

## К РАСЧЕТУ УСТОЙЧИВОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ СТАЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ С ДЕФЕКТАМИ И ПОВРЕЖДЕНИЯМИ

### CALCULATION OF STABILITY OF STEEL STRUCTURE ELEMENTS WITH DEFECTS AND DAMAGES

Для разработки практических рекомендаций по расчету на устойчивость стальных элементов эксплуатируемых конструкций, имеющих пространственные искривления оси и местные повреждения, используется быстродействующий обратный численно-аналитический метод. Геометрическая нелинейность в виде изгибных и изгибно-крутильных перемещений сечений элементов, влияющих на усилия, определяется по результатам аналитического решения соответствующих деформационных задач, в которых физическая нелинейность и местные повреждения учитываются соответствующими эквивалентными догрузками упругого бездефектного элемента фиктивными силами. Решение задачи проводится по приращениям задаваемых  $i$ -х деформированных состояний в наиболее нагруженном дефектном сечении с параметром  $\bar{\varepsilon}_{\max,i} = \varepsilon_{\max,i} E / R_y$ , по которому с помощью алгоритма «Сечение» определяются фактически воспринимаемая элементом сила и упомянутые фиктивные. Затем обратным аналитическим решением устанавливаются концевые эксцентриситеты действующей силы. При удержании концевых эксцентриситетов постоянными по мере роста  $\bar{\varepsilon}_{\max,i}$  ( $0,8 \leq \bar{\varepsilon}_{\max,i} \leq 4$ ) устанавливаются максимальные значения  $\varphi_{ex,i}$  и  $\varphi_{yc,i}$ , соответствующие коэффициентам потери устойчивости по изгибной  $\varphi_{ex}$  и изгибно-крутильной  $\varphi_{yc}$  формам.

*Ключевые слова:* предельные состояния, общая устойчивость, дефекты и повреждения, алгоритм «Сечение», численно-аналитический метод.

A fast inverse numerical-analytical method is used for the development of practical recommendations for the stability calculation of steel elements of operating structures with spatial axis curvature and local damage. Geometrical nonlinearity in the form of bending and bending-torsion displacements of element sections affecting the forces is determined by the results of the analytical solution of the corresponding deformation problems, in which the physical nonlinearity and local damage are taken into account by the corresponding equivalent loading of an elastic defect-free element with fictitious forces. The problem is solved by increments of the given  $i$ -x deformed states in the most loaded defective section with parameter  $\bar{\varepsilon}_{\max,i} = \varepsilon_{\max,i} E / R_y$ , by which the actual force and the mentioned fictitious forces are determined using the algorithm "section". Then, the end eccentricities of the acting force are established by an inverse analytical solution. By keeping the end eccentricities constant as they grow  $\bar{\varepsilon}_{\max,i}$  ( $0,8 \leq \bar{\varepsilon}_{\max,i} \leq 4$ ), the maximum values  $\varphi_{ex,i}$  and  $\varphi_{yc,i}$  corresponding to the stability loss coefficients for bending  $\varphi_{ex}$  and bending-torsion  $\varphi_{yc}$  forms are set.

*Keywords:* limit states, general stability, defects and damage, «Section» algorithm, numerical-analytical method.

#### Введение

Широко проводимые реконструкция и техническое перевооружение действующих

предприятий требуют выполнения достоверной оценки технического состояния строительных конструкций эксплуатируе-



мых зданий и сооружений. Стальные конструкции из-за своей тонкостенности легко повреждаемы. Они являются достаточно чувствительными к дефектам и повреждениям, которые неизбежно возникают в процессе их изготовления, монтажа и эксплуатации. Эти приобретенные несовершенства в сочетании с возможной коррозией металла значительно ускоряют физический износ конструкций, приводя их к ограниченно работоспособному состоянию, а в некоторых случаях — к эксплуатационной непригодности. Известно также, что они могут являться причиной крупных аварий [1–7].

Для предотвращения этих случаев необходимо разработать такой быстродействующий расчетный аппарат, который позволил бы достаточно обоснованно выявлять элементы, нуждающиеся в немедленном усилении, и элементы с потенциально неопасными дефектами и повреждениями.

Отвечающий этим требованиям метод расчета на прочность поврежденных элементов при общем нагружении представлен в работе [8]. Использование аналитическо-численного метода [9, 10] при исследовании устойчивости элементов несущих конструкций покрытий из спаренных уголков, имеющих пространственное искривление оси и местные повреждения в виде вырезов и погибей полок [11–13], позволило разработать практические рекомендации по их расчету, которые были изложены в Пособии по проектированию усиления стальных конструкций (к СНиП II-23–81\*)<sup>1</sup>. Эти и другие (см., например, [14–18]) исследования устойчивости не позволяют разработать подобные<sup>1</sup> рекомендации на другие типы поврежденных элементов стальных конструкций открытого и замкнутого профилей. При этом следует заметить, что влияние коррозионного износа на потерю местной устойчивости, сни-

жающую общую устойчивость элементов, практически осталось неисследованным.

Опыт обследования стальных конструкций показал, что различные дефекты и повреждения носят массовый характер. Наиболее характерными из них являются пространственные искривления оси элементов, расцентровка узлов, местные погнутости составляющих стержень пластинок, коррозионные общие и местные повреждения, приводящие к утонению этих пластинок, вызывающему потерю их устойчивости [19–21], а также ослабления сечения (вырезы, вырывы, истирания и др.). С целью унификации решения два первых вида повреждения, как это предложено в работе [8], можно свести к одному последнему: эквивалентному вырезу.

Коррозионный износ фрагментов конструкций, расцентровка и расстройство ключевых узлов, а также неравномерная осадка фундаментов оказывают существенное влияние на работу всей конструкции, что следует учитывать при формировании и определении ее фактической расчетной схемы.

Принимая во внимания последнее, проверку устойчивости элементов конструкции в дополнение к нормативным требованиям<sup>2,3</sup> необходимо выполнять на расчетные усилия, формируемые применительно к обнаруженному повреждению по месту расположения, а также с учетом имеющегося общего искривления оси стержня и его направленности относительно эксцентриситетов продольной силы. При этом выделение элемента из эксплуатируемой конструкции следует проводить по расчетным длинам, вытекающим из фактической ее расчетной схемы.

Учитывая изложенное, решение задач устойчивости поврежденных элементов предложено проводить обратным численно-аналитическим методом [22], успешно апро-

<sup>1</sup> Пособие по проектированию усиления стальных конструкций (к СНиП II-23–81\*). М.: Стройиздат, 1989. 159 с.

<sup>2</sup> СП 16.13330.2017. Стальные конструкции. Актуализированная редакция СНиП II-23–81\* (с Поправкой, с Изменениями № 1, 2, 3). М.: Стандартинформ, 2019. 175 с.

<sup>3</sup> СП 20.13330.2016. Нагрузки и воздействия. Актуализированная редакция СНиП 2.01.07–85\* (с Изменениями № 1, 2). 2018. 95 с.

бированным на исследованиях устойчивости неповрежденных элементов конструкций [23, 24], а также запредельных состояний двутавровых и прямоугольных трубчатых элементов [25].

