

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ПРОДОЛЬНОЙ АРМАТУРЫ НА НЕСУЩУЮ СПОСОБНОСТЬ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БАЛОК БЕЗ ХОМУТОВ ПО НАКЛОННОМУ СЕЧЕНИЮ ПРИ ДЕЙСТВИИ ПОПЕРЕЧНОЙ СИЛЫ

ESTIMATION OF THE EFFECT OF LONGITUDINAL REINFORCEMENT ON THE LOAD-BEARING CAPACITY OF REINFORCED CONCRETE BEAMS WITHOUT STIRRUPS ALONG THE INCLINED SECTION UNDER SHEAR FORCE

Расчет прочности железобетонных балок по наклонным сечениям — всегда непростая задача. Существуют различные методы расчета несущей способности железобетонных балок по наклонным сечениям, каждый из которых имеет свои достоинства и недостатки. Однако большинство построенных и разработанных методов основаны на теориях или моделях, используемых в стандартах ACI 318, EC 2 и СП 63.13330. В статье рассмотрены методики расчета прочности железобетонных балок по наклонному сечению без хомутов (поперечной арматуры) по стандартам ACI 318-19, EC 2 2004 и СП 63.13330.2018. Выполнен сравнительный анализ с результатами экспериментов. Цель работы — оценка влияния продольной арматуры на несущую способность балок на сдвиг, совершенствование методики расчета прочности по наклонным сечениям железобетонных балок с учетом влияния продольной арматуры и коэффициента пролета среза.

Ключевые слова: продольная арматура, прочность на сдвиг, балка без хомутов, разрушение, наклонная трещина.

Calculation of the strength of reinforced concrete beams by inclined sections is always a difficult task. There exist various methods of calculating the carrying capacity of reinforced concrete beams along inclined sections, each of them having its own advantages and disadvantages. However, most of the constructed and developed methods are based on the theories or models used in ACI 318, EC 2 and SP 63.13330. This article discusses methods for calculating reinforced concrete beams along inclined section without stirrups (transverse reinforcement) according to ACI 318-19, EC 2 2004 and SP 63.13330.2018 standards. A comparative analysis with experimental results was performed. The aim of the study is assessing of the effect of longitudinal reinforcement on the shear bearing capacity of beams, improvement of the methodology for calculating the strength along inclined sections of reinforced concrete beams, taking into account the effect of longitudinal reinforcement and shear span-to-depth ratio.

Keywords: longitudinal reinforcement, shear strength, beam without stirrups, fracture, inclined crack.

Введение

Сопротивление сдвигу железобетонных элементов является предметом многих исследований с прошлого века по настоящее время. Вопросы расчета несущей способности железобетонных балок по наклонным сечениям рассматривались в [1–7]. Отечественные и зарубежные стандарты используют различные модели для определения

прочности железобетонных балок на сдвиг (ACI 318-19; Еврокод (EC) 2 2004; CSA A23.3 2004, СП 63.13330.2018) [8].

Расчет прочности железобетонной конструкции при действии поперечных сил по предельным состояниям производится исходя из равновесия внешних и внутренних сил в наклонном сечении с участком с критической наклонной трещиной, по которой

происходит разрушение [3]. Формулы в проектных расчетах являются как эмпирическими, так и полуэмпирическими [9], что приводит к тому, что конечный результат имеет определенную степень точности и некоторые ограничения.

В частности, формула (8.57) в стандарте СП 63.13330 не описывает изменение прочности железобетонных балок на сдвиг при изменении содержания продольной арматуры, что учитывается в таких исследованиях, как [2], [3], [10–12], и в стандартах *ACI 318–19*, Еврокод 2 2004.

По А. С. Залесову [3], содержание арматуры по зоне растяжения существенно влияет на несущую способность над наклонной трещиной. В большей степени это проявляется в тех элементах, которые не имеют поперечной арматуры.

Целью статьи является анализ методов расчета несущей способности железобетонных балок без хомутов по наклонному сечению и влияния на нее продольной растянутой арматуры.

Условия расчета прочности на сжатие бетона между наклонными сечениями и по наклонному сечению на действие изгибающего момента в данной статье не рассматриваются. Для оценки методов расчетов использованы результаты экспериментального исследования А. М. А. Абдалкадера [13].

