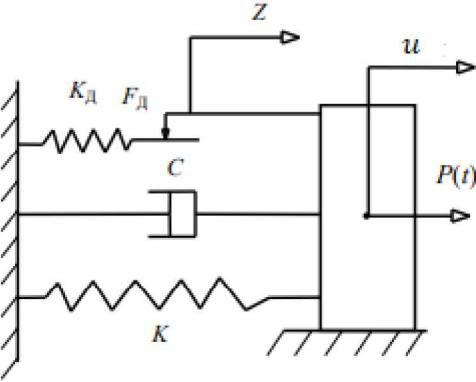
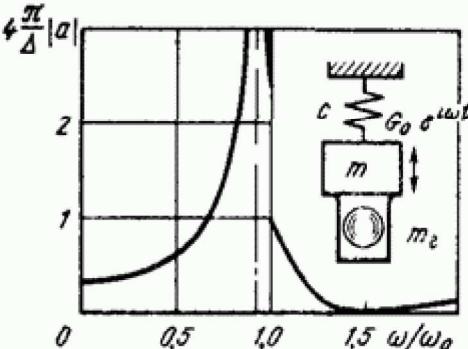
Математические модели системы «сооружение—сейсмоизоляция»

№ п/п	Математическая модель и составляющие	Расчетная схема
1	<p>Кинематическая опора Ю. Д. Черепинского [15]</p> $\ddot{\varphi} \left(1 + \chi^2\right) = g \frac{\chi}{R} \varphi - \frac{1}{R} (1 + \chi) \ddot{z}(t),$ <p>где $\ddot{z}(t)$ — акселерограмма, соответствующая горизонтальному движению грунта; φ — угол отклонения от равновесия;</p> $\chi = \frac{r}{R}$	
2	<p>Кинематическая опора А. М. Курзанова [16]</p> $\ddot{\varphi} + \frac{g}{l} \cos(\alpha) \sin(\varphi) = 0,$ <p>где φ — угол отклонения опоры при горизонтальных колебаниях; l — расстояние от точки приложения силы до оси вращения; α — угол между диагональю опоры и ее высотой</p>	<p>Здание с весом $P - Mg$ на n опорах.</p> <p>Грунт гасит колебания здания и опор</p>

Продолжение табл. 2

3	Резинометаллическая опора [17] $\ddot{u} + 2\zeta\omega\dot{u} + \omega^2 u = -\ddot{x}(t),$ где u — перемещение сооружений относительно движения фундамента вместе с грунтом; ω — собственная частота линейной системы; ζ — безразмерный коэффициент демпфирования; $\ddot{x}(t)$ — акселерограмма ускорения грунта при землетрясении	
4	Маятниковая сейсмоизолирующая опора [11] $\ddot{u} + 2\zeta\omega\dot{u} + \left(\omega^2 - \frac{\ddot{z}(t)}{l}\right)u + f(u, \dot{u}) = -\ddot{x}(t),$ где $f(u, \dot{u})$ — приведенное к единичной массе усилие сопротивления пластического демпфера; l — длина маятника	
5	Система со скользящим поясом [6] $\ddot{u} + \beta\dot{u} + Ru = -(\ddot{u}_{\text{тр}} + \ddot{u}_0),$ где β — коэффициент внутреннего вязкого трения; R — жесткость конструкции; $\ddot{u}_{\text{тр}}$ — ускорение колебания грунтов; \ddot{u}_0 — ускорение колебания на уровне верха фундамента	
6	Динамический гаситель колебаний [4] $\ddot{u} + f_{\Gamma}^2 u + \left(2\lambda f_{\Gamma} + \frac{\theta}{m}\right)\dot{u} + \ddot{y} = -\ddot{y}_0,$ где m — масса гасителя; u — смещение массы гасителя относительно главной массы; y — смещение главной массы относительно основания; f_{Γ} — парциальная частота; λ — параметр вязкости для гасителя; θ — эквивалент, учитывающий силу сухого трения в гасителе	

