

УДК 624.012.4-183.2

© С. В. Цветков, канд. техн. наук, гл. конструктор
(ЗАО «Управление специальных строительных работ», Санкт-Петербург, Россия)

E-mail: vasilieva4@yandex.ru

© С. С. Цветков, студент
(Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна, Санкт-Петербург, Россия)
E-mail: tswetkov.svyatoslav@yandex.ru

DOI 10.23968/1999-5571-2023-20-6-43-49

© S. V. Tsvetkov, PhD in Sci. Tech., Chief Designer
(CJSC «Management of Special Construction Works»,
St. Petersburg, Russia)

E-mail: vasilieva4@yandex.ru

© S. S. Tsvetkov, student
(Saint Petersburg State University of Industrial
Technologies and Design,
St. Petersburg, Russia)
E-mail: tswetkov.svyatoslav@yandex.ru

ПРОЧНОСТЬ ТЯЖЕЛОГО БЕТОНА ПРИ ДВУХОСНОМ РАСТЯЖЕНИИ

STRENGTH OF HEAVY CONCRETE UNDER BIAXIAL TENSION

Используемые для расчетов железобетонных конструкций, работающих в условиях сложных напряженных состояний, характеристики бетона определяются на моделях, являющихся в основном эмпирическими, а входящие в них коэффициенты получаются из данных испытаний, носящих зачастую противоречивый характер. Наиболее исследовано поведение бетона при действии сжимающих напряжений, что нашло отражение и в действующих нормативных документах. Вместе с тем напряженные состояния, связанные с одновременным действием растяжения, представлены в нормативной базе в значительно меньшем объеме. В полной мере это относится и к двухосному растяжению. Предлагается рассмотреть вопрос об изменении прочности бетона на основе модели, в которой элементы структуры распределены по нормальному закону. Исходные данные могут быть получены в результате испытаний бетона на прочность при осевом сжатии и растяжении. Анализ полученных результатов подтверждает работоспособность применяемой модели. Выполненное исследование указывает на снижение прочности бетона при двухосном растяжении. Снижение более значимое для бетонов низких классов прочности.

Ключевые слова: прочность бетона, осевое растяжение, сжатие, нормальный закон распределения, двухосное растяжение.

The characteristics of concrete used for calculations of reinforced concrete structures operating under complex stress state are determined on models that are mainly empirical, and the coefficients included in them are obtained from test data, which are often contradictory. The behavior of concrete under the action of compressive stresses is most studied, which is reflected in the current regulatory documents. Meanwhile, the stressed states associated with the simultaneous action of tension are presented in the regulatory framework in a much smaller volume. This fully applies to biaxial tension. It is proposed to consider the issue of changing the strength of concrete based on a model in which the elements of the structure are distributed according to a normal law. The initial data can be obtained from tests of concrete for strength under axial compression and tension. The analysis of the obtained results confirms the operability of the applied model. The performed study indicates a decrease in the strength of concrete under biaxial tension. The decrease is more significant for concretes of low strength classes.

Keywords: concrete strength, axial tension, compression, normal law of distribution, biaxial tension.

Введение. Разработка современных стандартов проектирования бетонных и железобетонных конструкций требует значительного объема информации о прочностных характеристиках бетона в различных напряженных состояниях. Если напряженные состояния со сжимающими напряжениями

нашли свое отражение в нормативной документации, то сложные напряженные состояния, вызванные действием только растягивающих напряжений, в расчетах не учитываются. Основным источником информации о поведении бетона в том или ином напряженном состоянии является эксперимент.

Однако на результаты испытаний оказывают влияние многие факторы. Бетон, обладая высокими прочностными характеристиками при сжатии, при растяжении имеет низкие показатели прочности. Поэтому наиболее подробные исследования этих факторов выполнены для осевого сжатия. История развития исследований масштабного фактора представлена в работе [4]. Влияние на прочность при сжатии состава бетона подробно описано в известных трудах отечественных и зарубежных исследователей [1, 2, 12, 16]. Учет методов проведения испытаний и формы самих образцов приведен в [10, 11].