1. Методы определения сопротивления сдвигу железобетонных балок без поперечной арматуры

В отечественных нормах и научной литературе применяется метод расчета по предельным усилиям в наклонных сечениях. Предельные усилия в наклонном сечении включают предельную поперечную силу, воспринимаемую бетоном, и предельную поперечную силу, воспринимаемую поперечной арматурой, пересекающей наклонное сечение. Предельная поперечная сила, воспринимаемая бетоном в наклонном сечении, определяется по полуэмпирической

зависимости и обратно пропорциональна длине проекции наклонного сечения на продольную ось элемента; вторая же сила тоже определяется по полуэмпирической зависимости, но прямо пропорциональна длине проекции наклонного сечения на продольную ось элемента.

В американском стандарте (*ACI 318*) использован метод расчета максимальной поперечной силы, состоящей из предельной поперечной силы, воспринимаемой бетоном, и такой же силы, воспринимаемой поперечной арматурой. При этом европейский стандарт (*EC 2*) рассчитывает действие поперечной силы на основе стержневой модели, включающей наклонные элементы растянутого и сжатого стержней [2].

Однако все согласны с тем, что расчетные условия по прочности под действием поперечной силы можно выразить как

$$Q \leq Q_b + Q_{sw} + Q_{s,inc}, \quad (1)$$

где Q — поперечная сила, действующая на наклонное сечение, иначе говоря, сумма всех поперечных сил, действующих с одной стороны рассматриваемого наклонного сечения; Q_b — поперечная сила, воспринимаемая бетоном; Q_{sw} — поперечная сила, воспринимаемая поперечной арматурой; $Q_{s,inc}$ — поперечная сила, воспринимаемая наклонной арматурой.

В случае отсутствия хомутов и наклонной арматуры расчетные условия по прочности под действием поперечной силы выражаются следующим образом:

$$Q \leq Q_b, \quad (2)$$

где $Q_{sw} = 0$ и $Q_{s,inc} = 0$.

Проектирование балок под действием поперечных сил по стандартам СП 63.13330.2018, *ACI 318–19* или *EC 2* основано на многих аналитических и экспериментальных результатах. В зависимости от критериев образования наклонных трещин, вызванных поперечной силой или моментом, значение угла наклона этих трещин в стандартах указывается по-разному [14].

В ACI 318 угол наклона θ трещины основан на безопасном допущении со значением, близким к 45° , тогда как в стандарте EC 2 это значение угла варьируется от 22° до 45° в зависимости от других параметров балки.

Для стандарта СП 63.13330 определение угла наклона трещины производится путем расчета длины наиболее опасной проекции наклонного сечения c_0 балки на различных наклонных сечениях [14].

1.1. Стандарты ACI 318–19 и EC 2 2004

Несущая способность балки на сдвиг полностью зависит от прочности бетона на сдвиг в зоне сжатия, от силы сдвига между двумя сторонами трещины и от силы запирания продольной арматуры. Для ACI и EC 2 сумма трех вышеуказанных компонентов преобразуется в прочность бетона на сдвиг V_c (ACI 318) и $V_{Rd,c}$ (EC 2) [14]. Эта величина определяется по формулам (3) и (4).

По ACI 318–19 (единицы измерения — psi, kip, in):

$$V_c = \left(8\lambda_s \lambda (\rho_w)^{1/3} \sqrt{f'_c} \right) b_w d \leq 5\lambda \sqrt{f'_c} b_w d. \quad (3)$$

По EC 2 (МПа, Н, мм)

$$V_{Rd,c} = b_w d \left[\frac{0,18}{\gamma_c} k (100\rho_1 f_{ck})^{1/3} \right] \geq b_w d \left(0,035 k^{3/2} f_{ck}^{1/2} \right). \quad (4)$$

