

## СОВРЕМЕННЫЙ ПОДХОД К РАСЧЕТУ КОНСТРУКЦИЙ ПРОЛЕТНЫХ СТРОЕНИЙ МОСТОВ НА ВЫСОКОСКОРОСТНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ НАГРУЗКИ

### A MODERN APPROACH TO CALCULATION OF BRIDGE SPAN STRUCTURES FOR HIGH-SPEED DYNAMIC LOADS

Вопрос построения самой близкой к реальности математической модели системы конструкций пролетных строений и высокоскоростного подвижного состава является одним из наиболее актуальных в сфере расчета, проектирования и возведения железнодорожных мостов. Работа посвящена исследованию динамического поведения конструкций пролетных строений в условиях высокоскоростного движения. Элементы конструкции и рельса моделируются методом конечных элементов стержневыми конечными элементами. Расчет проведен прямым динамическим анализом в линейной постановке с применением динамического узлового нагружения. По результатам получены зависимости наибольшего вертикального динамического перемещения от времени для разной скорости движения транспортного средства и разных сосредоточенных подвижных сил. Результаты показали возможность принятия текущей 3D-модели для определения динамического отклика конструкций пролетных строений при воздействии сосредоточенных подвижных сил.

*Ключевые слова:* конструкции пролетных строений, динамический расчет, математическая модель.

The issue of building the closest to reality mathematical model of a system of superstructures and high-speed trains is one of the most pressing topics in the field of calculation, design and construction of railway bridges. This work is devoted to the study of the dynamic behavior of superstructures under conditions of high-speed traffic. Structural and rail elements are simulated using the finite element method with rod finite elements. The calculation was carried out by direct dynamic analysis in a linear formulation using dynamic nodal loading. Based on the results, there were obtained the dependences of the largest vertical dynamic displacement on time for different vehicle speeds and different concentrated moving forces. The results show the possibility of adopting the current 3D model to determine the dynamic response of superstructures under the influence of concentrated moving forces.

*Keywords:* span structures` deigns, dynamic calculation, mathematical model.

#### Введение

Динамическое поведение конструкций пролетных строений в условиях высокоскоростного движения в последние годы интенсивно исследуется учеными и инженерами [1–6]. При движении высокоскоростного поезда по мосту он вызывает вибрацию элементов моста, что может повлиять

на эксплуатационные характеристики конструкции, безопасность и устойчивость вагонов и комфортность пассажиров. Выбор расчетных моделей системы моста, пути и транспортных средств оказался решающим фактором в получении достаточных результатов для данной задачи [7–11]. Первый шаг для создания расчетных моделей — понима-

ние динамического взаимодействия поезда и моста, которое считается очень сложным вопросом. Рис. 1 показывает вибрационную систему с множеством степеней свободы (MDOF, multi-degree-of-freedom), состоящую из поезда, пути, балочной конструкции, опор, фундаментов и грунта.

В дополнение к вышеперечисленному необходимо определить метод расчета и тип динамического анализа, соответствующего характеристикам конструкции (линейный и нелинейный), и требуемой точности расчета, поэтому метод конечных элементов (МКЭ) играет большую роль в расчете динамической реакции поездов, движущихся по мосту любого типа [12–15].

Активно создаются модели, описывающие поведение конструкций пролетных строений при динамических воздействиях от транспортных средств, землетрясений [16–18] или ветровых нагрузок [19]. В настоящий момент трехмерная пространственная модель поезда, моста и пути является самым современным способом для представления системы сложной конфигурации, которая может включать мосты с неразрезными балками, из разных материалов или с разными несущими конструкциями [20, 21].

### Методы

Краткое опишем теоретический принцип формирования уравнений движения элементов системы.

### 1. Подсистема моста

При изучении боковых и вертикальных колебаний системы «поезд–мост» мост обычно анализируется с помощью пространственного МКЭ. Уравнение движения подсистемы моста может быть записано как

$$M_b \ddot{X}_b + C_b \dot{X}_b + K_b X_b = F_b, \quad (1)$$

где  $M_b$ ,  $C_b$  и  $K_b$  — глобальные матрицы массы, демпфирования и жесткости моста;  $X_b$  — вектор смещения узлов моста;  $F_b$  — вектор усилий колесных пар вагона на мосту. Матрица демпфирования  $C_b$  использует демпфирование Рэлея, выраженное комбинацией матрицы масс и матрицы жесткости как

$$C_b = \frac{2\zeta\omega_1\omega_2}{\omega_1 + \omega_2} M_b + \frac{2\zeta}{\omega_1 + \omega_2} K_b, \quad (2)$$

где  $\zeta$  — коэффициент демпфирования моста, принимаемый равным 0,5–1,5 % для стальной балки; 1,5–2 % для сталежелезобетонной балки и 2–3 % для железобетонной балки;  $\omega_1$  и  $\omega_2$  — первая и вторая частоты балки.