В полной мере это относится и к испытаниям тяжелого бетона в условиях двухосного растяжения, что усложняет анализ получаемых результатов.

В статье представлена модель поведения бетона при двухосном растяжении.

Методы. В модели используются подходы, применяемые в так называемой теории протекания. Теория протекания, или теория просачивания, — математическая теория, используемая в физике, химии и других областях для описания возникновения связанных структур в случайных средах, состоящих из отдельных элементов. Ряд задач формулируется путем представления среды в виде дискретной решетки. Можно выборочно случайным образом отмечать, или «выключать», узлы решетки, считая долю отмеченных узлов основным независимым параметром и полагая, что отмеченные узлы можно соединить непрерывной цепочкой с соседними отмеченными узлами [13].

Использование представленной задачи для моделирования процесса разрушения бетона потребовало привязать «выключение» узлов к какой-либо характеристике бетона, контролируемой при испытаниях, например прочности. Тогда, задавая числовые значения внешнего воздействия, узлы с меньшим значением «прочности» будут «выключаться», образуя тем самым цепочку

взаимосвязанных узлов. «Разрушение» — это появление цепочки взаимосвязанных узлов, пересекающих исходную решетку.

Первоначально данный подход был использован для случая одно- и двухосного сжатия [13–15]. При испытании бетона на осевое сжатие, наряду с прочностью бетона, фиксируются параметрические точки. Нижняя параметрическая точка отвечает за появление первых дефектов в бетоне и называется R_T^0 [3]. В качестве закона распределения прочности узлов может быть принято нормальное распределение случайной величины (в нашем случае случайная величина — «прочность» узлов решетки). Нормальное распределение характеризуется средним значением случайной величины и средним квадратическим отклонением. В качестве среднего значения может быть принято значение напряжений сжатия при разрушении — R_b . Величина среднего квадратического отклонения $D = (R_b - R_T^0)/2$, т. е. в диапазоне от R_T^0 до $-(2R_b - R_T^0)$ находится 95,4 % всех значений «прочности» узлов структуры бетона.

По представленному алгоритму была составлена программа, с помощью которой в узлы правильной решетки ставились значения, полученные из выборки нормального распределения с указанными выше характеристиками. Задавалось численное значение внешнего воздействия. При превышении им «прочности» узла данный узел считается «выключенным»: взаимосвязанная цепочка узлов, пересекающая исходную решетку, фиксировала «разрушение».

В полной мере указанный механизм соответствует и случаю осевого растяжения, с той лишь разницей, что фиксация нижней параметрической точки усложнена минимальными значениями растягивающих напряжений. Но отклонение диаграммы деформирования бетона от линейной происходит при уровне напряжений, соответствующих уровню напряжений при сжатии, — (R_T^0/R_b) .

Таким образом, порядок построения модели следующий:

1. При осевом растяжении появление первых трещин фиксируется при значениях напряжений $\sigma_{t,\min} = (R_T^0/R_b)R_{bt}$, разрушение — при напряжениях $\sigma_{t,\max} = R_{bt}$.

2. Прочность элементов структуры является случайной величиной r_i и распределена по нормальному закону со следующими характеристиками: математическое ожидание $M = \sigma_{t,\max} = R_{bt}$, среднее квадратическое отклонение $D = (R_{bt} - \sigma_{t,\min})/2$.

3. Из выборки с указанными в п. 2 характеристиками случайным образом берутся значения r_i , которые помещаются в узлы квадратной решетки. Далее последовательно задается условное «внешнее воздействие» $\sigma_{t,i}$.

4. При росте «внешнего воздействия», когда $\sigma_{t,i} > r_i$, происходит последовательное «разрушение» отдельных элементов структуры, расположенных в узлах решетки.

5. Появление цепочки взаимосвязанных узлов, пересекающих исходную решетку, означает «разрушение» бетона. Этот процесс описывает поведение бетона при одноосном растяжении.