**1. Аналитический метод деформационного расчета стержневых элементов, имеющих начальное искривление оси и повреждение в виде выреза**

Рассмотрим выделенный из эксплуатируемой конструкции стержневой элемент моносимметричного сечения с помощью расчетной длины  $l_{ef,x}$  или  $l_{ef,y}$  (в зависимости от решаемой задачи устойчивости). На рис. 1, а  $l_{ef,x}$  и  $l_{ef,y}$  показаны в совмещенном виде общей длиной  $l$ . Следуя «нормативному»<sup>2</sup> методу расчета, нагружение стержня представим действием продольной силы  $N^0$  с равными концевыми эксцентриситетами в плоскости симметрии  $e^0_y$  и из этой плоскости  $e^0_x$  вытекающими из соответствующих расчетных комбинаций усилий.

Крепление стержня в двух главных плоскостях принимается шарнирным при отсутствии угла закручивания концевых свободно деформируемых сечений.

Начальные искривления оси в двух главных плоскостях  $yoz, xoz$  со стрелками  $f_v^0$  и  $f_u^0$  соответственно принимаем по формам потери устойчивости (как худший вариант), что позволяет определить их по замеренным  $f_{v,и}, f_{u,и}$  без учета местного ослабления, когда стержневой элемент испытывает действие продольной силы  $N_{и}^0$ :

$$f_v^0 = f_{v,и} \left( 1 - \frac{\Phi_{и} \bar{\lambda}_x^2}{\pi^2} \right); f_u^0 = f_{u,и} \left( 1 - \frac{\Phi_{и} \bar{\lambda}_y^2}{\pi^2} \right), \quad (1)$$

где  $\Phi_{и} = \frac{N_{и}^0}{R_y A}$ ;  $\bar{\lambda}_x = \frac{l_{ef,x}}{i_x} \sqrt{\frac{R_y}{E}}$ ;  $\bar{\lambda}_y = \frac{l_{ef,y}}{i_y} \sqrt{\frac{R_y}{E}}$ ; — условные гибкости стержня.

С целью упрощения решения задачи устойчивости начальные искривления оси со стрелками  $f_v^0$  и  $f_u^0$  приведем к эквивалентным концевым эксцентриситетам продольной силы  $e_v^0 = f_v^0 \delta / \pi^2$ ,  $e_u^0 = f_u^0 \delta / \pi^2$  прямолинейного стержня. При этом заметим, что при разгружающем влиянии  $e_v^0$  и  $e_u^0$  относительно  $e^0_y$  и  $e^0_x$  искривления стержня не учитываются.

Развитие пластических деформаций в наиболее нагруженном неповрежденном сечении распространяется (в запас устойчивости) по всей длине стержня, что позволяет

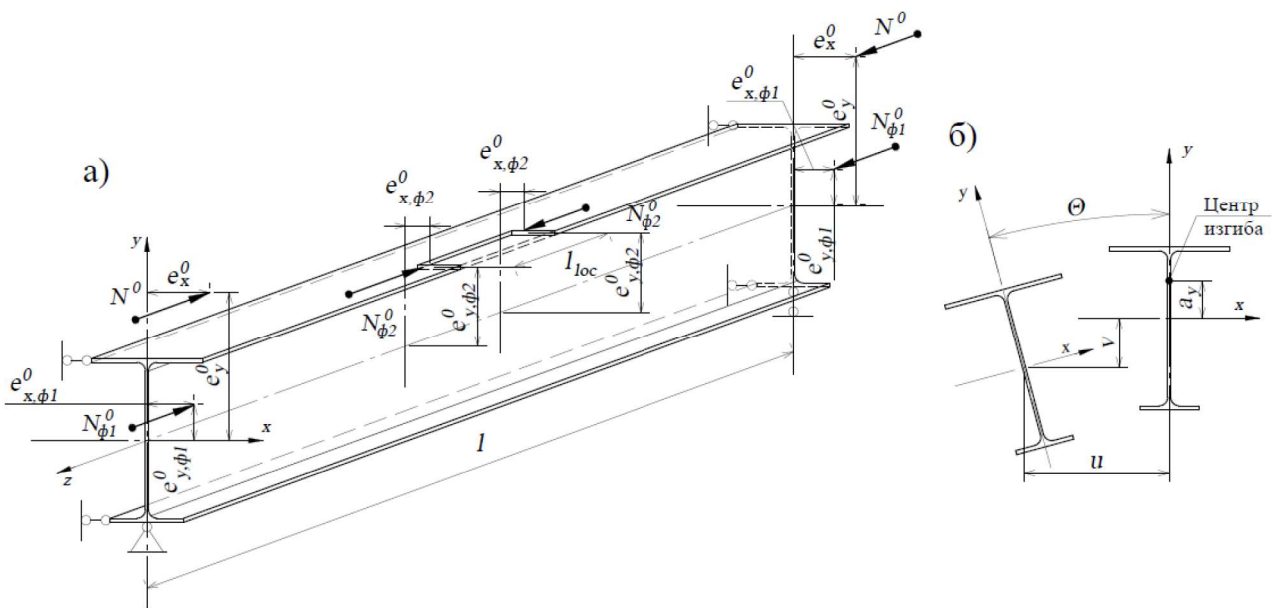


Рис. 1. Расчетная модель стержня: а — схема нагружения; б — схема деформирования



физическую нелинейность компенсировать догрузением элемента фиктивной силой  $N_{\phi 1}^0$ , действующей по торцам с эксцентриситетами  $e_{x,\phi 1}^0$  и  $e_{y,\phi 1}^0$ . При этом средний участок поврежденного вырезом стержня длиной  $l_{loc}$  (см. пунктирные линии на рис. 1, а) заменим на неповрежденный с эквивалентным догрузением силой  $N_{\phi 2}^0$  с  $e_{x,\phi 2}^0$  и  $e_{y,\phi 2}^0$ .

Таким образом, компенсируя физическую нелинейность и местное повреждение дополнительным действием фиктивных сил  $N_{\phi 1}^0$  и  $N_{\phi 2}^0$ , имеем упругую модель стержня постоянного сечения, пространственно-деформированное состояние которого может быть описано деформационной теорией расчета тонкостенных упругих стержней открытого профиля, обобщенной Е. А. Бейлиным [26].

Пренебрегая малым разгружающим влиянием изгибно-крутильных перемещений  $u$  и  $\theta$  на перемещения в плоскости большей жесткости ( $I_x > I_y$ )  $v$  (рис. 1, б) согласно [22], представим дифференциальные уравнения равновесия [25]:

$$EI_x v'' + N^0 v = -N^0 e_{y*,v}^0 - N_{\phi 1}^0 e_{y,\phi 1}^0 - N_{\phi 2}^0 e_{y,\phi 2}^0 |l_{loc}; \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} EI_y u'' + N^0 \left[ u + (e_{y*,u}^0 - a_y) \theta \right] v &= \\ = -N^0 e_{x*}^0 - N_{\phi 1}^0 e_{x,\phi 1}^0 - N_{\phi 2}^0 e_{x,\phi 2}^0 |l_{loc} & \\ EI_w \theta^{IV} + GI_k \theta'' + N^0 (e_{y*,u}^0 - a_y) u'' + & \\ + N^0 (i_A^2 + 2\beta_y e_{y*,u}^0) \theta &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (3)$$

где  $I_x, I_y, I_w$  — осевые и секторальный моменты инерции сечения;  $I_k$  — момент инерции чистого кручения;  $i_A^2 = i_p^2 + a^2$ ;  $i_p^2$  — полярный радиус инерции;  $a_y$  — координата центра изгиба;  $\beta_w = (2I_y)^{-1} (x^2 + y^2) y dA - a_y$ .

