УДК 656.022
DOI 10.23968/1999-5571-2024-21-1-104-111

© *А. А. Носков*, канд. экон. наук, ген. директор
(Группа компаний «Миларин»,
Санкт-Петербург, Россия)
*E-mail: noskov.anton@melarin.ru*
© *А. В. Терентьев*, д-р техн. наук, профессор
© *Д. Д. Сидлецкая*, магистрант
© *Д. А. Царев*, магистрант
(Санкт-Петербургский государственный
архитектурно-строительный университет,
Санкт-Петербург, Россия)
*E-mail: aleksej.terentev.67@bk.ru, danuta00@mail.ru,
mr.tsar2309@gmail.com*

©*A. A. Noskov*, PhD in Sci. Ec., General Director
(«Milarin» Group of Companies,
St. Petersburg, Russia)
*E-mail: noskov.anton@melarin.ru*
© *A.V. Terentyev*, Dr. Sci. Tech., Professor
© *D. D. Sidletskaya*, MSci student
© *D. A. Tsarev*, MSci student
(Saint Petersburg State University
of Architecture and Civil Engineering,
St. Petersburg, Russia)
*E-mail: aleksej.terentev.67@bk.ru, danuta00@mail.ru,
mr.tsar2309@gmail.com*

# АДАПТАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ ПРИНИМАЕМЫХ РЕШЕНИЙ В СИСТЕМАХ ГРУЗОВЫХ АВТОМОБИЛЬНЫХ ПЕРЕВОЗОК В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

# ADAPTATION OF MATHEMATICAL MODEL OF DECISION QUALITY MANAGEMENT IN ROAD FREIGHT TRANSPORTATION SYSTEMS UNDER CONDITIONS OF UNCERTAINTY

Представлен алгоритм адаптации математической модели управления качеством принимаемых решений в сложных системах грузовых автомобильных перевозок к условиям неопределенности. Состояние неопределенности в системах грузовых автомобильных перевозок определяется стохастически неустойчивыми вероятностными значениями исследуемых показателей. В связи с тем, что данная информационная ситуация недостаточно исследована, проблема в такой постановке рассматривается впервые. Целью исследования является адаптация существующих моделей оценки качества в системах с дискретными состояниями при постоянных интенсивностях переходов к условиям неопределенности. Исследование позволило получить новый теоретический результат — модель объективной оценки эффективности функционирования сложных систем грузовых автомобильных перевозок.

*Ключевые слова*: информационная ситуация, теория принятия решений, стохастическая неопределенность, методы векторной оптимизации, многокритериальная задача, линейное и нелинейное программирование, грузовые автомобильные перевозки.

The paper presents an algorithm for adapting the mathematical model of decision quality management in complex road freight transportation systems to the conditions of uncertainty. The state of uncertainty in truck transportation systems is determined by stochastically unstable probabilistic values of the studied indicators. Due to the fact that this information situation has been scarcely researched up to the present, the problem in this formulation is considered for the first time. The aim of the study is to adapt the existing models of quality assessment in systems with discrete states at constant transition intensities to uncertainty conditions. The study has allowed obtaining a new theoretical result, namely, there has been developed a model of objective assessment of the efficiency of complex systems of road freight transportation.

*Keywords*: information situation, decision-making theory, stochastic uncertainty, vector optimization methods, multi-criteria problem, linear and nonlinear programming, road freight transportation.

**Введение**

При формировании модели синтеза оптимальной программы управления качеством принимаемых решений в сложных системах необходимо решать задачу вычисления тех или иных вероятностных характеристик функционала оптимальности результативных показателей. Модели решения задач данного класса базируются на алгоритмах решения задач стохастичной системы управления с той лишь разницей, что законы распределения случайных величин, характеризующие параметры системы, неизвестны. Все разработанные теоретические модели оптимальных значений должны быть адаптированы к прикладным параметрам исследуемой системы.