Кроме того, для стандарта ACI 318–19 для упрощения процесса расчета прочности бетона на сдвиг можно определить по формуле (единицы измерения — psi, kip, in)

$$V_c = 2\lambda \sqrt{f'_c} b_w d, \quad (5)$$

где $V_c, V_{Rd,c}$ — несущая способность бетона на сдвиг; f'_c, f_{ck} — требуемая (нормативная) прочность бетона на сжатие; b_w, d — ширина минимального сечения и рабочая высота сечения; ρ_w, ρ_1 — процент продольной арматуры, $\rho_w = \rho_1 = A_s / (b_w d) \leq 0,02$; A_s — площадь сечения продольной арматуры; λ — коэффициент, зависящий от типа бетона (обычный бетон $\lambda = 1$); λ_s — коэффициент модификации размеров, $\lambda_s = \sqrt{2 / (1 + d / 10)} \leq 1$; k — экспериментальный коэффициент, определяемый

по формуле $k = (1 + \sqrt{200 / d}) \leq 2$; γ_c — коэффициент надежности бетонных материалов, его значение обычно принимают равным 1,5.

1.2. Стандарт СП 63.13330.2018

В стандарте СП 63.13330.2018 прочность железобетонных балок на сдвиг проверяют по длине проекции наклонного сечения на продольную ось элемента c по формуле

$$0,5 R_{bt} b h_0 \leq Q_b = \frac{1,5 R_{bt} b h_0^2}{c} \leq 2,5 R_{bt} b h_0, \quad (6)$$

где R_{bt} — расчетная прочность бетона на осевое растяжение; h_0 — рабочая высота сечения балки; b — ширина балки.

В России для оценки прочности на сдвиг балок без хомутов часто используется следующая формула [3], [15]:

$$Q_b = 0,5 R_{bt} b h_0. \quad (7)$$

2. Примеры расчетов, результаты и обсуждение

2.1. Схема эксперимента и параметры материала

Для сравнения результатов расчета при применении вышеизложенных методов рассмотрим пример расчета для железобетонной балки размерами 760×150×150 мм без хомутов. На рис. 1 представлена схема испытания балки по наклонному сечению.

Параметры материала и модели эксперимента показаны в табл. 1 [13].

2.2. Результаты эксперимента

Результаты расчета прочности на сдвиг железобетонных балок вышеуказанным методом и измерения ее в экспериментах приведены в табл. 2.

На рис. 2 показана зависимость между несущей способностью балки на сдвиг $V_u (Q_b)$ и содержанием продольной растянутой арматуры ρ при расчете по разным нормам.

На рис. 3 показана зависимость между прочностью балки на сдвиг и длиной сдвигового пролета.

2.3. Обсуждение

1. Фактическая несущая способность балки по результатам эксперимента выше, чем рассчитанная указанными методами.

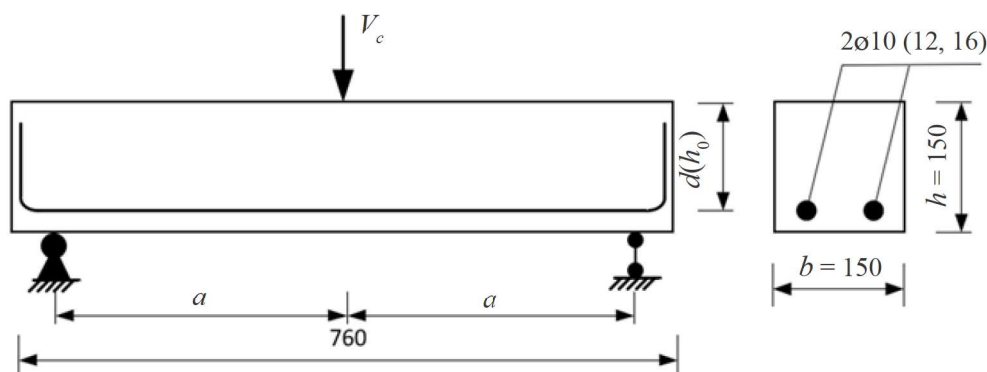


Рис. 1. Схема испытания балки по наклонному сечению

Таблица 1

Параметры материала и модели эксперимента [13]
($b = 150$ мм, $h = 150$ мм, $l = 760$ мм)