Рассмотрим вопрос изменения прочности бетона при двухосном растяжении. Как отмечалось выше, модель построена в предположении, что при осевом растяжении положение нижней параметрической точки [3] на диаграмме деформирования остается на том же уровне напряжений, что и при осевом сжатии. Данное условие может считаться обоснованным, учитывая характер трещинообразования при растяжении и сжатии [2, 6].

Для моделирования следует использовать результаты испытаний бетонных образцов на осевое сжатие и растяжение:

- прочность бетона при осевом сжатии (призменная прочность R_b);
- значение напряжений сжатия, соответствующих нижней параметрической точке, R_T^0 ;
- прочность бетона при осевом растяжении, R_{bt} .

Для иллюстрации работы модели прочность бетона при осевом сжатии и растяжении определялась аналитически по заданной кубиковой прочности (R) в соответствии с «Рекомендациями по определению прочностных и деформационных характеристик бетона при неоднородных напряженных состояниях» (1984): $R = 45,0$ МПа и $R = 12,5$ МПа соответственно.

В узлах правильной квадратной решетки размещались значения «прочности» из выборки:

- при $R = 45,0$ МПа ($R_b = 36,0$ МПа; $R_T^0 = k_0 R_b = 0,40 R_b$ [3]) характеристики нормального распределения: среднее значение при осевом растяжении $R_{bt1} = 2,50$ МПа; среднее квадратическое отклонение $D = 0,75$;

- при $R = 12,5$ МПа ($R_b = 10,0$ МПа; $R_T^0 = k_0 R_b = 0,20 R_b$ [3]) характеристики распределения: среднее значение при осевом растяжении $R_{bt1} = 1,10$ МПа; среднее квадратическое отклонение $D = 0,44$.

Среднее квадратическое отклонение определялось из условия, что уровень напряжений, соответствующий нижней параметрической точке, остается неизменным, как при сжатии, так и при растяжении. Вариант исходной решетки представлен на рис. 1.

Результаты моделирования. *Осевое растяжение* ($\sigma_{2t} = 0$). При осевом растяжении направление «приложения растягивающего усилия» к сторонам решетки случайно, т. е. могут реализовываться «направления разрушения» как с минимальными ($R_{\min}$), так и с максимальными ($R_{\max}$) значениями итоговой «прочности». Значение прочности при осевом растяжении (R_{bt1}) определялось как среднее: $R_{bt1} = 0,5(R_{\min} + R_{\max})$. Один из вариантов реализации модели при осевом растяжении представлен на рис. 2.

Двухосное растяжение ($\sigma_{1t} = \sigma_{2t}$). При двухосном равномерном растяжении гарантированно реализуются направления только с минимальными значениями ($R_{\min}$). Поэтому прочность при двухосном равномерном

21.3	8.3	5.2	15.5	4.7	10.0	3.7	2.4	6.7	13.5
19.4	24.5	16.1	20.8	14.8	17.9	18.6	26.2	8.4	10.9
14.5	10.3	13.0	18.5	18.7	13.4	14.1	-0.1	8.0	13.1
10.3	12.9	12.6	8.9	8.2	12.6	3.9	8.2	15.8	15.8
22.9	11.1	15.0	12.5	7.3	-2.1	13.9	11.9	9.6	16.6
12.3	13.4	6.7	21.4	14.4	15.9	17.8	3.3	8.4	14.1
28.0	13.5	13.8	8.1	13.0	12.4	10.3	4.6	0.8	4.5
10.2	5.5	13.8	13.8	17.9	6.1	12.1	8.5	4.4	30.1
7.8	8.9	10.9	16.4	15.7	20.9	9.6	18.3	5.0	12.1
17.9	15.0	16.1	11.6	9.8	21.9	21.4	10.3	11.5	4.2