Окончание табл. 2

7	Демпфер вязкого трения [3]	$\ddot{u} + \bar{h}(u)\Phi_d\dot{u} + \left(1 + \frac{\gamma_1}{p_1}\frac{1}{dt}\right)p_1^2 u = \frac{q(t)}{m},$ где Φ_d — модуль затухания; γ_1 — коэффициент неупругого сопротивления для виброизоляторов; p_1 — собственная круговая частота системы; $\bar{h}(u)$ — дельта-функция	
8	Пружинный маятник с сухим трением [3]	$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku + f_{tp}(u, \dot{u}) = p(t),$ где M — масса маятника; C — коэффициент вязкого трения; K — жесткость пружины; u — перемещение маятника; $p(t)$ — внешняя сила; $f_{tp}(u, \dot{u})$ — действующая сила от демпфера	
9	Система с ударным гасителем колебаний [3]	$x(t) = x_0(t) + J^0\chi_A(t),$ где $x(t)$ — закон движения точки А демпфируемой системы; χ_A — импульсно-частотная характеристика; J^0 — реакция гасителя	

Даны рекомендации по алгоритму поиска основных параметров движения системы «сооружение–сейсмоизоляция» для модели N-этажного здания с различными видами сейсмоизоляции.

Библиографический список

1. Айзенберг Я. М., Нейман А. И., Абакаров А. Д. и др. Адаптивные системы сейсмической защиты сооружений. М.: Наука, 1978. 246 с.

2. Поляков С. В., Килимник Л. Ш., Черкашин А. В. Современные методы сейсмозащиты зданий. М.: Стройиздат, 1989. 320 с.

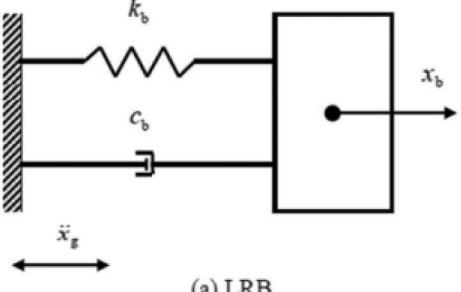
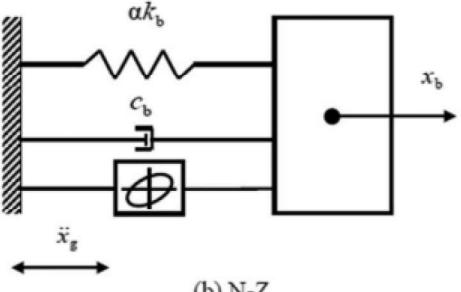
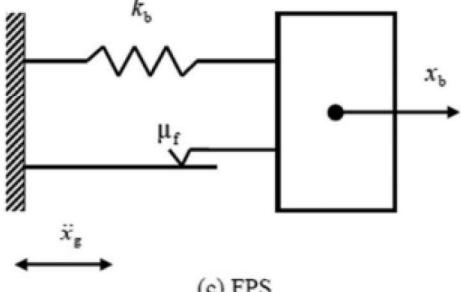
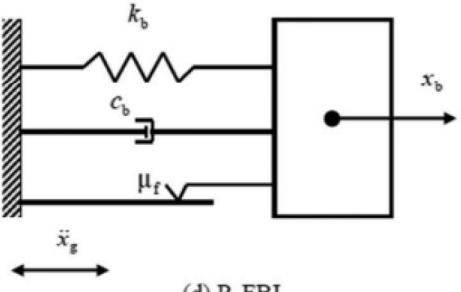
3. Бирбраер А. Н. Расчет конструкций на сейсмостойкость. СПб.: Наука, 1998. 255 с.

4. Chopra A. K. Dynamic of structures. Theory and Applications to Earthquake Engineering. New Jersey: Prentice-Hall, 2006. 794 p.