Балка	Геометрические размеры				Параметры материала	
	$d(h_0)$, мм	d_f , мм	$\rho(\mu)$, %	a/d	f_c , МПа	f_y , МПа
B1-10	120	10	0,87	1	42,6	445
B1-12	119	12	1,26	1	42,6	482
B1-16	117	16	2,30	1	42,6	490
B2-10	120	10	0,87	2	42,6	445
B2-12	119	12	1,26	2	42,6	482
B2-16	117	16	2,30	2	42,6	490
B3-10	120	10	0,87	3	42,6	445
B3-12	119	12	1,26	3	42,6	482
B3-16	117	16	2,30	3	42,6	490

Примечание: l — длина железобетонной балки; d_f — диаметр продольной арматуры; f_y — прочность на растяжение продольной арматуры.

2. При изменении длины сдвигового пролета несущая способность на сдвиг балки постепенно снижается. Однако при расчете по указанным выше методам эта величина не меняется при одинаковом содержании продольной арматуры, это наглядно показано на рис. 3.

3. При увеличении содержания продольной арматуры значительно увеличивается прочность балки на сдвиг (при увеличении содержания продольной арматуры ρ в 2,6 раза прочность балки на сдвиг увеличивается в 1,34–1,36 раза по результатам эксперимента). Данный факт не учитывается в СП 63.13330.2018.

4. По графикам (см. рис. 2) значение поперечной силы в железобетонных балках при расчете по стандарту СП даст

Таблица 2

Результаты экспериментов и расчеты по стандартам

Балка	$V_{u,exp}$, кН [13]	ACI 318–19 (по формуле (3))		ACI 318–19 (по формуле (5))		EC 2 2004		СП 63.13330.2018	
		V_c , кН	$V_{u,exp}/V_c$	V_c , кН	$V_{u,exp}/V_c$	$V_{Rd,c}$, кН	$V_{u,exp}/V_{Rd,c}$	Q_b , кН	$V_{u,exp}/Q_b$
B1-10	29,0	16,051	1,807	19,510	1,486	14,403	2,013	18,163	1,597
B1-12	33,0	18,009	1,832	19,348	1,706	16,160	2,042	18,011	1,832
B1-16	39,4	21,639	1,821	19,023	2,071	19,418	2,029	17,709	2,225
B2-10	23,0	16,051	1,433	19,510	1,179	14,403	1,597	18,163	1,266
B2-12	26,0	18,009	1,444	19,348	1,344	16,160	1,609	18,011	1,444
B2-16	31,5	21,639	1,456	19,023	1,656	19,418	1,622	17,709	1,779
B3-10	20,5	16,051	1,277	19,510	1,051	14,403	1,423	18,163	1,129
B3-12	23,0	18,009	1,277	19,348	1,189	16,160	1,423	18,011	1,277
B3-16	27,5	21,639	1,271	19,023	1,446	19,418	1,416	17,709	1,553

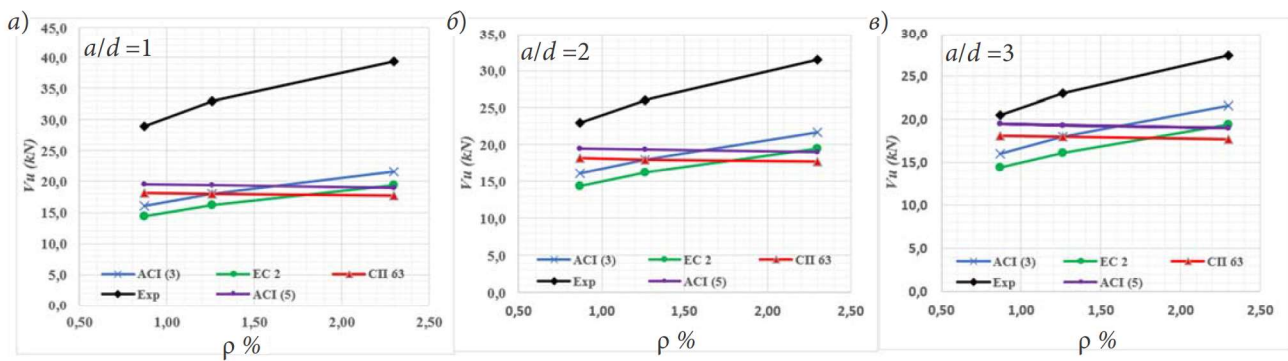


Рис. 2. Влияние коэффициента продольной арматуры на прочность на сдвиг:
а — $a/d = 1$ ($a/h_0 = 1$); б — $a/d = 2$ ($a/h_0 = 2$); в — $a/d = 3$ ($a/h_0 = 3$)