### 2. Подсистема поезда

Предполагается, что транспортное средство состоит из двух частей: верхней бесконтактной части, состоящей из кузова, систем подвески и тележек и нижней части, контактирующей с рельсами, состоящими из колесных пар (рис. 2). Уравнения движения подсистемы поезда можно записать как

$$M_V \ddot{X}_V + C_V \dot{X}_V + K_V X_V = F_V, \quad (3)$$

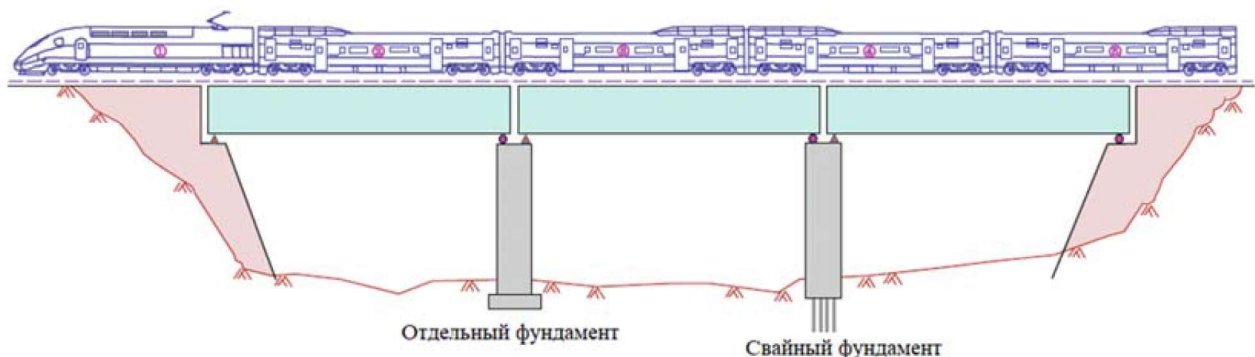


Рис. 1. Схема взаимодействующих элементов системы «поезд–путь–балки–опоры» и «опорные части–сваи–фундамент–грунт» при проезде поезда по железнодорожному мосту



где  $M_v$ ,  $C_v$  и  $K_v$  — глобальные матрицы массы, демпфирования и жесткости поезда;  $X_v$  — вектор смещения поезда;  $F_v$  — вектор усилий поезда;  $C_v$  — матрица демпфирования.

### 3. Подсистема пути

В конечно-элементной структуре подсистема путевого моста дискретизируется на ряд простых элементов равной длины. Данная модель взаимодействия состоит из элемента рельса и элемента моста, соединенных непрерывными вязкоупругими опорами, как показано на рис. 3.

### 4. Уравнение движения системы взаимодействия «поезд–путь–мост»

После составления всех матриц и векторов уравнений (1), (3) и с учетом вышеупомянутой путево-мостовой подсистемы можно формировать уравнение движения системы взаимодействия «поезд–путь–мост»:

$$\begin{pmatrix} M_{vv} & 0 & 0 \\ 0 & M_{rr} & 0 \\ 0 & 0 & M_{bb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{X}_v \\ \ddot{X}_r \\ \ddot{X}_b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_{vv} & C_{vr} & 0 \\ C_{rv} & C_{rr} & C_{rb} \\ 0 & C_{br} & C_{bb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{X}_v \\ \dot{X}_r \\ \dot{X}_b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} K_{vv} & K_{vr} & 0 \\ K_{rv} & K_{rr} & K_{rb} \\ 0 & K_{br} & K_{bb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_v \\ X_r \\ X_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_v \\ F_r \\ F_b \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где нижние индексы  $v$ ,  $r$  и  $b$  обозначают поезд, рельс и мост соответственно;  $K_{vr} = K_{rv}$  — матрицы жесткости взаимодействия вагонов с рельсами;  $K_{br} = K_{rb}$  — матрицы жесткости взаимодействия «рельс–мост». Аналогичное уравнение — для матриц масс и демпфирования.

После формирования всех матриц и векторов эти уравнения решаются для получения динамического ответа конструкций пролетных строений (перемещение и ускорение).

### 5. Численное исследование

Проведено исследование моделированием девятипролетного моста, состоящего из восьми предварительно-напряженных балок  $(L1, ..., L8) = 8 \times 33,6$  м и одного стального арочного пролетного строения  $L = 130$  м,  $H = 25,88$  м (наибольшая высота арки). Общий вид несущих конструкций моста и параметры поперечных сечений главных балок показаны на рис. 4. Главные балки моста опираются на ригели, которые в свою очередь опираются на стойки опор. Длина стоек опор равна 8 и 15 м в местах соединения между стальной частью и железобетонной. В табл. 1 представлены геометрические ха-