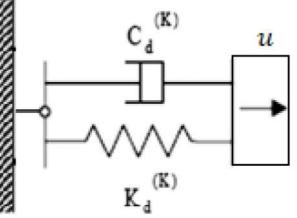
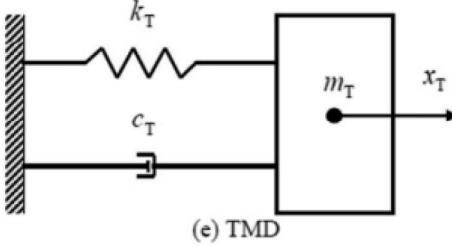
5. Kelly J. M. Earthquake-resistant design with rubber. London: Springer-Verl., 1997. 243 p.

Таблица 3

Математические модели сейсмоопор [14]

№ п/п	Уравнение восстанавливающей силы сейсмоопоры	Принципиальная схема системы
1	Многослойный резиновый подшипник (laminated rubber bearing — LRB) $F_b = c_b \dot{x}_b + k_b x_b$, где F_b — восстанавливающая сила, создаваемая в сейсмоопоре; c_b и k_b — демпфирование и жесткость сейсмоопоры	 (a) LRB
2	Резиновый подшипник со свинцовым сердечником (lead-core rubber bearing) $F_b = c_b \dot{x}_b + \alpha k_b x_b + (1 - \pm) F_y Z$, где F_b — восстанавливающая сила, создаваемая в сейсмоопоре; c_b — вязкое демпфирование сейсмоопоры; k_b — начальная жесткость (предварительная текучесть); F_y — предел текучести; α — отношение жесткости после податливости к жесткости до податливости; Z — компонент безразмерного гистерезисного смещения	 (b) N-Z
3	Фрикционная маятниковая система (friction pendulum system) $F_b = k_b x_b + F_x$, где F_b — восстанавливающая сила; k_b — жесткость сейсмоопоры; F_x — расчетная сила трения	 (c) FPS
4	Изолятор на основе упругого трения (resilient-friction base isolator) $F_b = c_b \dot{x}_b + k_b x_b + F_x$, где F_b — восстанавливающая сила, создаваемая в сейсмоопоре; c_b и k_b — демпфирование и жесткость сейсмоопоры	 (d) R-FBI

Окончание табл. 3

	Вязкожидкостный демпфер (fluid viscous dampers)		
5	$P(t) + \lambda \frac{dP(t)}{dt} = C_d \frac{du_d}{dt},$ <p>где $P(t)$ — выходное усилие демпфера; λ — время расслабления; C_d — постоянная затухания на нулевой частоте; u_d — смещение головки поршня относительно корпуса заслонки</p>		
6	Настраиваемый массовый демпфер (tuned massed damper — TMD)	$\omega_j = \omega_T \left[1 + \left(j - \frac{n+1}{2} \right) \frac{\beta}{n-1} \right],$ <p>где ω_j — собственная частота; ω_T — средняя частота всех TMD; n — общее количество TMD; β — параметр безразмерного интервала частот</p>	