меньшие результаты, чем при расчете по стандарту EC 2, когда $\mu > 1,75$ %; при этом если вести расчет по стандарту ACI 318 с формулой (3), то $\mu > 1,25$ %. По сравнению с расчетом по стандарту ACI 318 с использованием формулы (5) расчет по стандарту СП будет более безопасным. Очевидно, что при $\mu < 1,75$ % расчеты по стандартам EC 2 приведут к тому, что поперечная сила балки будет меньше, чем при применении других методов.

5. Сравнение расчетов по стандарту ACI 318 с использованием формулы (3) и формулы (5) показывает, что второй вариант приведет к большей поперечной силе, когда $\mu < 1,56$ %, и наоборот, когда $\mu > 1,56$ % формула (3) даст результат с большей поперечной силой. Это соответствует заключению, упомянутому в стандарте.

Полученные результаты показывают различия между методами расчета, однако все же обеспечивают безопасность в процессе проектирования, коэффициент запаса находится в пределах 1,7–2,0 при отношении $a/h_0 = 1$ и уменьшается до 1,2–1,4 при отношении $a/h_0 = 3$.

Расчетные формулы (3) и (4) более точно моделируют влияние продольной растянутой арматуры на несущую способность по наклонному сечению.

При увеличении соотношения пролета среза и рабочей высоты балки (a/h_0) сопротивление балки сдвигу снижается.

Заключение

Расчет сопротивления на сдвиг железобетонных балок по рассмотренным методикам обеспечивает безопасность при проектировании с запасом прочности от 1,2 до 2 раз.

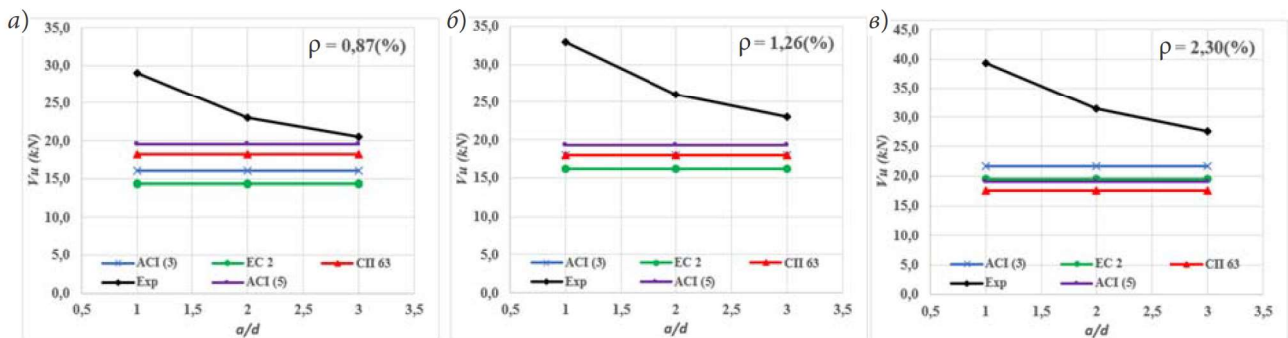


Рис. 3. Взаимосвязь между прочностью балки на сдвиг и длиной сдвигового пролета a/d :
а — ρ (μ) = 0,87 %; б — ρ (μ) = 1,26 %; в — ρ (μ) = 2,30 %

При одинаковом коэффициенте пролета среза, если расчет по стандартам АСІ 318 и ЕС 2 учитывает влияние продольной растянутой арматуры на сопротивление балок на сдвиг, в расчете по СП 63 влияние продольной растянутой арматуры не учитывается.

Необходимо усовершенствовать модель расчета железобетонных балок по наклонному сечению, учитывающую влияние продольной арматуры и пролета среза на сопротивление железобетонных балок сдвигу.