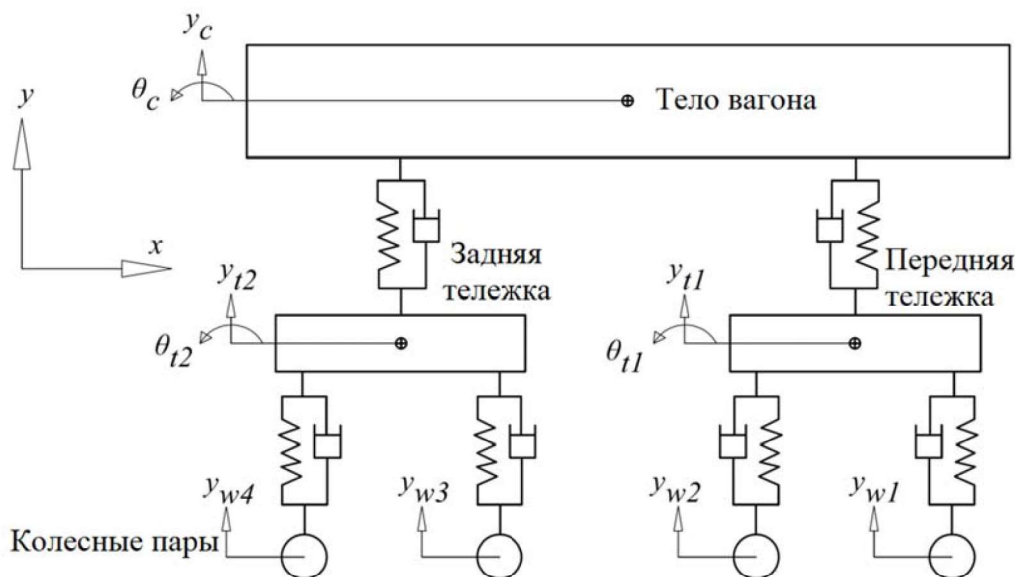


Рис. 2. Десять степеней свободы вагона поезда

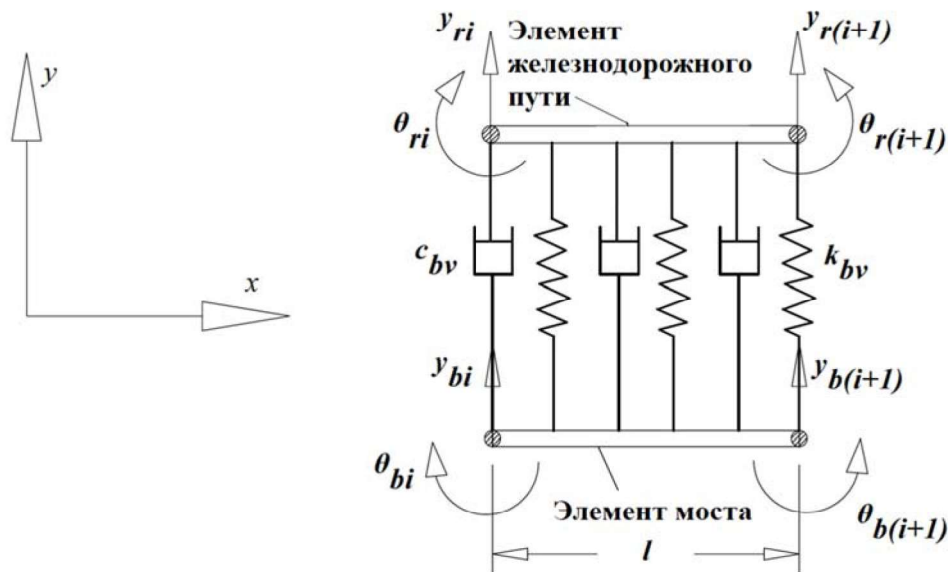


Рис. 3. Конечный элемент путево-мостовой подсистемы

рактеристики элементов мостового перехода и их материалы.

Поперечное сечение рельса UIC60, поезд входит со стороны пролета  $L1$ , стержневые конечные элементы используются для моделирования элементов моста. Динамический метод расчета является прямым динамическим методом в линейной постановке с шагом 0,01 с общим периодом 15 с. Коэффициент демпфирования моста  $\xi = 1\%$  для всех форм собственных колебаний. Взаимодействие «рельс–мост» моделируется упругими элементами. Реализация совместной работы системы «мост–поезд» в программе Midas civil показана на рис. 5. На главную балку мостового перехода действуют вертикальные нагрузки, как показано в табл. 2.

Метод применения динамических нагрузок оперирует динамическими узловыми нагрузками (dynamic nodal loads), так что при шаге времени  $t_i$  и нагрузке на ось  $F$  узловая нагрузка  $F_j$  для узла  $J$  определяется в зависимости от расстояния от оси до узла (рис. 6).

### Результаты

Получена зависимость от времени наибольшего вертикального динамического перемещения главной балки моста в железобе-

тонной части и в стальной части для разной скорости движения транспортного средства и разного количества осей, как показано на рис. 7.

### Обсуждение

Результат расчета показывает, что текущая модель конечных элементов динамического взаимодействия (конструкция–поезд) дала форму динамического отклика, соответствующего представленному в международной литературе по динамике конструкций пролетных строений, что указывает на возможность принятия модели, представленной в данном исследовании, для определения динамического ответа конструкций пролетных строений при воздействии сосредоточенных подвижных сил.

Анализируя рис. 7 для железобетона, можно отметить, что при одинаковой скорости динамический отклик меняется при разном количестве осей транспортного средства, действующего на главную балку моста.

В железобетонной балке для скоростей с относительно небольшими значениями  $\left( v \in [240, 280] \frac{\text{км}}{\text{ч}} \right)$  значения динамического отклика близки для всех случаев сосредото-