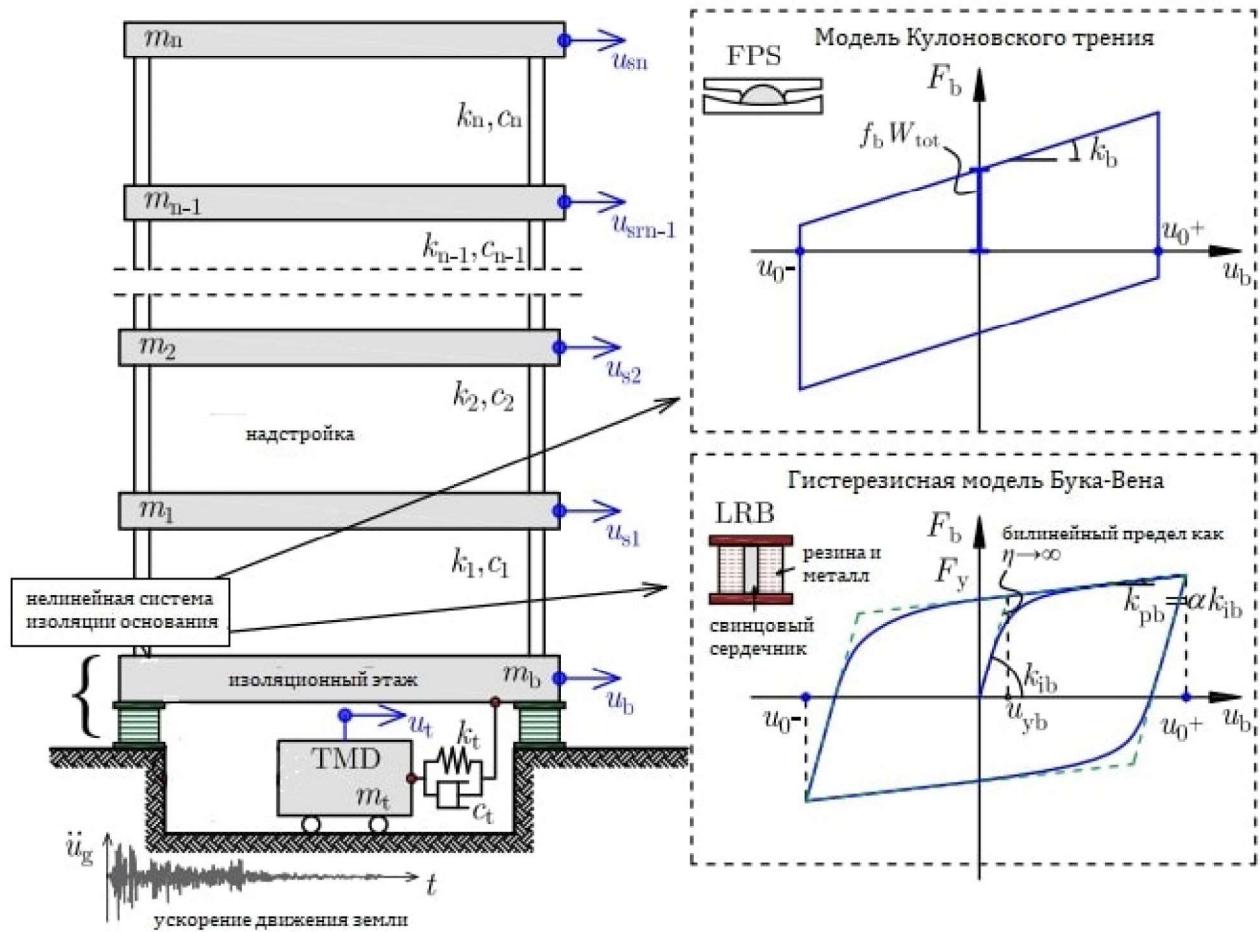


Рис. 5. Модель N-этажного здания с базовой изоляцией сдвигового типа с настроенным демпферным инвертором (TMD), расположенным на цокольном этаже