При этом заметим, что фиктивные силы  $N_{\phi 1}^0$  и  $N_{\phi 2}^0$  по терминологии А. А. Ржаницына [27] относятся к активным, при действии которых постановка бифуркационной задачи устойчивости невозможна (см. правую часть уравнений (2) и (3)).

Уравнение (2) соответствует изгибной форме потери устойчивости, а си-

стема (3) — изгибно-крутильной. Следуя нормам проектирования<sup>2</sup>, в первом случае  $e_{y*,v}^0 (e_{y*,v}^0 = e_{y,v}^0 + e_u^0)$  определяется по максимальному моменту, а во втором  $e_{y*,u}^0 (e_{y*,u}^0 = e_{y,u}^0 + e_u^0)$  — по наибольшему моменту в средней трети длины стержня.

Общее решение уравнения (2) и системы (3) представим в виде соответствующих им линейных комбинаций частных решений задач недеформационного расчета и бифуркационных задач устойчивости [9, 25]:

$$v = (V_H + V_{\phi 1}) 4 \left( \bar{z} - \bar{z}^2 \right) + V_D \sin \pi \bar{z} + V_{\phi 2} 4 \left\{ \frac{z}{l} - \left[ \bar{z} - \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{l_{loc}}{l} \right) \right]^2 \right\} \Big|_{\bar{z} = 0,5 - l_{loc}/2l}; \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} u &= (U_{\pm} + U_{D1}) 4 \left( \bar{z} - \bar{z}^2 \right) + U_4 \sin \pi \bar{z} + \\ + U_{D2} 4 \left\{ \frac{z}{l} - \left[ \bar{z} - \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{l_{loc}}{l} \right) \right]^2 \right\} \Big|_{\bar{z} = 0,5 - l_{loc}/2l} & \\ \theta &= \theta_4 \sin \pi \bar{z} \end{aligned} \right\}, \quad (5)$$

где  $V_H = \frac{N^0 l^2}{8EI_x} e_{x*,v}^0$ ;  $V_{\phi 1} = \frac{N_{\phi 1}^0 l^2}{8EI_x} e_{y,\phi 1}^0$ ;  $V_{\phi 2} = \frac{N_{\phi 2}^0 l^2}{8EI_x} e_{y,\phi 2}^0$ ;  $U_H = \frac{N^0 l^2}{8EI_y} e_{x*,u}^0$ ;  $U_{\phi 1} = \frac{N_{\phi 1}^0 l^2}{8EI_y} e_{x,\phi 1}^0$ ;  $U_{\phi 2} = \frac{N_{\phi 2}^0 l^2}{8EI_y} e_{x,\phi 2}^0$  — амплитуды прогиба по недеформированной схеме;  $V_D, U_D, \theta_D$  — неизвестные константы, имеющие размерность соответствующих перемещений, с точностью до которых решаются бифуркационные задачи устойчивости;  $\bar{z} = z/l$  — относительная координата. Первые и третьи слагаемые для  $v$  и  $u$  в (4) и (5) представляют собой результаты расчета по недеформированной схеме, а  $v_D = V_D \sin \pi \bar{z}$ ,  $u_D = U_D \sin \pi \bar{z}$ ,  $\theta = \theta_D \sin \pi \bar{z}$  являются функциями потери устойчивости.

Для определения  $V_D$  и  $U_D, \theta_D$  используем уравнение (2) и систему (3), в которые подставим соответствующие им общие решения (4) и (5), в результате чего получим:

$$L_v = EI_x v_D'' + N v = 0; \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} L_u &= EI_y u_D'' + N^0 \left[ u + \theta_D (e_{y*,u}^0 - a_y) \right] = 0 \\ L_{\theta} &= EI_w \theta_D^{IV} + GI_k \theta_D'' + \\ + N^0 \left[ (e_{y*,u}^0 - a_y) u'' + \theta_D (i_A^2 + 2\theta_y e_{y*,u}^0) \right] &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (7)$$

Применив к (6) и (7) алгоритм метода Бубнова — Галеркина

$$\int_0^1 L_v \sin \pi \bar{z} d\bar{z} = 0; \int_0^1 L_u \sin \pi \bar{z} d\bar{z} = 0; \int_0^1 L_\theta \sin \pi \bar{z} d\bar{z} = 0, \quad (8)$$

придем к алгебраическому уравнению относительно неизвестной константы  $V_d$  (первое уравнение) и системе двух аналогичных (последних) уравнений относительно  $U_d$  и  $\theta_d$ , которые приведем к безразмерным, соответствующим СП 16.13330.2017<sup>2</sup> параметрам:

$$\varphi = \frac{N^0}{R_y A}, \varphi_{\phi 1} = \frac{N_{\phi 1}^0}{R_y A}, \varphi_{\phi 2} = \frac{N_{\phi 2}^0}{R_y A} \text{ — коэффициенты продольных сил;}$$

где

$$m_{x,v}^0 = \frac{e_{y^*,v}^0}{\rho_x}, m_{x,u}^0 = \frac{e_{y^*,u}^0}{\rho_x}, m_y^0 = \frac{(e_x^0 + e_u^0)}{\rho_y}, m_{x,\phi 1}^0 = \frac{e_{y,\phi 1}^0}{\rho_x}, m_{y,\phi 1}^0 = \frac{e_{x,\phi 1}^0}{\rho_y},$$

$m_{x,\phi 2}^0 = \frac{e_{y,\phi 2}^0}{\rho_x}, m_{y,\phi 2}^0 = \frac{e_{x,\phi 2}^0}{\rho_y}$  — относительные эксцентриситеты;  $m_{ax} = a_y / \rho_x$  — относительный центр изгиба;  $\rho_x = W_{x,c} / A, \rho_y = W_{y,c} / A$  — ядровые расстояния неповрежденного сечения.

Решив уравнения (8) относительно безразмерных деформационных перемещений  $m_{x,d} = V_d / \rho_x, m_{y,d} = U_d / \rho_y$  и угла закручивания сечения  $\theta_d$ , представим напряженное состояние ( $\bar{\sigma} = \sigma / R_y$ ) в наиболее нагруженном сечении ( $\bar{z} = 0,5$ ) при деформировании стержня [25]:

• по изгибной форме при повреждении, нарушающей симметричность сечения (см. пунктирные линии на рис. 1, а):

$$\bar{\sigma} = \varphi_{ex}^* + \varphi_{ex} \left[ \left( m_{x,v}^0 + m_{x,\phi 1}^0 \frac{\varphi_{ex,\phi 1}}{\varphi_{ex}} \right) K_{d,x1} + m_{x,\phi 2}^0 \frac{\varphi_{ex,\phi 2}}{\varphi_{ex}} K_{d,x2} \right] \bar{y} + \varphi_{ex} \left( m_y^0 + m_{y,\phi 1}^0 \frac{\varphi_{ex,\phi 1}}{\varphi_{ex}} + m_{y,\phi 2}^0 \frac{\varphi_{ex,\phi 2}}{\varphi_{ex}} \right) \bar{x}, \quad (9)$$