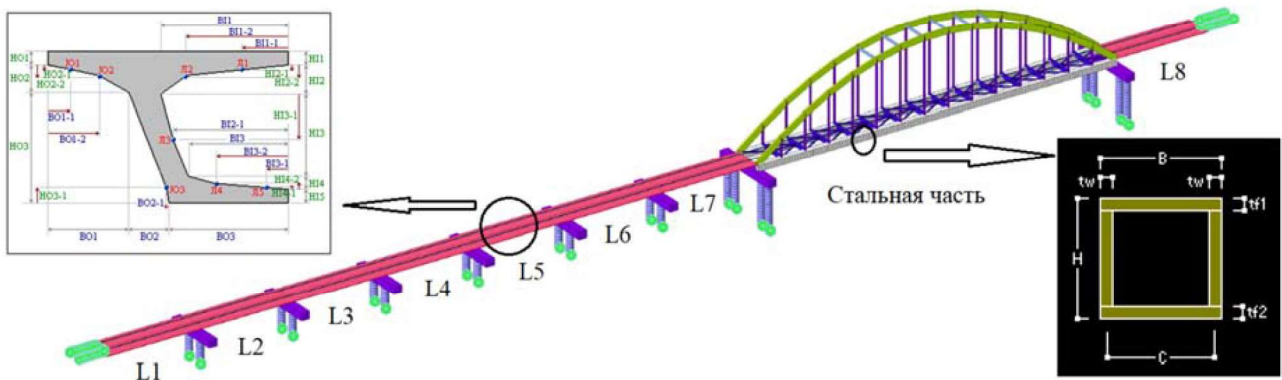


Рис. 4. Общий вид несущих конструкций моста

Таблица 1

Геометрические характеристики и материалы элементов мостового перехода

| Элемент моста                                    | Форма поперечного сечения      | Геометрические характеристики                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | Материал  |
|--------------------------------------------------|--------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| Главная железобетонная балка                     | Форма показана на рис. 4       | $HO1 = 0,2$ м, $HO2 = 0,338$ м, $HO2-1 = 0,016$ м, $HO2-2 = 0,178$ м, $HO3 = 1,562$ м, $BO1 = 2$ м, $BO1-1 = 1,05$ м, $BO1-2 = 1,714$ м, $BO2 = 1,238$ м, $BO3 = 2$ м, $HI1 = 0,2$ м, $HI2 = 0,135$ м, $HI2-2 = 0,028$ м, $HI3 = 1,175$ м, $HI4 = 0,3$ м, $HI5 = 0,2$ м, $BI1 = 2,208$ м, $BI1-1 = 0,4$ м, $BI1-2 = 1,508$ м, $BI3 = 1,635$ м, $BI3-2 = 0,735$ м | Бетон В40 |
| Главная стальная балка                           | Форма показана на рис. 4       | $B = 2$ м, $H = 2,15$ м, $tf1 = tf2 = tw = 0,01$ м                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | Fe490     |
| Ригели                                           | Прямоугольник                  | $H = 2,5$ м, $B = 3$ м                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Бетон В40 |
| Стойки опор                                      | Сплошное круглое сечение       | $\Delta E = 2,5$ м                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | Бетон В40 |
| Ребра арки                                       | Аналогично форме главной балки | $B = 0,6$ м, $H = 2,1$ м, $tf1 = tf2 = 0,014$ м, $tw = 0,016$ м                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | A572-50   |
| Соединяющие стальные балки                       | Двутавр                        | $B = 0,5$ м, $H = 1,54$ м, $tf = 0,027$ м, $tw = 0,014$ м                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Сталь А36 |
| Вертикальные элементы арки                       | Двутавр                        | $B = 0,4$ м, $H = 0,6$ м, $tf = 0,016$ м, $tw = 0,012$ м                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | A572-50   |
| Стальные распорки арки                           | Двутавр                        | $B = 0,26$ м, $H = 0,43$ м, $tf = 0,025$ м, $tw = 0,015$ м                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | Сталь А36 |
| Соединяющие стальные элементы верхней части арки | Аналогично форме главной балки | $B = 0,5$ м, $H = 0,6$ м, $tf1 = tf2 = 0,014$ м, $tw = 0,01$ м                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Сталь А36 |

ченных подвижных сил. С другой стороны, для больших значений скорости ( $v > 320 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ ) значения динамического отклика увеличиваются с увеличением числа осей сил, сосредоточенных на конструкции.

Анализируя рис. 7 для стальных элементов, можно отметить, что наибольшее значение динамического вертикального переме-

щения соответствует случаю восьми вагонов при  $v = 280$  и  $320 \text{ км/ч}$  и случаю десяти вагонов при  $v = 240, 360$  и  $400 \text{ км/ч}$ . Это означает, что при создании математической модели конструкции при динамических воздействиях необходимо учитывать и изучать все вероятные случаи динамического нагружения конструкции со всеми случаями вероятных

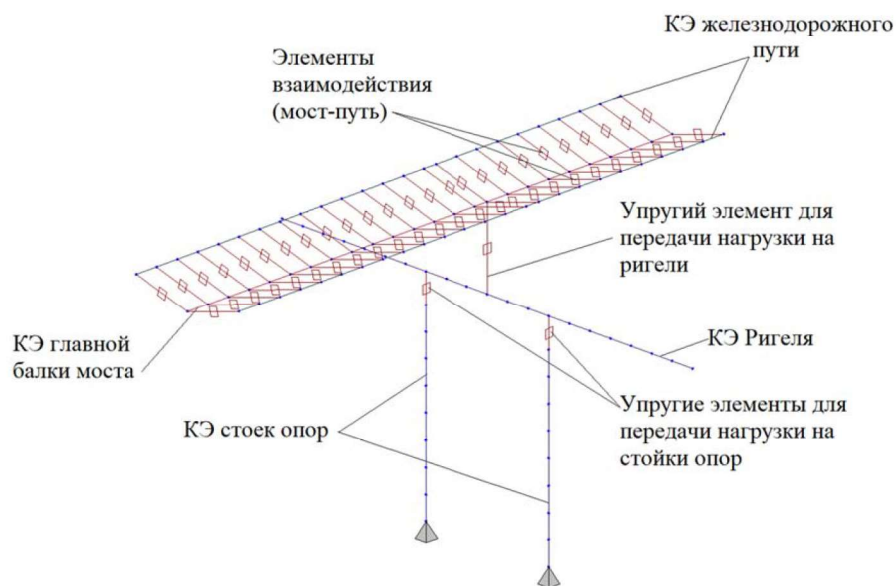


Рис. 5. Реализация совместной работы системы «мост–поезд» в программе Midas civil (КЭ — конечный элемент)