Рис. 1. Вариант исходной решетки

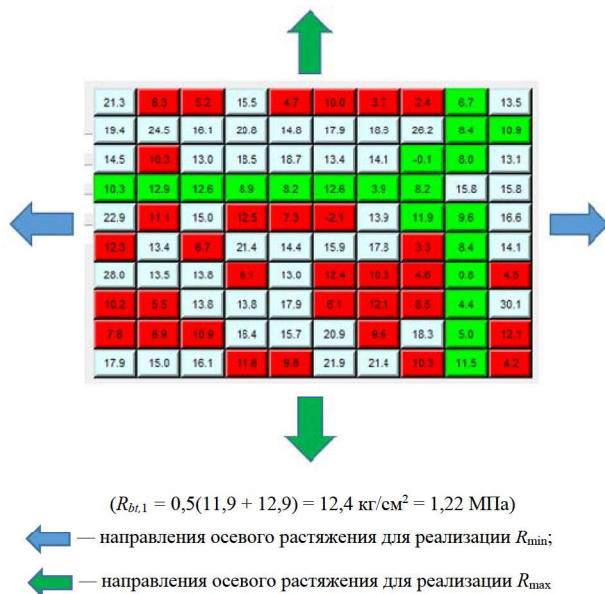


Рис. 2. Вариант реализации модели при осевом растяжении

растяжении определялась как $R_{bt,2} = R_{\min}$. Вариант реализации модели при двухосном растяжении представлен на рис. 3.

Моделирование выполнялось на решетках 10×10 .

Полученные результаты показывают, что изменение прочности бетона при двухосном растяжении обусловлено изменениями прочности образца в направлении прикладываемых растягивающих усилий. По результатам моделирования получены следующие средние значения прочности:

- для $R = 45,0$ МПа — $R_{bt,1} = 2,76$ МПа и $R_{bt,2} = 2,63$ МПа;

- для $R = 12,5$ МПа — $R_{bt,1} = 1,29$ МПа и $R_{bt,2} = 1,43$ МПа.

Доверительные интервалы (надежность 95,0 %) для каждого среднего составили:

- для $R = 45,0$ МПа — $R_{bt,1} = (2,76 \pm 0,058)$ МПа и $R_{bt,2} = (2,63 \pm 0,089)$ МПа;

- для $R = 12,5$ МПа — $R_{bt,1} = (1,43 \pm 0,048)$ МПа и $R_{bt,2} = (1,29 \pm 0,021)$ МПа.

Максимальное снижение прочности бетона при двухосном растяжении составило:

- для $R = 45,0$ МПа — $R_{bt,2} = 0,90R_{bt,1}$;

- для $R = 12,5$ МПа — $R_{bt,2} = 0,858R_{bt,1}$.

Характерные точки для составления графика:

- при $\sigma_{2,t} / R_{bt,1} = 0$ $\sigma_{1,t} / R_{bt,1} = 1$;

- при $\sigma_{2,t} / R_{bt,1} \leq k_0$ (нижняя параметрическая точка) $\sigma_{1,t} / R_{bt,1} = 1$;

- при $\sigma_{2,t} / R_{bt,1} = \sigma_{1,t} / R_{bt,1}$: для $R = 45,0$ МПа — $R_{bt,2} = 0,90R_{bt,1}$; для $R = 12,5$ МПа — $R_{bt,2} = 0,858R_{bt,1}$.

Указанные точки при построении графика соединялись отрезками прямых.

График изменения прочности представлен на рис. 4.

Обсуждение. Сравним результаты моделирования с данными, представленными в работах [7–9].

В [7] приведены теоретические зависимости изменения прочности бетонов различного класса при двухосном растяжении и выполнено их сравнение с экспериментами:

- для $R_b = 10,0$ МПа и $R_{bt1}/R_b = 0,12$ — прочность бетона при двухосном растяжении $R_{bt2} = 0,90R_{bt1}$. Для рассматриваемой модели ($R_b = 10,0$ МПа и $R_{bt1}/R_b = 0,11$) $R_{bt2} = 0,858R_{bt1}$;

- для $R_b = 50,0$ МПа и $R_{bt1}/R_b = 0,06$ — прочность бетона при двухосном растяжении $R_{bt2} = 0,95R_{bt1}$. Для рассматриваемой модели ($R_b = 36,0$ МПа и $R_{bt1}/R_b = 0,069$) $R_{bt2} = 0,90R_{bt1}$.