Библиографический список

1. *Боришанский М. С.* Новые данные о сопротивлении изгибаемых элементов действию поперечных сил // Вопросы современного железобетонного строительства: материалы конф. ЦНИИПС, 1951 г. М.: Госстройиздат, 1952. С. 136–152.
2. *Залесов А. С.* Краткие заметки о расчете железобетонных конструкций на действие поперечных сил. М.: ОАО «ЦПП», 2008. 12 с.
3. *Залесов А. С., Климов Ю. А.* Прочность железобетонных конструкций при действии поперечных сил. Киев: Будивельник, 1989. 104 с.
4. *Гвоздев А. А., Дмитриев С. А., Крылов С. М. и др.* Новое о прочности железобетона / под ред. К. М. Михайлова. М.: Стройиздат, 1977. 272 с.
5. *Старишко И. Н.* Новое направление по расчету прочности изгибаемых железобетонных элементов по наклонным сечениям с примером расчета опытной балки // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2021. № 17 (5). С. 479–499.
6. *Evan C. Bentz, Frank J. Vecchio, Michael P. Collins.* Simplified Modified Compression Field Theory for Calculating Shear Strength of Reinforced Concrete Elements // ACI Structural Journal. 2006. Vol. 103 (4). Pp. 614–624.
7. *Tran N. L.* A mechanical model for the shear capacity of slender reinforced concrete members without shear reinforcement // Engineering Structures. 2020. Vol. 219. Pp. 1–17 (110803). URL: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.110803>.
8. *Ahmed K. El-Sayed, Ahmed B. Shuraim.* Experimental Verification of Resistance-Demand Approach for Shear of HSC Beams // International Journal of Concrete Structures and Materials. 2016. Vol. 10. Pp. 513–525.
9. *Назаров М. А., Куцаев М. Ю., Зимин С. С.* Методики расчета несущей способности по наклонным сечениям // Alfabuild. 2019. № 5 (12). С. 44–52.

10. *Дау Тьеколо.* Влияние продольного армирования на несущую способность наклонных сечений железобетонных балок: автореф. дис. ... канд. техн. наук. М., 1998. 19 с.

11. *Силантьев А. С.* Сопротивление изгибаемых железобетонных элементов по наклонным сечениям с учетом влияния продольного армирования: автореф. дис. ... канд. техн. наук. М., 2012. 24 с.

12. *Морозов В. И., Ле Куанг Хюи.* Анализ влияния продольного армирования на сопротивление сдвигу в железобетонных балках без хомутов // Вестник гражданских инженеров. 2023. № 6 (101). С. 13–22.

13. *Abdalkader A. M. A.* Shear Strength of Reinforced Concrete Beams Without Stirrups // Conference: 3rd Annual scientific conference of the college of engineering. Babylon University, Iraq, 23–24 March 2011. Pp. 700–714.

14. *Phung N. D., Le T. T. H.* Analysis and design of reinforced concrete beams subjected to bending on inclined sections according to ACI 318, Eurocode 2 and TCVN 5574:2012 // Journal of science and technology in civil engineering. 2014. Vol. 3. Pp. 63–72.

15. *Кудзис А. П.* Железобетонные и каменные конструкции. Ч. 1. Материалы, конструирование, теория и расчет. М.: Высшая школа, 1988. 287 с.