Таблица 2

**Вертикальные нагрузки, действующие на главную балку мостового перехода**

| 1. Постоянные нагрузки, переведенные в массу для обеспечения требований динамического расчета:                                                  |                 |                          |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|--------------------------|
| а) собственный вес элементов конструкции;                                                                                                       |                 |                          |
| б) равномерно распределенная постоянная нагрузка, равная 15кН/м, представляет вес всех элементов.                                               |                 |                          |
| 2. Подвижные нагрузки с разными значениями скорости поезда (240, 280, 320, 360, 400 км/ч) и с разным количеством сосредоточенных подвижных сил: |                 |                          |
| Количество вагонов                                                                                                                              | Количество осей | Значение одной силы (кН) |
| 6                                                                                                                                               | 24              | 180                      |
| 8                                                                                                                                               | 32              | 180                      |
| 10                                                                                                                                              | 40              | 180                      |

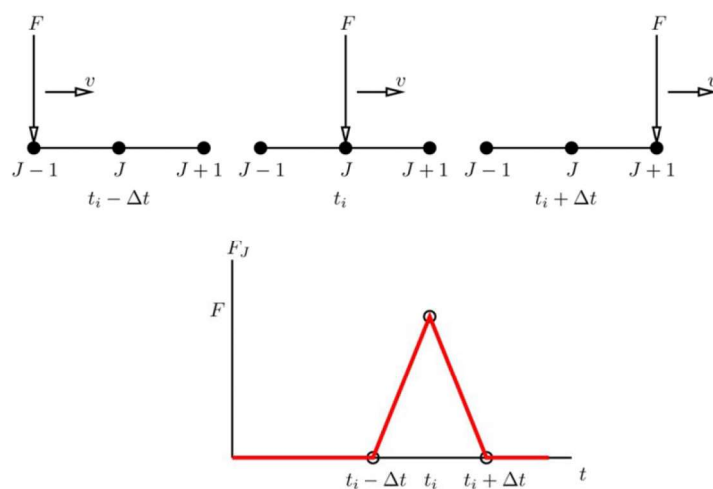


Рис. 6. Определение изменения узловой силы во времени для осевой нагрузки  $F$ , движущейся со скоростью  $v$

скоростей, чтобы получить полное представление о динамическом поведении системы «мост–поезд».

Полученный результат показывает влияние материала несущих элементов конструкции пролетных строений на динами-

ческое затухание системы, так что после достижения пикового значения графика вертикальное перемещение намного уменьшается в железобетонных элементах конструкции по сравнению со стальными элементами.