Экспериментальные данные: при $\sigma_1 = \sigma_2$ $R_{bt2} = (0,83 \dots 1,05)R_{bt1}$.

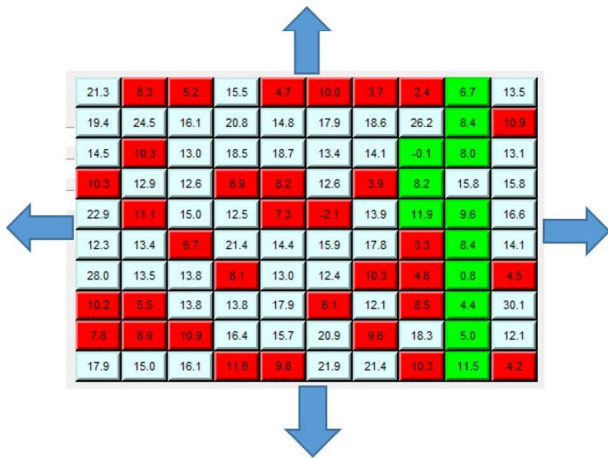


Рис. 3. Вариант реализации модели при двухосном равномерном растяжении ($R_{bt,2} = 11,9 \text{ кг/см}^2 = 1,17 \text{ МПа}$)

В [8] дана зависимость прочности бетона при трехосном растяжении. Для двухосного растяжения ($\sigma_1 = \sigma_2$ и $\sigma_3 = 0$) получим:

$$(\sigma_1 / R_{bt})^2 + a(\sigma_2 / R_{bt})^2 \leq 1,0,$$

где $a = 0,1 + 0,15(B - B15)/B$.

Тогда:

- для В15: $R_{bt,2} = 0,953R_{bt,1}$. В рассматриваемой модели для кубиковой прочности $R = 12,5 \text{ МПа}$: $R_{bt,2} = 0,858R_{bt,1}$;
- для В35: $R_{bt,2} = 0,920R_{bt,1}$. В рассматриваемой модели для кубиковой прочности $R = 45 \text{ МПа}$: $R_{bt,2} = 0,90R_{bt,1}$.

В [9] представлены значения прочности бетона при двухосном растяжении в зависимости от показателя хрупкости, который меняется в диапазоне $0,12 > R_{bt,1}/R_b > 0,065$, и выполнено сравнение данных экспериментов с известными критериями прочности. При среднем значении $R_{bt,1}/R_b = 0,08$ различные критерии дают снижение прочности по сравнению с осевым растяжением от 10 до 50 %. По результатам моделирования при изменении показателя хрупкости $R_{bt,1}/R_b = (0,069...0,11)$ снижение прочности составило от 10 до 15 %.

Похожие данные получены в работе [5] при испытаниях металлических образцов на двухосное растяжение.

По результатам моделирования максимальное снижение прочности может со-

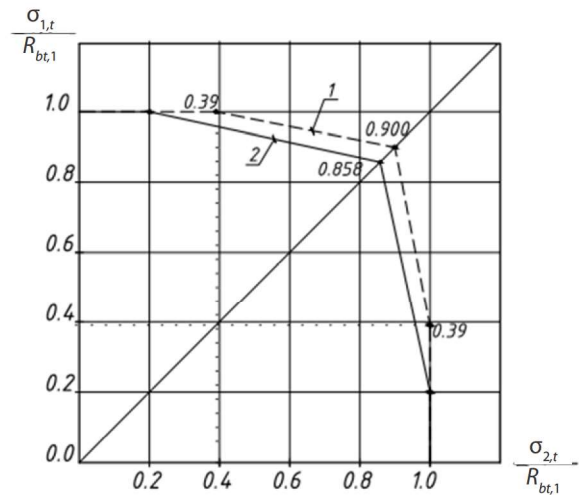


Рис. 4. График изменения прочности бетона при двухосном растяжении:

- 1 — для бетона $R_{bt} = 2,50 \text{ МПа}$ ($R_b = 36,0 \text{ МПа}$; $R_t^0 = 0,40R_b$);
2 — для бетона $R_{bt} = 1,10 \text{ МПа}$ ($R_b = 10,0 \text{ МПа}$; $R_t^0 = 0,20R_b$)

ставлять 15 %, что в целом не противоречит приведенным данным и указывает на возможность использования модели для прогнозирования прочности бетона в условиях двухосного растяжения.