Системы грузовых автомобильных перевозок (ГАП) можно охарактеризовать как системы с дискретными состояниями при постоянных интенсивностях переходов в сложных информационных ситуациях (в условиях неопределенности). Тогда разработанные методы решения задачи выбора оптимальных значений параметров управления качеством должны быть адаптированы для указанных условий. Начальные условия для системы всегда могут быть заданы в виде некоторых промежуточных условий вида: $x_i(t_i) = x_{i0}$ $i = 1,2,...,n$, где $x_{i0}$ — некоторые заданные величины (текущие значения показателей в системе ГАП); $t \in [t_0, T]$ — заданные моменты времени. В более общем случае систему можно сформировать в виде модели, состоящей из $n$ уравнений:

$$\begin{cases} \varphi_j\left(x_1(t_1), x_2(t_2), \cdots, x_n(t_n)\right) = 0; \\ j = 1,2,\ldots,m. \end{cases} \quad (1)$$

Рассмотрим способ определения оптимальных параметров управления качеством. Если установлены критериальные функции и ограничения, то задачу выбора оптимальных параметров можно сформулировать следующим образом:

$$\begin{cases} \varphi_j\left(K^*\right) = 0; \\ j = 1,2,\ldots,m; \\ f\left(K^*\right) = \sup\limits_{k \in \Omega_\varphi} f(K), \end{cases} \quad (2)$$

где $\varphi$ — подпространство векторов, удовлетворяющих условиям задачи; $\varphi_j$ и $f$ — функции, определенные в пространстве $\Omega_\varphi$ и принимающие вещественные значения.

Вектор $K^*$, удовлетворяющий условиям (2), будет называться оптимальным управлением, подпространство $\Omega_\varphi$ — множеством допустимых управлений, а функция $f(K)$ — критериальной функцией качества. Таким образом, задача заключается в поиске оптимального управления, при котором критериальная функция качества принимает наибольшие значения на множестве допустимых значений параметров, определяемых условием $f\left(K^*\right) = \sup\limits_{k \in \Omega_\varphi} f(K)$.

Алгоритмизация и программирование решения задачи поиска оптимального управления облегчаются тем, что в ее функцию входят лишь функции многих числовых переменных. При этом множество $\Omega_\varphi$ можно считать замкнутым и ограниченным, если не внести в условия задачи (2) дополнительные ограничения, влияющие на максимальное значение критериальной функции.

Функция $f$ согласно второй теореме Вейерштрасса [1] достигает на множестве $\Omega_\varphi$ наибольших и наименьших значений, то есть существуют такие векторы $K^*_{\max}$ и $K^*_{\min}$, что для любого $K \in \varphi$ выполняется неравенство

$$f\left(K^*_{\max}\right) \le f(K) \le f(K^*_{\min}). \quad (3)$$

Вектор $K^*_{\max}$ называется глобальным максимумом функции $f$ на множестве $\Omega_\varphi$, а вектор $K^*_{\min}$ — глобальным минимумом: в случае, если речь ведется безотносительно к максимуму или минимуму, употребляется термин «глобальный экстремум»; в случае, если множество $\Omega_\varphi$ совпадает с множеством $\Omega$, то есть ограничения отсутствуют, глобальный экстремум называется абсолютным, а при наличии ограничений — условным.

Рассмотрим возможность реализации данного подхода для задачи выбора оптимальных значений параметров управления качеством в условиях неопределенности на числовом примере. Решение задачи состоит в выборе одного из возможных вариантов управляющих воздействий с количественной оценкой (Э) и основано на распределении множества возможных управлений, соответствующих информационным состояниям подмножеств отдельных доминирующих действий [2].

Допустим, необходимо найти решение задачи, предполагающее наличие трех критериев эффективности:

$$K_1 = 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 + 5x_5 \to \max,$$
$$K_2 = x_1 + 6x_2 + 2x_3 + 8x_4 + x_5 \to \max,$$
$$K_3 = 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 5x_4 + 4x_5 \to \max,$$

где $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = N$, то есть мы имеем три информационных состояния (состояния природы), $m = 3$, пять вариантов возможных действий, $n = 5$, и соответствующие текущие значения исследуемых показателей.