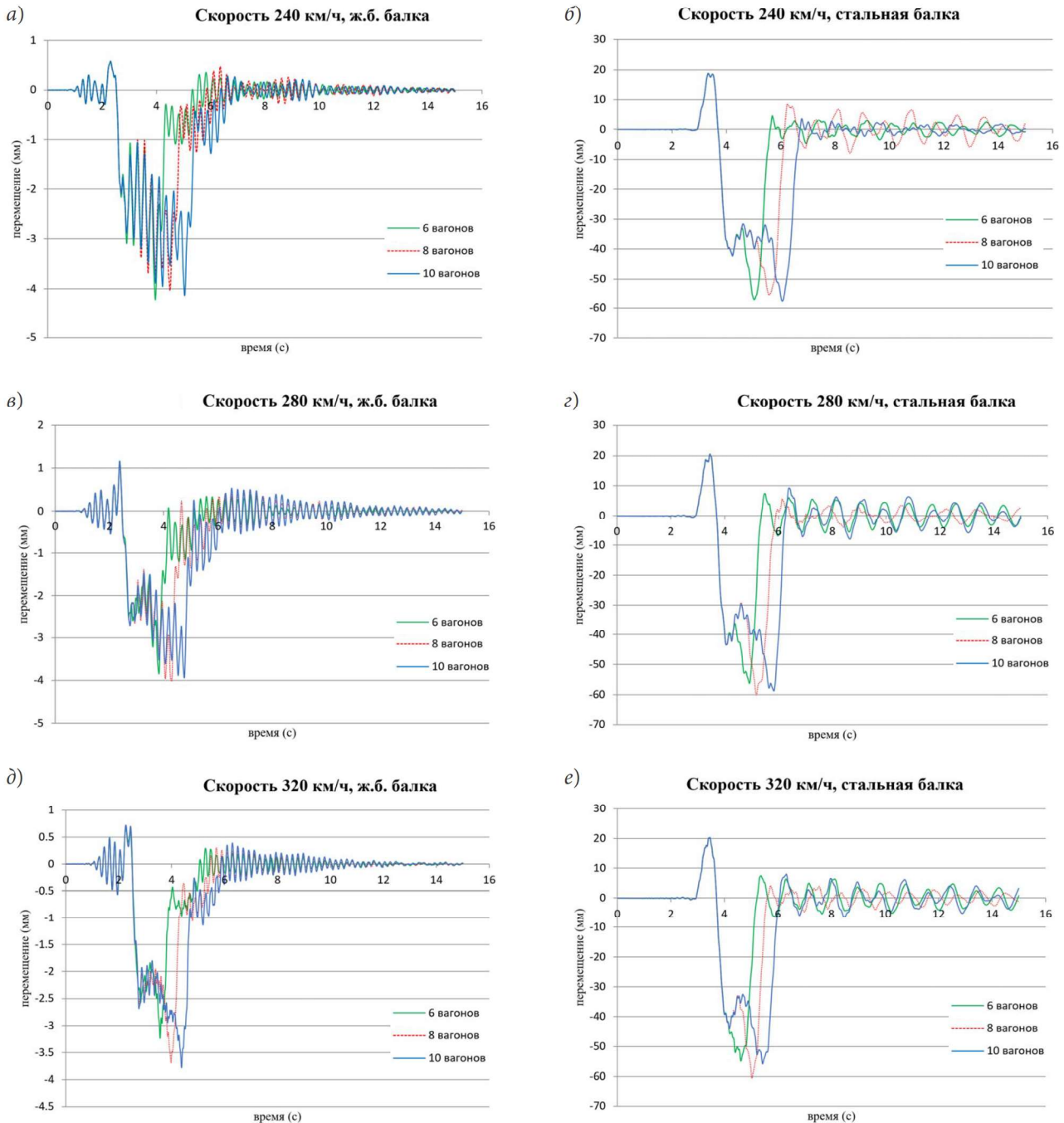


Рис. 7. Зависимость наибольшего вертикального динамического перемещения от времени для разной скорости движения транспортного средства и разного количества осей (начало)

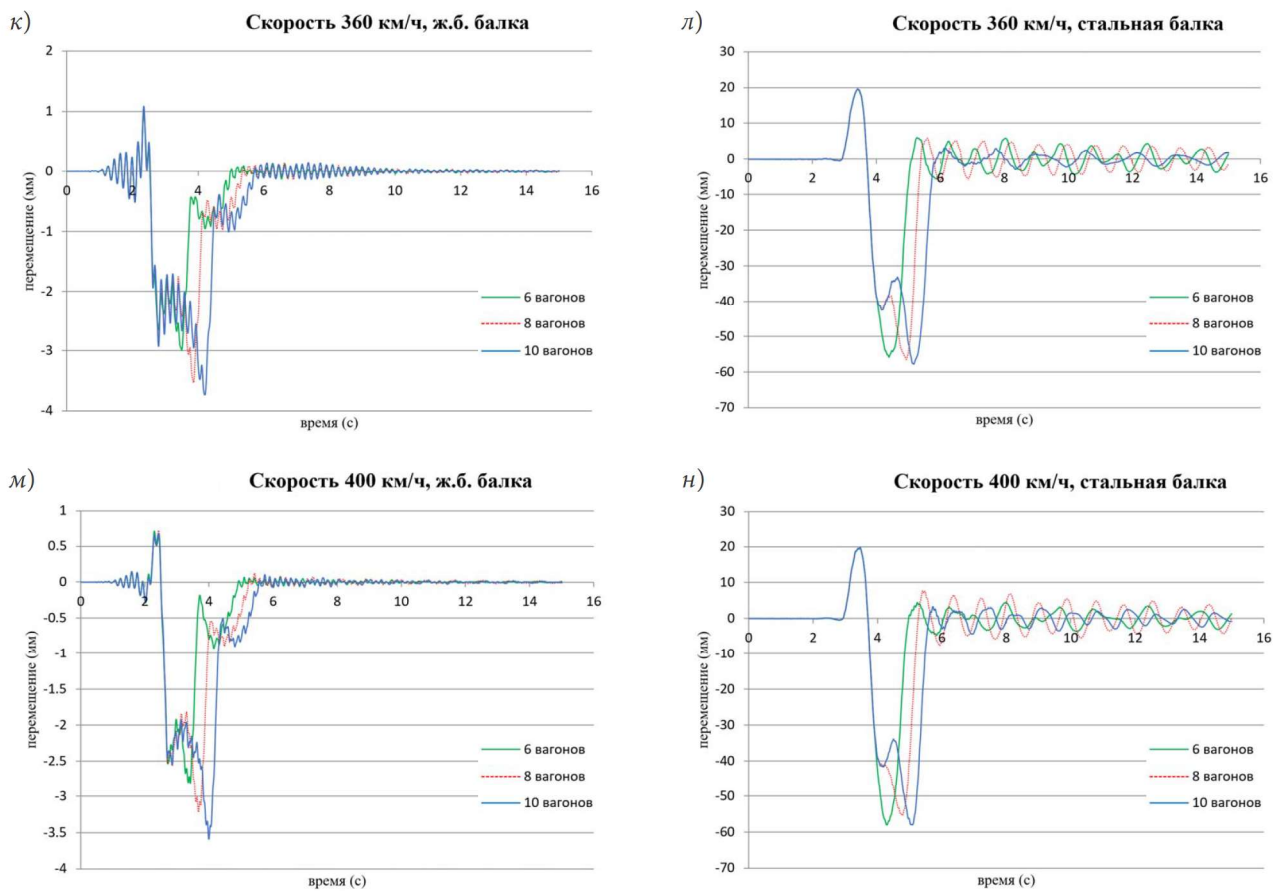


Рис. 7. Зависимость наибольшего вертикального динамического перемещения от времени для разной скорости движения транспортного средства и разного количества осей (окончание)



Рис. 8. Подход расчета конструкций пролетных строений на динамические нагрузки



## Выводы

Данная статья позволила понять алгоритм моделирования динамического поведения системы «мост–поезд–железнодорожный путь» и сделать следующие выводы:

1. Современный подход к расчету конструкций пролетных строений на динамические нагрузки заключается в совокупности метода конечных элементов, прямого динамического анализа и динамического узлового нагружения, как показано на рис. 8. После завершения моделирования системы можно исследовать параметры напряженно-деформированного состояния (например, вертикальные перемещения, как в данной статье), получать идентификацию повреждений моста, контролировать вибрации системы «мост–поезд» или проводить проверку несущей способности моста при проектировании.