6. Skinner R. I., Robinson W. H., McVerry G. H. An introduction to seismic isolation. New Zealand: John Wiley&Sons, 1993. 353 p.
7. Рутман Ю. Л., Островская Н. В. Динамика сооружений: сейсмостойкость, сейсмозащита, ветровые нагрузки. СПб.: Изд-во СПбГАСУ, 2019. 253 с.
8. Уздин А. М., Сандович Т. А., Аль-Насер-Мохомад Самих Амин. Основы теории сейсмостойкости и сейсмостойкого строительства зданий и сооружений. СПб.: Изд-во ВНИИГ, 1993. 175 с.
9. Выскребенцева М. А., Ву Ле Куен. Методы сейсмогашения и сейсмоизоляции с применением специальных устройств // Инженерный вестник Дона. 2019. № 1. 20 с.
10. Арутюнян А. Р. Современные методы сейсмоизоляции зданий и сооружений // Инженерно-строительный журнал. 2010. № 3 (13). С. 56–60.
11. Рутман Ю. Л. Маятниковые сейсмоизолирующие опоры. Конструкция, расчет, эксперимент // Инженерно-строительный журнал. 2012. № 1 (27). С. 31–36.
12. Авидон Г. Э., Карлина Е. А. Особенности колебаний зданий с сейсмоизолирующими фундаментами А. М. Курзанова и Ю. Д. Черепинского // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2008. № 1. С. 42–45.
13. Рутман Ю. Л., Симборт Э., Бондарев Д. Е. Анализ динамики сейсмоизолированного сооружения с учетом его крутильных колебаний // Вестник гражданских инженеров. 2017. № 2 (61). С. 112–118.
14. Stanikzai M. H., Elias S., Matsagar V. A., Jain A. K. Seismic response control of base-isolated buildings using multiple tuned mass dampers // The Structural Design of Tall and Special Buildings. 2018. Vol. 28, Issue 3. e1576. 17 p.
15. Факири А., Рутман Ю. Л., Островская Н. В. Расчетно-теоретическая оценка эффективности кинематических опор Ю. Д. Черепинского с учетом их параметров // Вестник гражданских инженеров. 2022. № 1 (90). С. 38–47.
16. Факири А. Оценка эффективности кинематической опоры А. М. Курзанова с учетом ее параметров // Вестник гражданских инженеров. 2022. № 2 (91). С. 58–65.
17. Мальков В. М., Смирнов О. А. Метод возмущений в исследовании проблемы сейсмоизоляции на основе многослойных резинометаллических элементов // Вестник СПбГУ. 2008. Сеп. 10. Вып. 4. С. 58–72.
18. De Domenico D., Ricciardi G. Optimal design and seismic performance of tuned mass damper inserter (TMDI) for structures with nonlinear base isolation systems // Earthquake Engineering Structural Dynamics. 2018. Vol. 47, Issue 12. Pp. 2539–2560

19. Тарасов В. А., Барановский М. Ю., Редькин А. В., Соколов Е. А., Степанов А. С. Системы сейсмоизоляции // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2016. № 4 (43). С. 117–140.

References

1. Ayzenberg Ya. M., et al. *Adaptivnye sistemy seysmicheskoy zashchity sooruzheniy* [Adaptive systems of seismic protection of structures]. Moscow, Nauka Publ., 1978, 246 p.
2. Polyakov S. V., Kilimnik L. Sh., Cherkashin A. V. *Sovremennye metody seysmozashchity zdaniy* [Modern methods of seismic protection of buildings]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1989, 320 p.
3. Birbraer A. N. *Raschet konstruktsiy na seysmostoykost'* [Calculation of structures for seismic resistance]. St. Petersburg, Nauka Publ., 1998, 255 p.
4. Chopra A. K. *Dynamic of structures. Theory and Applications to Earthquake Engineering*. New Jersey, Prentice-Hall Publ., 2006, 794 p.
5. Kelly J. M. *Earthquake-resistant design with rubber*. London, Springer-Verl. Publ., 1997, 243 p.
6. Skinner R. I., Robinson W. H., McVerry G. H. *An introduction to seismic isolation*. New Zealand, John Wiley&Sons Publ., 1993, 353 p.
7. Rutman Yu. L., Ostrovskaya N. V. *Dinamika sooruzheniy: seysmostoykost', seysmozashchita, vetrovye nagruzki* [Dynamics of structures: Earthquake resistance, seismic protection, wind loads]. St. Petersburg, SPbGASU Publ., 2019, 253 p.
8. Uzdin A. M., Sandovich T. A., Al'-Naser-Mohomad Samikh Amin. *Osnovy teorii seysmostoykosti i seysmostoykogo stroitel'stva zdaniy i sooruzheniy* [Fundamentals of earthquake resistance theory and earthquake engineering of buildings and structures]. St. Petersburg, VNIIG Publ., 1993, 175 p.
9. Vyskrebentseva M. A., Vu Le Kuen. *Metody seysmogasheniya i seysmoizolyatsii s primeneniem spetsial'nykh ustroystv* [Methods of seismic suppression and seismic isolation with special devices]. Inzhenernyi vestnik Dona – Engineering Herald of the Don, 2019, no. 1, 20 p.
10. Arutyunyan A. R. *Sovremennye metody seysmoizolyatsii zdaniy i sooruzheniy* [Modern methods of seismic isolation of buildings and structures]. Inzhenerno-stroitel'nyi zhurnal – Engineering and Construction Journal, 2010, no. 3 (13), pp. 56–60.
11. Rutman Yu. L. *Mayatnikovye seysmoizoliruyushchie opory. Konstruktsiya, raschet, eksperiment* [Pendulum seismic-isolating supports. Design, calculation, experiment]. Inzhenerno-stroitel'nyi zhurnal – Engineering and Construction Journal, 2012, no. 1 (27), pp. 31–36.