где

$$\varphi_{ex}^* = \varphi_{ex} + \varphi_{ex,\phi 1} + \varphi_{ex,\phi 2}; K_{d,x1} = 1 + \frac{\varphi_{ex} \bar{\lambda}_x^2}{8} \left( 1 - \frac{\varphi_{ex} \bar{\lambda}_x^2}{\pi^2} \right)^{-1} \left( 1 + 0,032 \frac{\varphi_{ex} \bar{\lambda}_x^2}{\pi^2} \right); K_{d,x2} = 1 + \frac{\varphi_{ex} \bar{\lambda}_x^2}{8} \left( 1 - \frac{\varphi_{ex} \bar{\lambda}_x^2}{\pi^2} \right)^{-1} \times \left[ \left( \frac{l_{loc}}{l} \right)^2 \left( \frac{2l}{l_{loc}} - 1 \right) \left( 1 - \frac{\varphi_{ex} \bar{\lambda}_x^2}{\pi^2} \right) + 1,032 \frac{\varphi_{ex} \bar{\lambda}_x^2}{\pi^2} \sin \frac{\pi l_{loc}}{2l} \right]. \quad (10)$$

$\bar{x} = x/x_*, \bar{y} = y/y_*, x_*$  и  $y_*$  — координаты наиболее напряженного волокна;

• по изгибно-крутильной форме:

$$\bar{\sigma} = \varphi_{yc}^* + \varphi_{yc} \left( m_{x,u}^0 + m_{x,\phi 1}^0 \frac{\varphi_{yc,\phi 1}}{\varphi_{yc}} + m_{x,\phi 2}^0 \frac{\varphi_{yc,\phi 2}}{\varphi_{yc}} \right) \bar{y} + \varphi_{yc} \left[ \left( m_y^0 + m_{y,\phi 1}^0 \frac{\varphi_{yc,\phi 1}}{\varphi_{ex}} \right) K_{d,y1} + m_{y,\phi 2}^0 \frac{\varphi_{yc,\phi 2}}{\varphi_{ex}} K_{d,y2} \right] \bar{x}, \quad (11)$$

где

$$\varphi_{yc}^* = \varphi_{yc} + \varphi_{yc,\phi 1} + \varphi_{yc,\phi 2}; K_{d,y1} = 1 + \frac{\varphi_{yc} \bar{\lambda}_y^2}{8} \left( 1 - \frac{\varphi_{yc} \bar{\lambda}_y^2}{\pi^2} \right)^{-1} \times \left[ 1 + 0,032 \frac{\varphi_{yc} \bar{\lambda}_y^2}{\pi^2} + \theta_d \frac{8}{\pi^2} \frac{\rho_x}{\rho_y} \frac{(m_x^0 - m_{ax})}{\left( m_y^0 + m_{y,\phi 1}^0 \frac{\varphi_{\phi 1}}{\varphi_{yc}} \right)} \right]; K_{d,y2} = 1 + \frac{\varphi_{yc} \bar{\lambda}_y^2}{8} \left( 1 - \frac{\varphi_{yc} \bar{\lambda}_y^2}{\pi^2} \right)^{-1} \times \left[ \left( \frac{l_{loc}}{l} \right)^2 \left( \frac{2l}{l_{loc}} - 1 \right) \left( 1 - \frac{\varphi_{yc} \bar{\lambda}_y^2}{\pi^2} \right) + 1,032 \frac{\varphi_{yc} \bar{\lambda}_y^2}{\pi^2} \sin \frac{\pi l_{loc}}{2l} + \theta_d \frac{8}{\pi^2} \frac{\rho_x}{\rho_y} \frac{(m_x^0 - m_{ax})}{\left( m_{y,\phi 2}^0 \frac{\varphi_{\phi 2}}{\varphi_{yc}} \right)} \right]. \quad (12)$$



Угол закручивания среднего сечения  $\theta_d$  в (12) определяется при совместном действии  $N^0$ ,  $N_{\phi 1}^0$  и  $N_{\phi 2}^0$  по формуле

$$\theta_d = 1,032 \frac{8}{\pi^2} \frac{\rho_y}{\rho_x} K_1 K_4 (K_3 - K_1 - K_2)^{-1}, \quad (13)$$

где

$$K_1 = (m_x^0 - m_{ax})^2 \left( 1 - \frac{\varphi_{yc} \bar{\lambda}_y^2}{\pi^2} \right)^{-1};$$

$$K_2 = \frac{i_A^2 + 2\beta_y m_x^0 \rho_x}{\rho_x^2} \frac{\pi}{\varphi_{yc} \bar{\lambda}_y^2};$$

$$K_3 = \left( 1 + \frac{k^2 l^2}{\pi^2} \right) \frac{\pi^4}{\varphi_{yc}^2 \bar{\lambda}_y^4} \frac{I_w}{I_y \rho_x^2};$$

$k = \sqrt{GI_k/EI_w}$  — изгибно-крутильная характеристика сечения;

$$K_4 = \left( \begin{array}{l} m_y^0 + m_{y,\phi 1}^0 \frac{\varphi_{yc,D1}}{\varphi_{yc}} + \\ + m_{y,\phi 2}^0 \frac{\varphi_{yc,\phi 2}}{\varphi_{yc}} \sin \frac{\pi l_{loc}}{2l} \end{array} \right) (m_x^0 - m_{ax})^{-1}.$$

Деформационные коэффициенты  $K_{d,x1}$  и  $K_{d,x2}$  в (10) учитывают влияние перемещений  $v$  в плоскости  $yo z$  на изгибающий момент  $M_x$ , а  $K_{d,y1}$  и  $K_{d,y2}$  в (12) — изгибно-крутильных  $u$  и  $\theta$  перемещений на момент  $M_y$ .

Таким образом, общее решение деформационной задачи по изгибной (9) и изгибно-крутильной (11) формам упругого стержня

при действии фактической  $N^0$  и фиктивных сил, компенсирующих развитие пластических деформаций ( $N_{\phi 1}^0$ ) и местного повреждения ( $N_{\phi 2}^0$ ), получено в аналитическом виде, которое в сочетании с алгоритмом «Сечение» позволяет вести деформационный расчет в обратной последовательности, что обеспечивает его быстрое действие [22].

## 2. Обратное численно-аналитическое решение деформационных задач поврежденного элемента

Обратное решение деформационных задач по изгибной и изгибно-крутильной формам, как отмечалось в работах [19, 25], проведем отдельно по заданному  $i$ -му деформированному состоянию в наиболее нагруженном сечении ( $\bar{z} = 0,5$ ) с максимальной относительной деформацией  $\bar{\epsilon}_{\max,i}$ , находящейся в пределах устойчивости  $0,8 < \bar{\epsilon}_{\max,i} < 4$ , в зависимости от гибкости элемента. Малым значениям гибкости задают большие значения  $\bar{\epsilon}_{\max,i}$ , а большим — меньшие.