Текущие значения исследуемых показателей представим в виде матрицы выбора оптимальных значений параметров управления качеством:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 6 & 4 \\ 4 & 2 & 3 \\ 1 & 8 & 5 \\ 5 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Неизвестные вероятностные характеристики обозначим как $P_j$ — вероятность $j$-го состояния природы. В нашем случае $j = 1,\ 2,\ 3$. Естественным дополнительным условием для решения данной задачи является $\sum_{j=1}^{3} P_j = 1$. Решив данную задачу относительно $P_j$, можно получить аналитическое распределение возможных значений параметров управления качеством. Все множество информационных состояний в зависимости от факторного пространства природы разделяется на два подмножества, в одном из которых преобладает эффективность четвертого ($x_4 = N$), а в другом — пятого ($x_5 = N$) действия (управления). Парная граница, разделившая множество информационных состояний природы, легко определяется и имеет следующий вид:

$$-5p_1 + 6p_2 + 1 = 0.$$

Это означает, что если $p_1 < 1,2p_2 + 0,2$, то следует принимать пятое действие, в противном случае — четвертое.

Решением этого числового примера являются следующие системы неравенств:

если $p_1 < 1,2p_2 + 0,2$, то $x_i = \begin{cases} N, i = 4, \\ O, i = 1,2,3,5; \end{cases}$

если $p_1 > 1,2p_2 + 0,2$, то $x_i = \begin{cases} N, i = 5, \\ O, i = 1,2,3,4. \end{cases}$

Пространственное представление распределения множества возможных состояний управлений и соответствующих им количественных оценок приведено на рис. 1.

Дальнейшее исследование информационного состояния с целью рекомендуемых управлений производится по представленному алгоритму и с применением методов районирования вероятностей [3–8].

Глобальный экстремум $D_f$ в поставленной задаче определяется решением системы уравнений

$$\begin{cases} D_i = \sum_{i=1}^{n} p_{ij} a_j \to \max, \\ \sum_{j=1}^{m} p_j = 1,\ 0 \le A_j \le 1,\ A_j \ge A_{j+1},\ j = \overline{1, m-1}, \\ p_i = \begin{cases} \dfrac{1}{k}, \text{ если } i \le k, \\ 0, \text{ если } i > k, \end{cases} \text{ где } p_{kj} = \max_j p_{ij} \\ D_f = \max_{1 \le i \le n} D_i,\ i = \overline{1, n}. \end{cases} \tag{4}$$

В условиях значительных возмущающих воздействий внешней среды, которым подвержены транспортные системы, необходимо иметь аналитические инструменты, определяющие показатели устойчивости управляющих воздействий. То есть необходимо знать, в каких пределах могут изменяться параметры системы, чтобы система не только оставалась устойчивой, но и обладала заданными качественными характеристиками. Рассмотрим процесс функционирования системы, предполагающей цифровое (автоматическое) управление, которое описывается $n$ возможными действиями. Пусть исходная