2. Скорости поезда и количество сосредоточенных подвижных сил влияют на динамическое поведение конструкций пролетных строений.

3. В целях полного понимания динамического поведения системы «мост–поезд–железнодорожный путь» необходимо изучать влияние разных скоростей поезда и количества сосредоточенных подвижных сил одновременно.

4. Использование упругих элементов при моделировании взаимодействия системы играет значительную роль в полученных результатах.

5. Важно отметить влияние волновых процессов в материалах элементов конструкций пролетных строений на затухание вибраций при исследовании динамического отклика мостовых переходов.

## Библиографический список

1. Zhang N., Tian Y., Xia H. A train-bridge dynamic interaction analysis method and its experimental validation // *Engineering*. 2016. Vol. 2. № 4. Pp. 528–536.
2. Olmos J. M., Astiz M. A. Analysis of the lateral dynamic response of high pier viaducts under high-speed

train travel // *Engineering Structures*. 2013. Vol. 56 (1). Pp. 1384–1401.

3. Fedorova M., Sivaselvan M. V. An algorithm for dynamic vehicle-track-structure interaction analysis for high-speed trains // *Engineering Structures*. 2017. Vol. 148. Pp. 857–877.

4. Sivaselvan M. V., Tauberer J., Karakaplan A. Dynamic vehicle-track-structure interaction analysis using Lagrange multipliers // *Proceedings of the Istanbul Bridge Conference*. 2014.

5. Kumar V., Rastogi V., Pathak P. M. Investigation of effect of wheel/track irregularities on the dynamic response of the railway track using bond graph // 13th International Conference on Bond Graph Modeling (ICBGM 2018). Part of the 2018 Summer Simulation Multi-Conference (SummerSim 2018). The Society for Modeling and Simulation International, 2018. Vol. 50 (12).

6. Arvidsson T., Karoumi R. Train–bridge interaction — a review and discussion of key model parameters // *International Journal of Rail Transportation*. 2014. Vol. 2 (3). Pp. 147–186.

7. Wang S. M., et al. Modelling dynamic interaction of maglev train–controller–rail–bridge system by vector mechanics // *Journal of Sound and Vibration*. 2022. Vol. 533. 117023.

8. Ticona Melo L. R., et al. Validation of a vertical train–track–bridge dynamic interaction model based on limited experimental data // *Structure and Infrastructure Engineering*. 2020. Vol. 16 (1). Pp. 181–201.

9. Cantero D., et al. Train–track–bridge modelling and review of parameters // *Structure and Infrastructure Engineering*. 2015. Vol. 12 (9). Pp. 1051–1064.

10. Чижов С. В., Шестакова Е. Б., Яхшиев Э. Т. Разработка расчетных моделей к определению динамических характеристик железобетонных пролетных строений для высокоскоростных железных дорог Узбекистана // *Известия Петербургского университета путей сообщения*. 2016. Т. 13, № 4 (49). С. 561–569.

11. Ефимов С. В., Жунев К. О. Моделирование динамического взаимодействия подвижного состава и железнодорожных мостов // *Вестник Томского гос. архитектурно-строительного ун-та*. 2020. Т. 22, № 6. С. 154–166.

12. Кадисов Г. М., Чернышов В. В. Конечно-элементное моделирование динамики мостов при воздействии подвижной нагрузки // *Инженерно-строительный журнал*. 2013. № 9 (44). С. 56–63.

13. Li H., et al. Bridge stress calculation based on the dynamic response of coupled train–bridge system // *Engineering Structures*. 2015. Vol. 99. Pp. 334–345.

14. Duan Y. F., et al. Vector form intrinsic finite-element analysis for train and bridge dynamic interaction // *Journal of Bridge Engineering*. 2018. Vol. 23 (1). 04017126.