Вместе с тем действующие в настоящее время нормативные документы по расчету железобетонных конструкций не учитывают снижение прочности бетона в условиях двухосного растяжения, что может негативно отразиться в расчетах железобетонных конструкций, например, на образование трещин.

Выводы

1. По результатам моделирования отмечается снижение прочности тяжелого бетона при двухосном растяжении. Более значительное снижение наблюдается у бетонов низкого класса по прочности на сжатие.
2. При наличии двухосного растяжения, возможно, требуется введение в расчеты железобетонных конструкций коэффициента условия работы бетона, снижающего расчетное сопротивление бетона растяжению.
3. Полученные при моделировании результаты показывают, что изменение прочности бетона при двухосном растяжении обусловлено изменениями прочности образ-

ца в направлении прикладываемых растягивающих усилий.

Библиографический список

1. Ахвердов И. Н. Основы физики бетона. М.: Стройиздат, 1981. 456 с.
2. Берг О. Я. Физические основы теории прочности бетона и железобетона. М.: Госстройиздат, 1962. 96 с.
3. Берг О. Я. (ред.), Щербakov Е. Н., Писанко Г. Н. Высокопрочный бетон. М.: Стройиздат, 1971. 208 с.
4. Бушков В. А. Железобетонные конструкции. Ч. 1. М.: Стройиздат Наркомстроя, 1940. 159 с.
5. Вилимок Я. А., Назаров К. А., Евдокимов А. К. Напряженное состояние плоских образцов при одноосном и двухосном растяжении // Известия ТулГУ. Технические науки. 2013. № 11. С. 388–393.
6. Зайцев Ю. В. Моделирование деформаций и прочности бетона методами механики разрушения. М.: Стройиздат, 1982. 196 с.
7. Карпенко Н. И. Общие модели механики железобетона. М.: Стройиздат, 1996. 413 с.
8. Карпенко Н. И., Карпенко С. Н., Ухатский М. Л. К определению прочности бетона при трехосном растяжении и смешанных напряженных состояниях сжатие — растяжение // Вестник Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. 2013. № 31-2 (50). С. 358–361.
9. Корсун В. И., Карпенко С. Н., Макаренко С. Ю., Недорезов А. В. Современные критерии прочности для бетонов при объемных напряженных состояниях // Строительство и реконструкция. 2021. № 5 (97). С. 16–30.
10. Кудзис А. П., Ноткус А.-И. И. О погрешностях двухосных испытаний бетона // Бетон и железобетон. 1978. № 6. С. 32–34.
11. Писаренко Г. С., Лебедев А. А. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии. Киев: Наукова думка, 1976. 416 с.
12. Райхель В., Конрад Д. Бетон / пер. с нем. М.: Стройиздат, 1979. 111 с.
13. Цветков С. В. Прогнозирование прочности тяжелого бетона в условиях плоского напряженного состояния // Технология бетонов. 2020. № 7–8. С. 39–42.
14. Цветков С. В. Прогнозирование прочности тяжелых бетонов в условиях двух- и трехосного пропорционального сжатия // Технология бетонов. 2018. № 7–8. С. 25–29.
15. Цветков С. В. К оценке статистической модели разрушения бетона при двухосном сжатии // Промышленное и гражданское строительство. 2012. № 11. С. 27–28.
16. Шестоперов С. В. Контроль качества бетона. М.: Высшая школа, 1981. 247 с.