Деформированное  $i$ -е состояние удобно задавать действием «упругих» усилий  $N_i^*$ ,  $M_{x,i}^*$ ,  $M_{y,i}^*$  (рис. 2, а), соответствующих неограниченно упругой работе материала. Тогда, переходя к безразмерным параметрам, напряженное и деформированное состояние можно представить в одном виде:

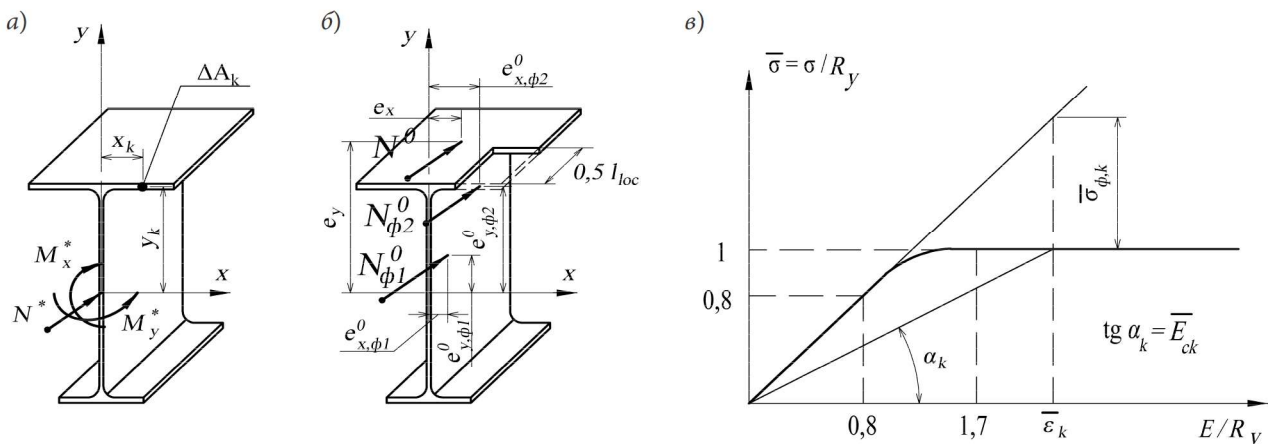


Рис. 2. Расчетные схемы нагружения: а — «упругие» усилия, определяющие деформированное состояние; б — фактически действующие и фиктивные усилия, отражающие напряженное состояние; в — унифицированная диаграмма работы стали

$$\bar{\sigma}_i^*(\bar{x}, \bar{y}) = \bar{\varepsilon}_i^*(\bar{x}, \bar{y}) = \varphi_i^* \left( 1 + m_{x,i}^* \bar{y} + m_{y,i}^* \bar{x} \right), \quad (14)$$

где  $\varphi_i^* = \bar{\varepsilon}_{\max,i}^* \left( 1 + m_{x,i}^* + m_{y,i}^* \right)^{-1}$ ;  $m_{x,i}^* = M_{x,i}^* / N_i^* \rho_x$ ;  $m_{y,i}^* = M_{y,i}^* / N_i^* \rho_y$ ;  $\bar{x}_k, \bar{y}_k$  — относительные координаты  $k$ -х волокон, находящихся в центре тяжести дискретных площадок  $\Delta \bar{A}_k = \Delta A_k / A$ .

Гипотезу плоских сечений в (14), соответствующую унифицированной диаграмме работы стали (рис. 1, в), можно увидеть при:  $\bar{\varepsilon}_0 = \varepsilon_0 E / R_y = \varphi^*$  — приведенная относительная деформация оси элемента;  $\bar{v} = v'' E / R_y = -\varphi^* m_x^*$ ,  $\bar{u} = u'' E / R_y = -\varphi^* m_y^*$  — безразмерные параметры кривизны оси. С целью упрощения решения деформационных задач индекс  $i$ , характеризующий задаваемое  $i$ -е деформированное состояние, будет опущен.

Используя (14) и диаграмму  $\bar{\sigma} - \bar{\varepsilon}$ , с помощью алгоритма «Сечение» определяем:

- параметры фактически действующей силы  $N^0$  (рис. 2, б,  $e_y = m_x \rho_x$ ,  $e_x = m_y \rho_y$ ):

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \varphi^* \left( \bar{A}_{ef} - m_x^* \frac{\rho_x}{y^*} \bar{S}_x - m_y^* \frac{\rho_y}{x^*} \bar{S}_y \right); \\ m_x &= \frac{\varphi^*}{\varphi} \left( -\bar{S}_x + m_x^* \frac{\rho_x}{y^*} \bar{I}_{x,ef} - m_y^* \frac{\rho_y}{x^*} \bar{I}_{xy} \right); \\ m_y &= \frac{\varphi^*}{\varphi} \left( -\bar{S}_y - m_x^* \frac{\rho_x}{y^*} \bar{I}_{xy} + m_y^* \frac{\rho_y}{x^*} \bar{I}_{y,ef} \right), \end{aligned} \right\} (15)$$

где  $\bar{A}_{ef} = 1 - \bar{A}_\Pi - \bar{A}_B$  — относительная рабочая площадь «упругого» сечения;  $\bar{A}_\Pi = \sum_{k=1}^n (1 - \bar{E}_{ck}) \Delta \bar{A}_k$ ,  $\bar{A}_B = \sum_{k=1}^{n_B} \bar{E}_{ck} \Delta \bar{A}_k$  — ослабление неповрежденного сечения развитием пластических деформаций и вырезом соответственно;  $\bar{S}_x = \bar{S}_{x,\Pi} + \bar{S}_{x,B}$ ;  $\bar{S}_y = \bar{S}_{y,\Pi} + \bar{S}_{y,B}$ ;  $\bar{S}_{x,\Pi} = \sum_{k=1}^n (1 - \bar{E}_{ck}) \bar{y}_k \Delta \bar{A}_k$ ;  $\bar{S}_{y,\Pi} = \sum_{k=1}^n (1 - \bar{E}_{ck}) \bar{x}_k \Delta \bar{A}_k$  — статические моменты ослабления развитием пластических деформаций;  $\bar{S}_{x,B} = \sum_{k=1}^{n_B} \bar{E}_{ck} \bar{y}_k \Delta \bar{A}_k$ ,  $\bar{S}_{y,B} = \sum_{k=1}^{n_B} \bar{E}_{ck} \bar{x}_k \Delta \bar{A}_k$  — относительные статические моменты площади выреза;

$$\bar{I}_{x,ef} = \frac{I_x}{\rho_x^2 A} - \bar{I}_{x,\Pi} - \bar{I}_{x,B}, \quad \bar{I}_{y,ef} = \frac{I_y}{\rho_y^2 A} - \bar{I}_{y,\Pi} - \bar{I}_{y,B}$$

$\bar{I}_{xy} = \bar{I}_{xy,\Pi} + \bar{I}_{xy,B}$  — относительные моменты инерции рабочей части сечения и центробежной соответственно.

$\bar{I}_{x,\Pi} = \sum_{k=1}^n (1 - \bar{E}_{ck}) \bar{y}_k^2 \Delta \bar{A}_k$ ,  $\bar{I}_{y,\Pi} = \sum_{k=1}^n (1 - \bar{E}_{ck}) \bar{x}_k^2 \Delta \bar{A}_k$  — моменты инерции ослабления развитием пластических деформаций;

$\bar{I}_{x,2} = \sum_{k=1}^{n_B} \bar{E}_{ck} \bar{y}_k^2 \Delta \bar{A}_k$ ,  $\bar{I}_{y,B} = \sum_{k=1}^{n_B} \bar{E}_{ck} \bar{x}_k^2 \Delta \bar{A}_k$  — моменты инерции площади выреза;

$\bar{I}_{xy,\Pi} = \sum_{k=1}^n (1 - \bar{E}_{ck}) \bar{x}_k \bar{y}_k \Delta \bar{A}_k$ ,  $\bar{I}_{xy,B} = \sum_{k=1}^{n_B} \bar{E}_{ck} \bar{x}_k \bar{y}_k \Delta \bar{A}_k$  — центробежные моменты ослабления развитием пластических деформаций и выреза;  $\bar{x}_k = x_k / \rho_x$ ;  $\bar{y}_k = y_k / \rho_y$ ;  $\Delta \bar{A}_k = \Delta A_k / A$ ;  $A$  — площадь неослабленного сечения;  $E_{ck} = \text{tg} \alpha_{ck}$  — относительный секущий модуль (рис. 2, в);  $n$  — число площадок  $\Delta A_k$  полного сечения,  $n_B$  — то же сечения выреза;