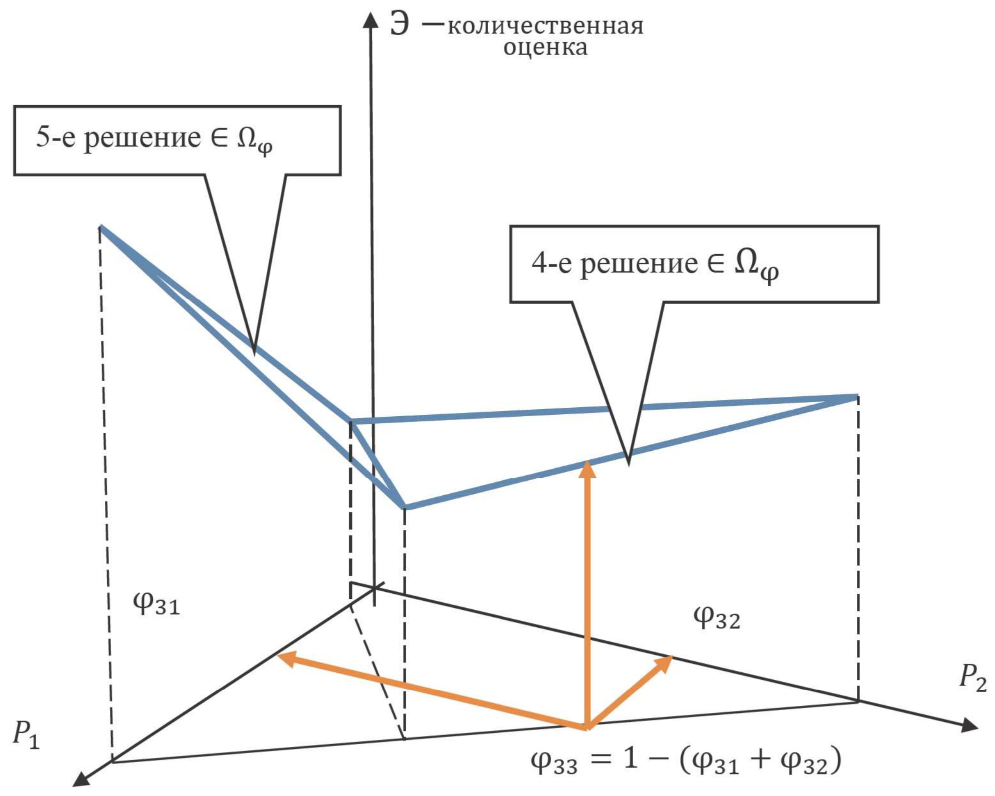


Рис. 1. Графическая иллюстрация множества возможных состояний управлений

матрица коэффициентов $A$, подлежащая анализу, имеет $n$-мерный порядок, и работа системы зависит от изменения $m$-параметров $(u_1, u_2, \ldots, u_m)$.

В рассматриваемом случае, для того чтобы решение исследуемой системы было асимптотически устойчивым, необходимо и достаточно, чтобы все корни $\lambda_i$, где $i = 1, 2, \cdots, n$, уравнения

$$\begin{vmatrix} a_{11}-\lambda & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22}-\lambda & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nn}-\lambda \end{vmatrix} = 0 \qquad (5)$$

имели отрицательные вещественные части.

Запишем уравнение (5) сокращенно, в матричном виде:

$$|A - \lambda E| = 0. \qquad (6)$$

Окончательно критерий устойчивости формулируется следующим образом: для того чтобы исследуемая система (5) была асимптотически устойчива, необходимо и достаточно, чтобы преобразованная матрица коэффициентов $B^k$ стремилась к нулевой матрице при $k \to \infty$, то есть

$$B = E + 2(A - E)^{-1}; \qquad (7)$$

$B^k \to 0$, при $k \to \infty$,

где

$$B = E + 2(A - E)^{-1}. \qquad (8)$$

Применим представленный алгоритм (4) для формирования метода определения параметров сложной многокритериальной системы, отвечающих критерию устойчивости. Известно, что текущие значения показателей (собственные числа матрицы коэффициентов $A$) для рассматриваемых критериев представляют собой функции совокупности параметров системы. Это обстоятельство позволяет применить метод направленного поиска в искомой области, когда отправной точкой является любая точка в пространстве изменения параметров. Предварительно необходимо ввести понятие некоторой количественной меры устойчивости, по изменению которой можно судить о направлении изменения этой меры в информационном пространстве параметров. При введении такой меры (измерителя) можно указать направление, в котором она возрастает или убывает, например, величина собственного значения $\lambda_i$ исходной матрицы коэффициентов $A$: $\max\limits_i \operatorname{Re}\lambda_i$. В общем случае можно утверждать, что чем меньше величина $\max\limits_i \operatorname{Re}\lambda_i$, тем более устойчивой является система, однако эту величину не следует понимать как величину, характеризующую запас устойчивости. Ее ведение необходимо для организации вычислительных процедур при исследовании устойчивости системы.

Пусть в пространстве задано $a_0$, что соответствует численно заданной матрице коэффициентов $A$. Тогда, для того, чтобы все собственные значения $\lambda_i$ исходной матрицы коэффициентов лежали в области устойчивости комплексного переменного $\lambda$, необходимо и достаточно, чтобы все собственные значения $\rho_i$ матрицы $B$ лежали внутри единичного круга с центром в начале координат плоскости комплексного переменного $\rho$. Таким образом, в качестве количественной меры устойчивости может быть выбрано максимальное по модулю число $\max\limits_i |\rho_i|$. Построим такую область $\omega$, чтобы для точек $(u_1, u_2, \ldots, u_m) \in \omega$, выполнялось следующее условие:

$$\max_i \operatorname{Re}\lambda_i (u_1, u_2, \ldots, u_m) \le l, \tag{9}$$

где $l$ — некоторое заданное число.