References

1. Akhverdov I. N. *Osnovy fiziki betona* [Fundamentals of physics of concrete]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1981, 456 p.
2. Berg O. Ya. *Fizicheskie osnovy teorii prochnosti betona i zhelezobetona* [Physical bases of the theory of strength of concrete and reinforced concrete]. Moscow, Gosstroyizdat Publ., 1962, 96 p.
3. Berg O. Ya. (ed.), Shcherbakov E. N., Pisanko G. N. *Vysokoprochniy beton* [High-strength concrete]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1971, 208 p.
4. Bushkov V. A. *Zhelezobetonnye konstruksii* [Reinforced concrete structures]. Pt. 1. Moscow, StroyizdatNarkomstroya Publ., 1940, 159 p.
5. Vilimok Ya. A., Nazarov K. A., Evdokimov A. K. *Napryazhennoe sostoyanie ploskikh obraztsov pri odnoosnom i dvukhosnom rastyazhenii* [Stress state of flat specimens at uniaxial and biaxial tension]. *Izvestiya TulGU. Tekhnicheskie nauki – Bulletin of TulSU. Technical Sciences*, 2013, no. 11, pp. 388–393.
6. Zaytsev Yu. V. *Modelirovanie deformatsiy i prochnosti betona metodami mekhaniki razrusheniya* [Modeling of deformations and strength of concrete by methods of fracture mechanics]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1982, 196 p.
7. Karpenko N. I. *Obshchie modeli mekhaniki zhelezobetona* [General models of mechanics of reinforced concrete]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1996, 413 p.
8. Karpenko N. I., Karpenko S. N., Ukhatskiy M. L. *K opredeleniyu prochnosti betona pri trekhosnom rastyazhenii i smeshannykh napryazhennykh sostoyaniyakh szhatie – rastyazhenie* [To the estimation of concrete strength under triaxial tension and mixed stressed states compression – tension]. *Vestnik Volgogradskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta – Bulletin of Volgograd State University of Architecture and Civil Engineering*, 2013, no. 31-2 (50), pp. 358–361.
9. Korsun V. I., Karpenko S. N., Makarenko S. Yu., Nedorezov A. V. *Sovremennyye kriterii prochnosti dlya betonov pri ob'emnykh napryazhennykh sostoyaniyakh* [Modern strength criteria for concrete under volumetric stress states]. *Stroitel'stvo i rekonstruktsiya – Construction and Reconstruction*, 2021, no. 5 (97), pp. 16–30.
10. Kudzis A. P., Notkus A.-I. I. *O pogreshnostyakh dvukhosnykh ispytaniy betona* [On the errors of biaxial tests of concrete]. *Beton i zhelezobeton – Concrete and Reinforced Concrete*, 1978, no. 6, pp. 32–34.
11. Pisarenko G. S., Lebedev A. A. *Deformirovanie i prochnost' materialov pri slozhnom napryazhennom sostoyanii* [Deformation and strength of materials under complex stressed state]. Kiev, Naukova dumka Publ., 1976, 416 p.

12. Raykheľ V., Konrad D. *Beton* [Concrete]. Transl. from German. Moscow, Stroyizdat Publ., 1979, 111 p.
13. Tsvetkov S. V. *Prognozirovanie prochnosti tyazhelogo betona v usloviyakh ploskogo napryazhennogo sostoyaniya* [Prediction of strength of heavy concrete in conditions of plane stressed state]. *Tekhnologiya betonov – Technology of concrete*, 2020, no. 7–8, pp. 39–42.
14. Tsvetkov S. V. *Prognozirovanie prochnosti tyazhelykh betonov v usloviyakh dvukh- i trekhosnogo proporsional'nogo szhatiya* [Strength prediction of heavy concrete under conditions of two- and three-axis proportional compression]. *Tekhnologiya betonov – Technology of concrete*, 2018, no. 7–8, pp. 25–29.
15. Tsvetkov S. V. *K otsenke statisticheskoy modeli razrusheniya betona pri dvukhosnom szhatii* [Regarding the estimation of statistical model of concrete fracture under biaxial compression]. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo – Industrial and civil engineering*, 2012, no. 11, pp. 27–28.
16. Shestoperov S. V. *Kontrol' kachestva betona* [Quality control of concrete]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1981, 247 p.