- параметры фиктивной силы  $N_{\Phi 1}^0$ , характеризующие влияние физической нелинейности (см. рис. 2, б):

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{\Phi 1} &= \varphi^* \left( \bar{A}_\Pi + m_x^* \frac{\rho_x}{y^*} \bar{S}_{x,\Pi} + m_y^* \frac{\rho_y}{x^*} \bar{S}_{y,\Pi} \right); \\ m_{x,\Phi 1}^0 &= \frac{\varphi^*}{\varphi_{\Phi 1}} \left( \bar{S}_{x,\Pi} + m_x^* \frac{\rho_x}{y^*} \bar{I}_{x,\Pi} + m_y^* \frac{\rho_y}{x^*} \bar{I}_{xy,\Pi} \right); \\ m_{y,\Phi 1}^0 &= \frac{\varphi^*}{\varphi_{\Phi 1}} \left( \bar{S}_{y,\Pi} + m_x^* \frac{\rho_x}{y^*} \bar{I}_{xy,\Pi} + m_y^* \frac{\rho_y}{x^*} \bar{I}_{y,\Pi} \right). \end{aligned} \right\} (16)$$

- параметры фиктивной силы  $N_{\Phi 2}^0$ , характеризующие влияние местного выреза:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{\Phi 2} &= \varphi^* \left( \bar{A}_B + m_x^* \frac{\rho_x}{y^*} \bar{S}_{x,B} + m_y^* \frac{\rho_y}{x^*} \bar{S}_{y,B} \right); \\ m_{x,\Phi 2}^0 &= \frac{\varphi^*}{\varphi_{\Phi 2}} \left( \bar{S}_{x,B} + m_x^* \frac{\rho_x}{y^*} \bar{I}_{x,B} + m_y^* \frac{\rho_y}{x^*} \bar{I}_{xy,B} \right); \\ m_{y,\Phi 2}^0 &= \frac{\varphi^*}{\varphi_{\Phi 2}} \left( \bar{S}_{y,B} + m_x^* \frac{\rho_x}{y^*} \bar{I}_{xy,B} + m_y^* \frac{\rho_y}{x^*} \bar{I}_{y,B} \right). \end{aligned} \right\} (17)$$

Таким образом, задаваясь деформированным состоянием в наиболее нагруженном неповрежденном сечении ( $\bar{z} = 0,5$ ) посредством действия «упругих» усилий  $N_i^*$ ,  $M_{x,i}^*$ ,  $M_{y,i}^*$ , при которых достигается  $\bar{\varepsilon}_{\max,i}^*$ , находящееся в зависимости от гибкости элемента



в пределах  $0,8 < \bar{\varepsilon}_{\max,i} < 4$ , можно выделить параметры следующих недеформационных (активных [27]) усилий при деформировании стержня по формам:

- изгибной:  $\varphi_{ex}$  с  $m_y^0 = m_y$  по (15),  $\varphi_{ex,\phi 1}$  с  $m_{x,\phi 1}^0$  и  $m_{y,\phi 1}^0$  по (16),  $\varphi_{ex,\phi 2}$  с  $m_{x,\phi 2}^0$ ,  $m_{y,\phi 2}^0$  (17);
- изгибно-крутильной:  $\varphi_{yc}$  с  $m_{x,u}^0 = m_x$  по (15),  $\varphi_{yc,\phi 1}$  с  $m_{x,\phi 1}^0$  и  $m_{y,\phi 1}^0$  по (16),  $\varphi_{yc,\phi 2}$  с  $m_{x,\phi 2}^0$ ,  $m_{y,\phi 2}^0$  по (17).

Остались неизвестными только концевые относительные эксцентриситеты фактически действующей силы  $N^0$ : в первом случае  $m_{x,y}^0$ , а во втором  $m_y^0$ . Для определения первого из них сопоставим напряженные состояния (9) и (14) при  $\bar{x} = \bar{y} = 1$ , в результате чего получим

$$m_{x,y}^0 = \frac{\bar{\varepsilon}_{\max} - \left( \varphi_{ex}^* + m_y^0 \varphi_{ex} + m_{y,\phi 1}^0 \varphi_{ex,\phi 1} + m_{y,\phi 2}^0 \varphi_{ex,\phi 2} \right)}{\varphi_{ex} K_{d,x1}} - m_{x,\phi 1}^0 \frac{\varphi_{ex,\phi 1}}{\varphi_{ex}} \left( 1 + \frac{m_{x,\phi 2}^0 \varphi_{ex,\phi 2} K_{d,x2}}{m_{x,\phi 1}^0 \varphi_{ex,\phi 1} K_{d,x1}} \right). \quad (18)$$

Определение второго (расчет по изгибно-крутильной форме) вытекает из сопоставления (11) и (14):

$$m_y^0 = \frac{\bar{\varepsilon}_{\max} - \left( \varphi_{yc}^* + m_{x,u}^0 \varphi_{yc} + m_{x,\phi 1}^0 \varphi_{yc,\phi 1} + m_{x,\phi 2}^0 \varphi_{yc,\phi 2} \right)}{\varphi_{yc} K_{d,y1}} - m_{y,\phi 1}^0 \frac{\varphi_{yc,\phi 1}}{\varphi_{yc}} \left( 1 + \frac{m_{y,\phi 2}^0 \varphi_{yc,\phi 2} K_{d,y2}}{m_{y,\phi 1}^0 \varphi_{yc,\phi 1} K_{d,y1}} \right). \quad (19)$$

Учитывая зависимость коэффициента  $K_{d,y1}$  (12) и угла закручивания сечения  $\theta_d$  (13) от  $m_y^0$ , входящих в (19), относительный эксцентриситет  $m_y^0$  определяется итерационным путем.

### 3. Особенности решения задач устойчивости

Традиционное решение задач устойчивости за пределом упругости, как известно, проводится по мере роста нагрузки до нарушения равновесного состояния, что ведет к необходимости выполнения трудоемких итерационных процессов на каждом этапе

нагружения, при которых учитывается физическая и геометрическая нелинейность.

В нашем случае поиск предельной силы, характеризующей устойчивость элемента, ведется по мере роста  $i$ -х деформированных состояний в наиболее нагруженном сечении с параметром  $\bar{\varepsilon}_{\max,i}$  при удержании концевых относительных эксцентриситетов продольной силы  $N^0$  постоянными:  $m_x^0 = \text{const}$ ,  $m_y^0 = \text{const}$ . Коэффициенты потери устойчивости в этом случае определяются по максимальным значениям  $\varphi_{ex,i*} = \varphi_{ex,\max}$ ,  $\varphi_{yc,i*} = \varphi_{yc,\max}$ . При этом геометрическая нелинейность в виде изгибной и изгибно-крутильной форм деформирования представлена в аналитическом виде, а физическая в сочетании с повреждением на каждом  $i$ -м этапе — только алгоритмом «Сечение», что на несколько порядков сокращает время расчета по сравнению с другими методами.

### Выводы

1. Предложено обратное численно-аналитическое решение задач устойчивости стальных элементов эксплуатируемых конструкций, имеющих пространственное искривление оси и местное повреждение.

2. Геометрическая нелинейность в виде изгибных и изгибно-крутильных перемещений сечений элемента определяется по результатам аналитического решения соответствующих деформационных задач, в которых физическая нелинейность и местное повреждение учитываются эквивалентными догружениями упругого бездефектного элемента фиктивными силами.