Для этого в произвольной точке пространства $u_1^{(0)}, u_2^{(0)}, \cdots u_m^{(0)}$ вычисляем величину $G\left(u_1^{(0)}, u_2^{(0)}, \cdots u_m^{(0)}\right)$ и определяем, удовлетворяет ли она условию с учетом принятой количественной меры устойчивости $G\left(u_1^{(*)}, u_2^{(*)}, \cdots u_m^{(8)}\right) < l$, при этом должно обеспечиваться условие

$$0 < \lambda < \frac{1}{m}. \tag{10}$$

Таким образом, выполняется анализ матрицы $n$-мерного порядка при изменении

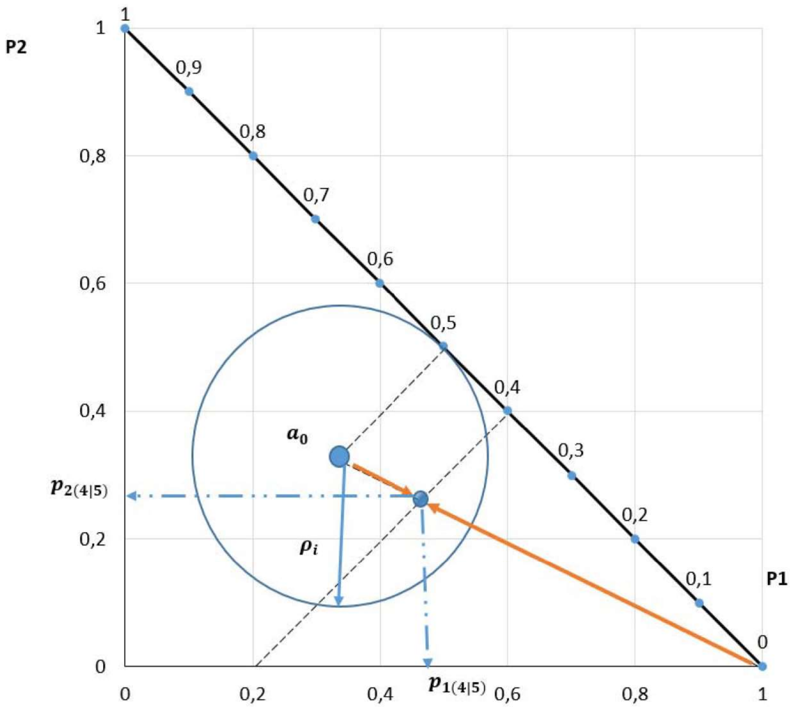


Рис. 2. Области распределения вероятностей управляющих действий

$m$-параметров $(u_1, u_2, \ldots, u_m)$ в области допустимых значений исследуемых параметров $\Omega(u_1, u_2, \ldots, u_m)$.

Области распределения вероятностей управляющих действий в рассматриваемом примере (рис. 2): точка $a_0$ имеет координаты $p_1 = p_2 = p = \frac{1}{n}$, где $p$ — комплексная переменная; $p_{1(4|5)}; p_{2(4|5)}$ — координаты информационного пространства, соответствующие вероятностям границы устойчивости решений и удовлетворяющие условию $p_{1(4|5)} + p_{2(4|5)} + p_{3(4|5)} = 1$ при $\lambda_i$ $(i = 1, 2, \cdots, n)$.

**Результаты**

Алгоритмизация решения поставленной задачи позволяет оцифровать процедуры выбора оптимальных значений параметров управления качеством в исследуемой системе. Интерфейсы ПО, отражающие последовательность решения задачи, представлены на рис. 3–7.