References

1. *Borishanskiy M. S.* *Novye dannye o soprotivlenii izgibaemykh elementov deystviyu poperechnykh sil* [New data on resistance of bending elements to transverse forces]. *Voprosy sovremennogo zhelezobetonogo stroitel'stva. Trudy konf. TsNIIPS, 1951 g.* [Issues of modern reinforced concrete construction. Proceedings of the conf., TsNIIPS, 1951]. Moscow, Gosstroyizdat Publ., 1952, pp. 136–152.
2. *Zalesov A. S.* *Kratkie zametki o raschete zhelezobetonnykh konstruktsiy na deystvie poperechnykh sil* [Brief notes on the calculation of reinforced concrete structures for the effect of transverse forces]. Moscow, ОАО TsPP Publ., 2008, 12 p.
3. *Zalesov A. S., Klimov Yu. A.* *Prochnost' zhelezobetonnykh konstruktsiy pri deystvii poperechnykh sil* [Strength of reinforced concrete structures under the action of transverse forces]. Kiev, Budivelnik Publ., 1989, 104 p.
4. *Gvozdev A. A., Dmitriev S. A., Krylov S. M., et al.* *Novoe o prochnosti zhelezobetona* [New data about the strength of reinforced concrete]. Ed. by Mikhaylov K. M. Moscow, Stroyizdat Publ., 1977, 272 p.
5. *Starishko I. N.* *Novoe napravlenie po raschetu prochnosti izgibaemykh zhelezobetonnykh elementov po naklonnym secheniyam s primerom rascheta opytnoy balki* [New direction on calculation of strength of bending reinforced concrete elements by inclined sections with

an example of calculation of an experimental beam]. *Stroitel'naya mekhanika inzhenernykh konstruktsey i sooruzheniy – Construction mechanics of engineering structures and facilities*, 2021, no. 17 (5), pp. 479–499.

6. Evan C. Bentz, Frank J. Vecchio, Michael P. Collins. Simplified modified compression field theory for calculating shear strength of reinforced concrete elements. *ACI Structural Journal*, 2006, vol. 103 (4), pp. 614–624.

7. Tran N. L. A mechanical model for the shear capacity of slender reinforced concrete members without shear reinforcement. *Engineering Structures*, 2020, vol. 219, pp. 1–17 (110803). Available at: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.110803>.

8. Ahmed K. El-Sayed, Ahmed B. Shuraim. Experimental verification of resistance-demand approach for shear of HSC beams. *International Journal of Concrete Structures and Materials*, 2016, vol. 10, pp. 513–525.

9. Nazarov M. A., Kitsaev M. Yu., Zimin S. S. *Metodiki rascheta nesushchey sposobnosti po naklonnym secheniyam* [Methods of calculation of bearing capacity along inclined sections]. *Alfabuild.*, 2019, no. 5 (12), pp. 44–52.

10. DauT'ekolo. *Vliyanie prodol'nogo armirovaniya na nesushchuyu sposobnost' naklonnykh secheniy zhelezobetonnykh balok*. Avtoref. diss. kand. tekhn. nauk [Influence of longitudinal reinforcement on the bearing capacity of inclined sections of reinforced concrete beams. Author's thesis of PhD in Sci. Tech. diss.]. Moscow, 1998, 19 p.

11. Silant'ev A. S. *Soprotivlenie izgibaemykh zhelezobetonnykh elementov po naklonnym secheniyam s uchetom vliyaniya prodol'nogo armirovaniya*. Avtoref. diss. kand. tekhn. nauk [Resistance of bending reinforced concrete elements in inclined sections with consideration of the influence of longitudinal reinforcement. Author's thesis of PhD in Sci. Tech. diss.]. Moscow, 2012, 24 p.

12. Morozov V. I., Le Kuang Khyui. *Analiz vliyaniya prodol'nogo armirovaniya na soprotivlenie sdvigu v zhelezobetonnykh balkakh bez khomutov* [Analysis of the effect of longitudinal reinforcement on shear resistance in reinforced concrete beams without stirrups using ABAQUS program]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2023, no. 6 (101), pp. 3–22.

13. Abdalkader A. M. A. Shear Strength of Reinforced Concrete Beams Without Stirrups. *Proceedings of the conference: 3rd Annual scientific conference of the college of engineering. Babylon University, Iraq*, 23–24 March 2011, pp. 700–714.

14. Phung N. D., Le T. T. H. Analysis and design of reinforced concrete beams subjected to bending on inclined sections according to ACI 318, Eurocode 2 and TCVN 5574:2012. *Journal of Science and Technology in Civil Engineering*, 2014, vol. 3, pp. 63–72.

15. Kudzis A. P. *Zhelezobetonnye i kamennye konstruksii. Ch. 1. Materialy, konstruirovaniye, teoriya i raschet* [Reinforced concrete and masonry structures. Pt. 1. Materials, construction, theory and calculation]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1988, 287 p.