3. Решение задачи проводится по приращениям задаваемых  $i$ -х деформированных состояний в наиболее напряженном деформированном сечении с параметром  $\bar{\varepsilon}_{\max,i}$ , по которому с помощью алгоритма «Сечение» определяют фактически воспринимаемую элементом силу и упомянутые фиктивные. Затем обратным аналитическим решением устанавливаются концевые эксцентриситеты действующей силы.



4. Коэффициенты потери устойчивости по изгибной  $\varphi_{ex}$  и изгибно-крутильной  $\varphi_{uc}$  формам устанавливаются по мере роста  $\bar{\varepsilon}_{\max,i}$  по максимальным значениям.

5. Предложенный быстродействующий метод позволяет получить необходимый для разработки практических рекомендаций объем результатов по влиянию пространственного искривления оси и повреждений на общую устойчивость стальных элементов.

#### Библиографический список

1. Енджиевский Л. В., Терешкова А. В. Истории аварий и катастроф. Красноярск: Сибирский федеральный ун-т, 2013. 440 с.
2. Аугустин Я., Шледзевский Е. Аварии стальных конструкций М.: Стройиздат, 1978. 183 с.
3. Хэммонд Р. Аварии зданий и сооружений: Причины и уроки аварий современных сооружений различных типов / пер. с англ. В. К. Житомирского; под ред. и с предисл. А. Е. Десова. М.: Госстройиздат, 1960. 188 с.
4. Сахновский М. М., Титов А. М. Уроки аварий стальных конструкций. Киев: Будівельник, 1969. 200 с.
5. Шкирнев А. Н. Аварии на строительных объектах, их причины и способы предупреждения и ликвидации. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Стройиздат, 1966. 308 с.
6. Лащенко М. Н. Аварии металлических конструкций зданий и сооружений. Л.: Стройиздат, 1969. 183 с.
7. Лащенко М. Н. Повышение надежности металлических конструкций при реконструкции. Л.: Стройиздат, 1987. 136 с.
8. Белый Г. И., Матвеев Е. А. Совершенствование метода расчета поврежденных элементов стальных конструкций // Вестник МГСУ. 2024. № 4 (19). С. 544–556.
9. Белый Г. И. О расчете упругих стержней по деформированной схеме при действии активных и параметрических нагрузок // Механика стержневых систем и сплошных сред: сб. науч. тр. ЛИСИ. 1980. № 32. С. 41–48.
10. Белый Г. И. О расчете упругопластических тонкостенных стержней по пространственно-деформированной схеме с учетом касательных напряжений и деформации сдвига // Металлические конструкции и испытания сооружений: межвуз. темат. сб. тр. 1985. С. 10–23.
11. Родиков Н. Н. Устойчивость сжатых с двухосными эксцентриситетами стержневых элементов конструкций из открытых профилей: дис. ... канд. техн. наук. Л., 1987. 148 с.
12. Сотников Н. Г. Прочность и устойчивость элементов стальных конструкций из уголков, имеющих общие и местные дефекты и повреждения: дис. ... канд. техн. наук. Л., 1987. 157 с.
13. Стегачев П. Б. Исследование вопросов оценки эксплуатационного состояния стальных стропильных ферм: дис. ... канд. техн. наук. Л., 1982. 184 с.
14. Лакусса К. С. Э. Прочность и пространственная устойчивость стержней из одиночных уголков, имеющих общие и местные дефекты и повреждения: дис. ... канд. техн. наук. СПб., 1993. 171 с.
15. Мункуева Е. М. Прочность и устойчивость элементов стальных конструкций крестового сечения, имеющих общие и местные дефекты и повреждения: автореф. дис. ... канд. техн. наук. СПб., 1999. 22 с.
16. Косоруков В. А. Влияние случайных погнутостей сжатых стержней стальных форм на их несущую способность: дис. ... канд. техн. наук. М., 1975. 142 с.
17. Опланчук А. А. Несущая способность стержней ферм из уголков с местными дефектами: дис. ... канд. техн. наук. Новосибирск, 1983. 241 с.
18. Корчак М. Д. О влиянии местных начальных искривлений пояса на устойчивость решетчатого стержня // Совершенствование и развитие норм проектирования стальных конструкций: тр. ин-та / под ред. В. А. Балдина. М.: ЦНИИСК, 1981. 213 с. С. 119–127.
19. Di Sarno L., Majidian A., Karagiannakis G. The Effect of Atmospheric Corrosion on Steel Structures: A State-of-the-Art and Case-Study // Buildings. 2021. No. 11 (12). 571.
20. Zhengyi K., Ya J., Golder Md Sabbir H., Shaozheng H., Yan W., Quang-Viet V., Viet-Hung T., Qinglin T., Seung-Eock K. Experimental and theoretical study on mechanical properties of mild steel after corrosion // Ocean Engineering. 2022. Vol. 246 (2). 110652.
21. Zhongwei Z., Ni Z., Jinjia W., Youran G., Qingwei S. Shear capacity of steel plates with random local corrosion // Construction and Building Materials. 2020. Vol. 239. 117816.
22. Белый Г. И. «Обратный» метод расчета усиливаемых под нагрузкой стержневых элементов стальных конструкций путем увеличения сечений // Вестник гражданских инженеров. 2020. № 6 (83). С. 46–55.
23. Смирнов М. О. Прочность и устойчивость стержневых элементов конструкций из холодногнутых профилей с фактически редуцированным сечением: дис. ... канд. техн. наук. СПб., 2021. 157 с.
24. Белый Г. И., Ведерникова А. А. Исследование прочности и устойчивости трубобетонных элементов конструкций обратным численно-аналитическим методом // Вестник гражданских инженеров. 2021. № 2 (85). С. 26–35.



25. Белый Г. И., Гаритов А. И. Запредельная несущая способность стержневых элементов стальных конструкций после потери общей устойчивости // Вестник гражданских инженеров. 2022. № 5 (94). С. 5–19.

26. Бейлин Е. А. Общие уравнения деформационного расчета и устойчивости тонкостенных стержней // Строительная механика и расчет сооружений. 1969. № 5. С. 35–41.

27. Ржаницын А. П. Устойчивость равновесия упругих систем. М.: Гостехиздат, 1955. 475 с.

## References

1. Endzhievskiy L. V., Tereshkova A. V. *Istorii avariy i katastrof* [Stories of accidents and disasters]. Krasnoyarsk, Sibirskiy federal'niy un-t Publ., 2013, 440 p.

2. Augustin Ya., Shledzevskiy E. *Avarii stal'nykh konstruktsiy* [Accidents of steel structures]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1978, 183 p.

3. Khemmond R. *Avarii zdaniy i sooruzheniy: Prichiny i uroki avariy sovremennykh sooruzheniy razlichnykh tipov* [Accidents in Building and Structures: Causes and lessons of accidents of modern structures of different types]. Transl. from English by Zhitomirskiy V. K.; ed. by Desov A. E. Moscow, Gosstroyizdat Publ., 1960, 188 p.

4. Sakhnovskiy M. M., Titov A. M. *Uroki avariy stal'nykh konstruktsiy* [Lessons from steel structure accidents]. Kiev, Budivel'nik Publ., 1969, 200 p.

5. Shkirnev A. N. *Avarii na stroitel'nykh ob'ektakh, ikh prichiny i sposoby preduprezhdeniya ilikvidatsii* [Accidents at construction facilities, their causes and methods of prevention and elimination]. 2-nd ed., revised. Moscow, Stroyizdat Publ., 1966, 308 p.