**Обсуждение и выводы**

Приведенный ниже анализ результатов расчета полностью подтверждает объективность теоретических разработок, направленных на определение глобального экстремума при решении задачи выбора оптимальных значений параметров управления качеством в сложных организационно-технических системах. Наилучшие решения, полученные аналитическим методом при следующих распределениях вероятностей, выделены жирным шрифтом:

1) условие $К_1 > К_2 > К_3$:

$D_1$=0,2000; $D_2$=0,2330; $D_3$=0,2670; $D_4$=0,2555; $D_5$=0,3330;

эффективное решение — 5, $D_{max}$=0,3330;

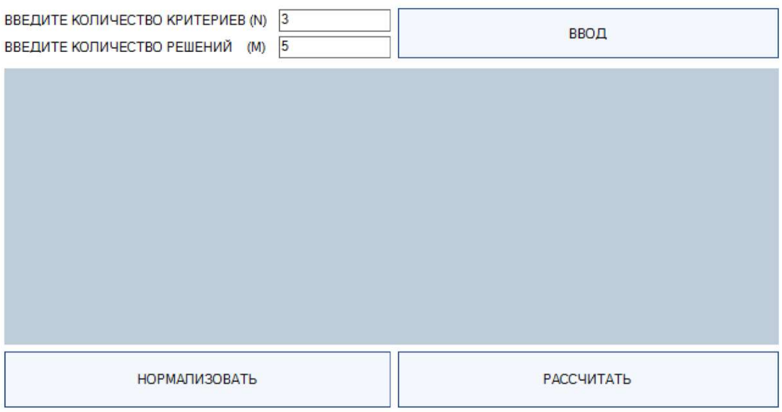


Рис. 3. Ввод ограничений: количество критериев, количество возможных решений и т. д.