12. Avidon G. E., Karlina E. A. *Oсобенности колебаний зданий с сейсмопоглощающими фундаментами А. М. Курзанова и Ю. Д. Черепинского* [Features of the vibrations of buildings with seismic isolating foundations of A. M. Kurzanov and Y. D. Cherepinsky]. Seysmostoykoe stroitel'stvo. Bezopasnost' sooruzheniy – Seismic Construction. Safety of Structures, 2008, no. 1, pp. 42–45.
13. Rutman Yu. L., Simbort E., Bondarev D. E. *Analiz dinamiki seysmoizolirovannogo sooruzheniya s uchetom ego krutil'nykh kolebanii* [Analysis of the dynamics of a seismically insulated structure taking into account its torsional oscillations]. Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers, 2017, no. 2 (61), pp. 112–118.
14. Stanikzai M. H., Elias S., Matsagar V. A., Jain A. K. Seismic response control of base-isolated buildings using multiple tuned mass dampers. *The structural design of tall and special buildings*, 2018, vol. 28, iss. 3, e1576, 17 p.
15. Fakiri A., Rutman Yu. L., Ostrovskaya N. V. *Raschetno-teoreticheskaya otsenka effektivnosti kinematiceskikh opor Yu. D. Cherepinskogo s uchetom ikh parametrov* [Calculation and theoretical evaluation of the Yu. D. Cherepinsky kinematic supports efficiency with consideration of their parameters]. Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers, 2022, no. 1 (90), pp. 38–47.
16. Fakiri A. *Otsenka effektivnosti kinematiceskoy opory A. M. Kurzanova s uchetom ee parametrov* [Efficiency evaluation of the A. M. Kurzanov kinematic support with consideration of its parameters]. Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers, 2022, no. 2 (91), pp. 58–65.
17. Mal'kov V. M., Smirnov O. A. *Metod vozmushcheniy v issledovanii problemy seysmoizolyatsii na osnove mnogosloynykh rezinometallicheskikh elementov* [Perturbation method in study of seismic insulation problem on the basis of multilayer rubber-metal elements]. Vestnik SPbGU – Bulletin of Saint-Petersburg State University, 2008, ser. 10, iss. 4, pp. 58–72.
18. De Domenico D., Ricciardi G. Optimal design and seismic performance of tuned mass damper inerter (TMDI) for structures with nonlinear base isolation systems. *Earthquake Engineering Structural Dynamics*, 2018, vol. 47, iss. 12, pp. 2539–2560.
19. Tarasov V. A., Baranovskiy M. Yu., Red'kin A. V., Sokolov E. A., Stepanov A. S. *Sistemy seysmoizolyatsii* [Seismic insulation systems]. Stroitel'stvo unikal'nykh zdaniy i sooruzheniy – Construction of unique buildings and structures, 2016, no. 4 (43), pp. 117–140.