15. Greco F., Lonetti P., Pascuzzo A. A moving mesh FE methodology for vehicle–bridge interaction modeling // *Mechanics of Advanced Materials and Structures*. 2020. Vol. 27. № 14. Pp. 1256–1268.
16. Hu Y., Guo W. Seismic response of high-speed railway bridge-track system considering unequal-height pier configurations // *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2020. Vol. 137. 106250.
17. Borjigin S., et al. Nonlinear dynamic response analysis of vehicle–bridge interactive system under strong earthquakes // *Engineering Structures*. 2018. Vol. 176. Pp. 500–521.
18. Локтев А. А., Баракат А., Кбейли Д. Сейсмическое поведение главной балки моста с вязкоупругими демпферами // *Вестник МГСУ*. 2021. Т. 16, № 7. С. 809–818. DOI 10.22227/1997-0935.2021.7.809-818.
19. Montenegro P. A., et al. Impact of the train-track-bridge system characteristics in the runnability of high-speed trains against crosswinds — Part II: Riding comfort // *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*. 2022. Vol. 224. 104987.
20. Naeimi M., et al. Influence of uneven rail irregularities on the dynamic response of the railway track using a three-dimensional model of the vehicle–track system // *Vehicle system dynamics*. 2015. Vol. 53 (1). Pp. 88–111.
21. Martínez-Rodrigo M. D., et al. Effect of soil properties on the dynamic response of simply-supported bridges under railway traffic through coupled boundary element-finite element analyses // *Engineering Structures*. 2018. Vol. 170. Pp. 78–90.
22. Zhang N., Tian Y., Xia H. A train-bridge dynamic interaction analysis method and its experimental validation. *Engineering*, 2016, vol. 2, no. 4, pp. 528–536.
23. Olmos J. M., Astiz M. A. Analysis of the lateral dynamic response of high pier viaducts under high-speed train travel. *Engineering Structures*, 2013, vol. 56 (1), pp. 1384–1401.
24. Fedorova M., Sivaselvan M. V. An algorithm for dynamic vehicle-track-structure interaction analysis for high-speed trains. *Engineering Structures*, 2017, vol. 148, pp. 857–877.
25. Sivaselvan M. V., Tauberer J., Karakaplan A. Dynamic vehicle-track-structure interaction analysis using Lagrange multipliers. *Proceedings of the Istanbul Bridge Conference*, 2014.
26. Kumar V., Rastogi V., Pathak P. M. Investigation of effect of wheel/track irregularities on the dynamic response of the railway track using bond graph. *Proceedings of the 13-th International Conference on Bond Graph Modeling (ICBGM 2018)*. Part of the 2018 Summer Simulation Multi-Conference (Summer Sim 2018). *The Society for Modeling and Simulation International*, 2018, vol. 50 (12).
27. Arvidsson T., Karoumi R. Train–bridge interaction — a review and discussion of key model parameters. *International Journal of Rail Transportation*, 2014, vol. 2 (3), pp. 147–186.
28. Wang S. M., et al. Modeling dynamic interaction of Maglev train–controller–rail–bridge system by vector mechanics. *Journal of Sound and Vibration*, 2022, vol. 533, 117023.
29. Ticona Melo L. R., et al. Validation of a vertical train–track–bridge dynamic interaction model based on limited experimental data. *Structure and Infrastructure Engineering*, 2020, vol. 16 (1), pp. 181–201.
30. Cantero D., et al. Train–track–bridge modelling and review of parameters. *Structure and Infrastructure Engineering*, 2015, vol. 12 (9), pp. 1051–1064.
31. Chizhov S. V., Shestakova E. B., Yakhshiev E. T. *Razrabotka raschyotnykh modeley k opredeleniyu dinamicheskikh kharakteristik zhelezobetonnykh prolyotnykh stroeniy dlya vysokoskorostnykh zheleznykh dorog Uzbekistana* [Development of calculation models for determination of dynamic characteristics of reinforced concrete spans for high-speed railroads of Uzbekistan]. *Izvestiya Peterburgskogo universiteta puteysoobshcheniya – Bulletin of St. Petersburg University of Railway Transport*, 2016, vol. 13, no. 4 (49), pp. 561–569.
32. Efimov S. V., Zhunev K. O. *Modelirovanie dinamicheskogo vzaimodeystviya podvizhnogo sostava i zheleznodorozhnykh mostov* [Modeling of dynamic interaction of rolling stock and railroad bridges]. *Vestnik Tomskogo gos. arkhitekturno-stroitel'nogo un-ta – Bulletin of Tomsk State University of Architecture and Civil Engineering*, 2020, vol. 22, no. 6, pp. 154–166.
33. Kadisov G. M., Chernyshov V. V. *Konechno-elementnoe modelirovanie dinamiki mostov pri vozdeystvii podvizhnoy nagruzki* [Finite-element modeling of bridge dynamics under the influence of moving load]. *Inzhenerno-stroitel'nyi zhurnal – Engineering and Construction Journal*, 2013, no. 9 (44), pp. 56–63.
34. Li H., et al. Bridge stress calculation based on the dynamic response of coupled train–bridge system. *Engineering Structures*, 2015, vol. 99, pp. 334–345.
35. Duan Y. F., et al. Vector form intrinsic finite-element analysis for train and bridge dynamic interaction. *Journal of Bridge Engineering*, 2018, vol. 23 (1), 04017126.
36. Greco F., Lonetti P., Pascuzzo A. A moving mesh FE methodology for vehicle–bridge interaction modeling. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 2020, vol. 27, no. 14, pp. 1256–1268.
37. Hu Y., Guo W. Seismic response of high-speed railway bridge-track system considering unequal-height

## References



pier configurations. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2020, vol. 137, 106250.

17. Borjigin S., et al. Nonlinear dynamic response analysis of vehicle–bridge interactive system under strong earthquakes. *Engineering Structures*, 2018, vol. 176, pp. 500–521.

18. Loktev A. A., Barakat A., Kbeyli D. *Seysmicheskoe povedenie glavnoy balki mosta s vyzkoupругimi dempferami* [Seismic behavior of the main girder of a bridge with viscoelastic dampers]. *Vestnik MGSU – Bulletin of MSCU*, 2021, vol. 16, no.7, pp. 809–818. DOI 10.22227/1997-0935.2021.7.809-818.

19. Montenegro P. A., et al. Impact of the train-track-bridge system characteristics in the runnability of high-

speed trains against crosswinds — Part II: Riding comfort. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2022, vol. 224, 104987.

20. Naeimi M., et al. Influence of uneven rail irregularities on the dynamic response of the railway track using a three-dimensional model of the vehicle–track system. *Vehicle System Dynamics*, 2015, vol. 53 (1), pp. 88–111.

21. Martínez-Rodrigo M. D., et al. Effect of soil properties on the dynamic response of simply-supported bridges under railway traffic through coupled boundary element-finite element analyses. *Engineering Structures*, 2018, vol. 170, pp. 78–90.