6. Lashchenko M. N. *Avarii metallicheskih konstruktsiy zdaniy i sooruzheniy* [Accidents of metal structures of buildings and facilities]. Leningrad, Stroyizdat Publ., 1969, 183 p.

7. Lashchenko M. N. *Povyshenie nadezhnosti metallicheskih konstruktsiy pri rekonstruktsii* [Increasing the reliability of metal structures during reconstruction]. Leningrad, Stroyizdat Publ., 1987, 136 p.

8. Belyi G. I., Matveev E. A. *Sovershenstvovanie metoda rascheta povrezhdennykh elementov stal'nykh konstruktsiy* [Improvement of the method of calculation of damaged elements of steel structures]. *Vestnik MGSU – Bulletin of MGSU*, 2024, no. 4 (19), pp. 544–556.

9. Belyy G. I. *O raschete uprugikh stержней po deformirovannoy skheme pri deystvii aktivnykh i parametriceskikh nagruzok* [About calculation of elastic rods on deformed scheme under the action of active and parametric loads]. *Trudy LISI "Mekhanika stержnevyykh sistem i plosknykh sred"* [Proceedings of LISI "Mechanics

of rod systems and continuous media"]. 1980, no. 32, pp. 41–48.

10. Belyy G. I. *O raschete uprugoplasticheskikh tonkostennykh stержней po prostranstvenno-deformirovannoy skheme s uchetom kasatel'nykh napryazheniy i deformatsii sdviga* [On calculation of elastoplastic thin-walled rods by spatially deformed scheme with consideration of tangential stresses and shear deformation]. *Mezhvuz. temat. sb. tr. "Metallicheskie konstruksii i ispytaniya sooruzheniy"* [Coll. of sci. works "Metallic Structures and Testing of Structures"]. 1985, pp. 10–23.

11. Rodikov N. N. *Ustoychivost' szhatykh s dvukhosnymi ekstsentrizitetami stержnevyykh elementov konstruktsiy iz otkrytykh profiley*. Diss. kand. tekhn. nauk [Stability of compressed with biaxial eccentricities rod structural elements made of open profiles. PhD in Sci. Tech. diss.]. Leningrad, 1987, 148 p.

12. Sotnikov N. G. *Prochnost' i ustoychivost' elementov stal'nykh konstruktsiy iz ugolkov, imeyushchikh obshchie i mestnye defekty i povrezhdeniya*. Diss. kand. tekhn. nauk [Strength and stability of elements of steel structures made of angles having general and local defects and damages. PhD in Sci. Tech. diss.]. Leningrad, 1987, 157 p.

13. Stegachev P. B. *Issledovanie voprosov otsenki ekspluatatsionnogo sostoyaniya stal'nykh stropil'nykh ferm*. Diss. kand. tekhn. nauk [Study of the issues of assessment of operational condition of steel trusses]. PhD in Sci. Tech. diss.]. Leningrad, 1982, 184 p.

14. Lakussa K. S. E. *Prochnost' i prostranstvennaya ustoychivost' stержней iz odinochnykh ugolkov, imeyushchikh obshchie i mestnye defekty i povrezhdeniya*. Diss. kand. tekhn. nauk [Strength and spatial stability of bars made of single angles with general and local defects and damages. PhD in Sci. Tech. diss.]. St. Petersburg, 1993, 171 p.

15. Munkueva E. M. *Prochnost' i ustoychivost' elementov stal'nykh konstruktsiy krestovogo secheniya, imeyushchikh obshchie i mestnye defekty i povrezhdeniya*. *Avtoref. diss. kand. tekhn. nauk* [Strength and stability of cross-sectional steel structural members with general and local defects and damage. Author's thesis of PhD in Sci. Tech. diss.]. St. Petersburg, 1999, 22 p.

16. Kosorukov V. A. *Vliyanie sluchaynykh pognutostey szhatykh stержней stal'nykh form na ikh nesushchuyu sposobnost'*. Diss. kand. tekhn. nauk [Influence of random bendings of compressed bars of steel molds on their bearing capacity. PhD in Sci. Tech. diss.]. Moscow, 1975, 142 p.

17. Oplanchuk A. A. *Nesushchaya sposobnost' stержней ferm iz ugolkov s mestnymi defektami*. Diss. kand. tekhn. nauk [Bearing capacity of truss bars made of angles



with local defects. PhD in Sci. Tech. diss.]. Novosibirsk, 1983, 241 p.

18. Korchak M. D. *O vliyaniy mestnykh nachal'nykh iskrivleniy poyasa na ustoychivost' reshetchatogosterzhnya* [On the influence of local initial curvatures of the belt on the stability of a lattice rod]. *Trudy in-ta "Sovershenstvovaniye razvitiye norm proektirovaniya stal'nykh konstruktsiy"* [Proceedings of the Institute "Improvement and development of design standards for steel structures"]. Ed. by Baldin V. A. Moscow, St. Petersburg, TsNIISK Publ., 1981, pp. 119–127.

19. Di Sarno L., Majidian A., Karagiannakis G. The effect of atmospheric corrosion on steel structures: A state-of-the-art and case-study. *Buildings*, 2021, no. 11 (12), 571.

20. Zhengyi K., et al. Experimental and theoretical study on mechanical properties of mild steel after corrosion. *Ocean Engineering*, 2022, vol. 246 (2), 110652.

21. Zhongwei Z., Ni Z., Jinjia W., Youran G., Qingwei S. Shear capacity of steel plates with random local corrosion. *Construction and Building Materials*, 2020, vol. 239, 117816.

22. Belyy G. I. «Obratniy» metod rascheta silivaemykh pod nagruzkoy sterzhnevnykh elementov stal'nykh konstruktsiy putem uvelicheniyasecheniy ["Reverse" method of calculation of rod elements of steel structures reinforced under load by increasing cross-sections]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2020, no. 6 (83), pp. 46–55.

23. Smirnov M. O. Prochnost' i ustoychivost' sterzhnevnykh elementov konstruktsiy iz kholodnognutnykh profiley s fakticheskiy redutsirovannym secheniem. Diss. kand. tekhn. nauk [Strength and stability of rod structural members made of cold-formed sections with effectively reduced cross-section. PhD in Sci. Tech. diss.]. St. Petersburg, 2021, 157 p.

24. Belyy G. I., Vedernikova A. A. *Issledovaniye prochnosti i ustoychivostitrubobetonnykh elementov konstruktsiy obratnym chislenno-analiticheskim metodom* [Investigation of strength and stability of pipe-concrete structural elements by inverse numerical-analytical method]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2021, no. 2 (85), pp. 26–35.

25. Belyy G. I., Garipov A. I. *Zapredel'naya nesushchaya sposobnost' sterzhnevnykh elementov stal'nykh konstruktsiy posle poteri obshchey ustoychivosti* [Out-of-limit bearing capacity of rod elements of steel structures after loss of general stability]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2022, no. 5 (94), pp. 5–19.

26. Beylin E. A. *Obshchie uravneniya deformatsionnogo rascheta iustoychivosti tonkostennykh sterzhney* [General equations of deformation calculation and stability of thin-walled rods]. *Stroitel'naya mekhanika i raschetsooruzheniy – Structural mechanics and structural design*, 1969, no. 5, pp. 35–41.

27. Rzhantsyn A. R. *Ustoychivost' ravnovesiya uprugikh sistem* [Stability of equilibrium of elastic systems]. Moscow, Gostekhizdat Publ., 1955, 475 p.