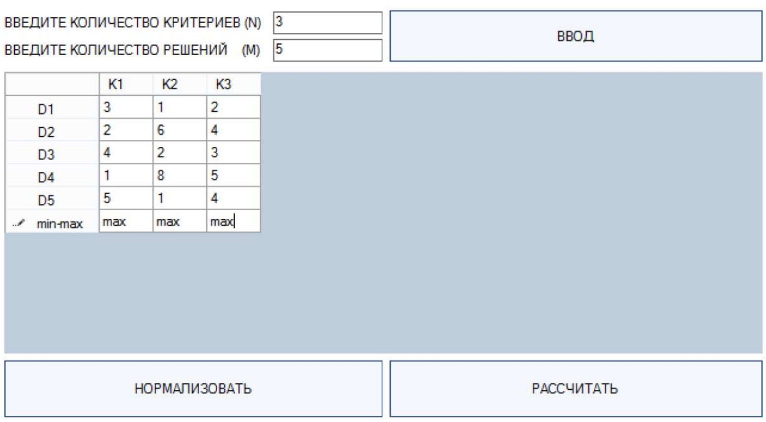


Рис. 4. Ввод данных: текущие значения исследуемых параметров

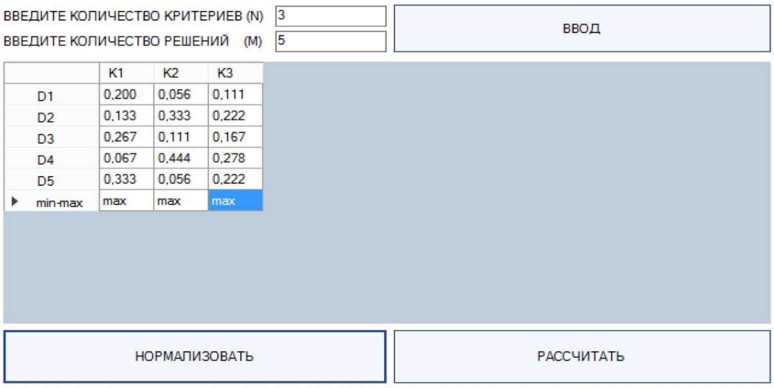


Рис. 5. Нормализация исходных данных

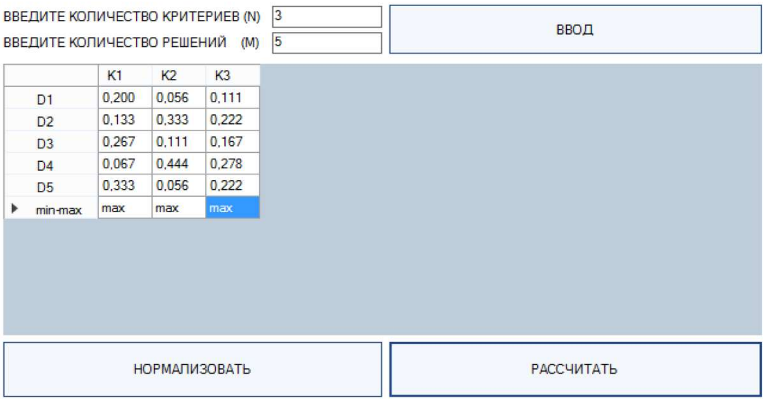


Рис. 6. Автоматическое выполнение расчета

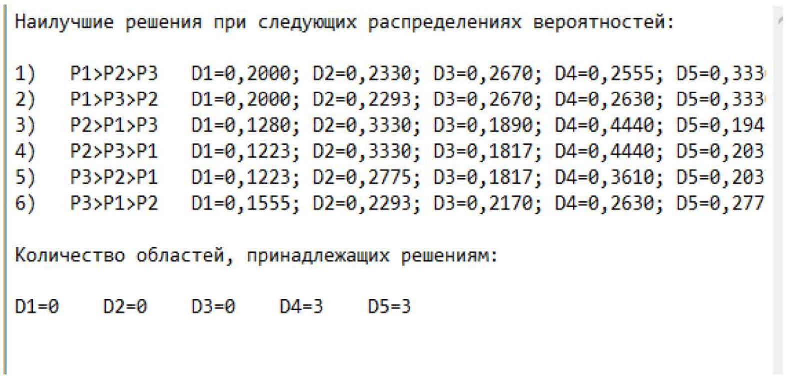


Рис. 7. Вывод результатов расчета

2) условие $К_1 > К_3 > К_2$:

$D_1$=0,2000; $D_2$=0,2293; $D_3$=0,2670; $D_4$=0,2630; $D_5$=0,3330;

эффективное решение — 5, $D_{max}$=0,3330;

3) условие $К_2 > К_1 > К_3$:

$D_1$=0,1280; $D_2$=0,3330; $D_3$=0,1890; $D_4$=0,4440; $D_5$=0,1945;

эффективное решение — 4, $\mathbf{D_{max}}$**=0,4440**;

4) условие $К_2 > К_3 > К_1$:

$D_1$=0,1223; $D_2$=0,3330; $D_3$=0,1817; $D_4$=0,4440; $D_5$=0,2037;

эффективное решение — 4, $\mathbf{D_{max}}$**=0,4440**;

5) условие $К_3 > К_2 > К_1$:

$D_1$=0,1223; $D_2$=0,2775; $D_3$=0,1817; $D_4$=0,3610; $D_5$=0,2037;

эффективное решение — 4, $D_{max}$= 0,3610;

6) условие $К_3 > К_1 > К_2$:

$D_1=0{,}1555$; $D_2=0{,}2293$; $D_3=0{,}2170$; $D_4=0{,}2630$; $D_5=0{,}2775$;

эффективное решение — 5, $D_{max}=0{,}2775$.

Количество областей, принадлежащих решениям: $D_1=0$; $D_2=0$; $D_3=0$; $D_4=3$; $D_5=3$.

## Библиографический список

1. *Динер И. Я.* Районирование множества векторов состояния природы и задача выбора решения // Исследование операций. М.: Наука, 1972. С. 43–62.

2. *Терентьев А. В., Прудовский Б. Д.* Методы определения множества Парето в некоторых задачах линейного программирования // Записки Горного института. 2015. Т. 211. С. 89–90.

3. *Терентьев А. В., Прудовский Б. Д.* Векторная оптимизация // Инновационные системы планирования и управления на транспорте и в машиностроении: материалы 2-й междунар. науч.-практ. конф. СПб., 2014. С. 64–66.

4. *Терентьев А. В., Прудовский Б. Д.* Методы принятия решений в условиях неопределенного состояния «внешней среды» // Транспортное планирование и моделирование: сб. трудов Междунар. науч.-практ. конф. СПбГАСУ. СПб., 2016. С. 145–149.

5. *Терентьев А. В., Ефименко Д. Б., Карелина М. Ю.* Методы районирования как методы оптимизации автотранспортных процессов // Вестник гражданских инженеров. 2017. № 6 (65). С. 291–294.

6. *Прудовский Б. Д., Терентьев А. В.* Методы определения множества Парето в некоторых задачах линейного программирования // Записки Горного института. 2015. Т. 211. С. 86–90.

7. *Терентьев А. В., Прудовский Б. Д.* Методы принятия решений в условиях неопределенного состояния «внешней среды» // Транспортное планирование и моделирование: сб. трудов Междунар. науч.-практ. конф. (26–27 мая 2016 г.). СПб.: СПбГАСУ. , 2016. С. 145–149.

8. *Терентьев А. В., Евтюков С. С., Карелина Е. А., Куракина Е. В.* Аналитические методы снятия неопределенности — основа цифровизации автотранспортного производства. СПб.: Петрополис, 2018. 210 с.

## References

1. Diner I. Ya. *Rayonirovanie mnozhestva vektorov sostoyaniya prirody i zadacha vybora resheniya. Issledovanie operatsiy* [Zoning of a set of nature state vectors and the problem of solution selection. Operation research]. Moscow, Nauka Publ., 1972, pp. 43–62.

2. Terent'ev A. V., Prudovskiy B. D. *Metody opredeleniya mnozhestva Pareto v nekotorykh zadachakh lineynogo programmirovaniya* [Methods for determining the Pareto set in some linear programming problems]. *Zapiski Gornogo instituta – Journal of the Mining Institute*, 2015, vol. 211, pp. 89–90.

3. Terent'ev A. V., Prudovskiy B. D. *Vektornaya optimizatsiya* [Vector optimization]. *Trudy 2-y Mezhdunar. nauch.-prakt.konf. «Innovatsionnye sistemy planirovaniya i upravleniya na transporte i v mashinostroenii»* [Proceedings of the 2-nd International scientific and practical conf. "Innovative Systems of Planning and Management in Transportation and Machine Building"]. St. Petersburg, 2014, pp. 64–66.

4. Terent'ev A. V., Prudovskiy B. D. *Metody prinyatiya resheniy v usloviyakh neopredelyonnogo sostoyaniya «vneshney sredy»* [Methods of decision making in the conditions of uncertain state of "external environment"]. *Trudy Mezhdunar. nauch.-prakt. konf. SPbGASU «Transportnoe planirovanie i modelirovanie»* [Proceedings of the International scientific and practical conf. SPbGASU "Transport Planning and Modeling"]. St. Petersburg, SPbGASU Publ., 2016, pp. 145–149.

5. Terent'ev A. V., Efimenko D. B., Karelina M. Yu. *Metody rayonirovaniya, kak metody optimizatsii avtotransportnykh protsessov* [Zoning methods as methods of optimization of motor transport processes]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers,* 2017, no. 6 (65), pp. 291–294.

6. Prudovskiy B. D., Terent'ev A. V. *Metody opredeleniya mnozhestva Pareto v nekotorykh zadachakh lineynogo programmirovaniya* [Methods of definition of Pareto set in some linear programming problems]. *Zapiski Gornogo institute – Journal of the Mining Institute,* 2015, vol. 211, pp. 86–90.

7. Terent'ev A. V., Prudovskiy B. D. *Metody prinyatiya resheniy v usloviyakh neopredelyonnogo sostoyaniya «vneshney sredy»* [Methods of decision making in conditions of uncertain state of the "external environment"]. *Trudy Mezhdunar. nauch.-prakt. konf. (26–27 maya 2016) SPbGASU «Transportnoe planirovanie i modelirovanie»* [Proceedings of the International Scientific and Practical Conference (May 26-27, 2016) SPbGASU "Transport planning and modeling"]. St. Petersburg, SPbGASU Publ., 2016, pp. 145–149.

8. Terent'ev A. V., Evtyukov S. S., Karelina E. A., Kurakina E. V. *Analiticheskie metody snyatiya neopredelyonnosti — osnova tsifrovizatsii avtotransportnogo proizvodstv* [Analytical methods of uncertainty removal as the basis of digitalization of motor transport production]. St. Petersburg, Petropolis Publ., 2018, 210 p.