

УДК 624.15

© К. Д. Скворцов, аспирант  
(Санкт-Петербургский государственный  
архитектурно-строительный университет,  
Санкт-Петербург, Россия)  
E-mail: skvortsov1091@gmail.com

DOI 10.23968/1999-5571-2025-22-1-53-60

© K. D. Skvortsov, post-graduate student  
(Saint Petersburg State University  
of Architecture and Civil Engineering,  
St. Petersburg, Russia)  
E-mail: skvortsov1091@gmail.com

## К ВЫБОРУ ОПТИМАЛЬНОГО МЕТОДА РЕГРЕССИОННОГО АНАЛИЗА ДЛЯ ОЦЕНКИ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО СМЕЩЕНИЯ ШПУНТОВОГО ОГРАЖДЕНИЯ ПРИ ОТРЫВКЕ КОТЛОВАНОВ

### SELECTION OF AN OPTIMAL REGRESSION ANALYSIS METHOD FOR ESTIMATING THE HORIZONTAL DISPLACEMENT OF SHEET PILING DURING EXCAVATION WORK

Регрессионный анализ — это метод, позволяющий анализировать данные и определять зависимости между переменными, преобразуя их в функциональную форму для практического применения. Существует множество моделей и методов для оценки коэффициентов, используемых для предсказания искомого значения. В инженерной практике регрессионный анализ применяется для упрощения и описания сложных зависимостей в ограниченных диапазонах данных. Представлен сравнительный анализ различных типов регрессионных моделей с использованием метрики средней абсолютной процентной ошибки (Mean Absolute Percentage Error, MAPE). Продемонстрировано, что комбинация логарифмической и полиномиальной функций обеспечивает наилучшие результаты для решения задач в условиях значительных выбросов данных. Описанный метод подходит для нелинейных задач, встречающихся в инженерной практике, в частности, для геотехнических расчетов.

*Ключевые слова:* регрессия, нелинейные задачи, шпунтовое ограждение, фундаменты.

Regression analysis is a technique that allows analyzing the data and determining relationships between the variables, transforming them into a functional form for practical application. There are many models and methods for estimating the coefficients used to predict the values sought. In engineering practice, regression analysis is used to simplify and describe complex relationships in limited ranges of data. A comparative analysis of different types of regression models using the Mean Absolute Percentage Error (MAPE) metric is presented. It is demonstrated that the combination of logarithmic and polynomial functions provides the best results for solving problems with significant data outliers. The described method is suitable for nonlinear problems encountered in engineering practice, in particular for geotechnical calculations.

*Keywords:* regression, nonlinear problems, sheet piling, foundations.

#### Введение

В инженерной практике встречаются случаи, когда необходимо описать нелинейную задачу простым и удобным способом. Как правило, для этих целей существует два метода. Первый подразумевает определение

строгих формул с граничными условиями, которые в большинстве своем приводят к линеаризации задачи, и в инженерной практике такой подход называется аналитическим методом расчета. Вторым вариантом является статистическая оценка, при которой вы-

полняется набор нелинейных расчетов и за счет анализа данных выводится функция, которая опишет нелинейную задачу в интересующем диапазоне. Данный метод является регрессионным анализом.

В рамках статьи [18] авторами продемонстрирован поиск решения сложной нелинейной инженерной задачи, а именно, определение горизонтального отклонения шпунтового ограждения.

Как показано в работе [1], существует множество методик расчета усилий в ограждающих конструкциях, но при этом известные методики расчета [2–17], несмотря на их хорошую сходимость с результатами наблюдений, являются весьма сложными для использования в инженерной практике. В работе [1] была поставлена задача построения эмпирико-теоретической зависимости горизонтального отклонения шпунтового ограждения [1, 18]. При этом использовалась степенная модель, которая показала наилучший результат по двум критериям (удовлетворительная погрешность МАРЕ и небольшое количество независимых переменных — пять). Эта модель оказалась сравнительно простой и может быть рекомендована для предварительной оценки.

В статье описывается подход, который позволит уменьшить значение МАРЕ, но при этом оставить регрессионную модель гибкой с относительно небольшим количеством независимых переменных.

### Рассмотренные виды регрессионных моделей

Основными известными регрессионными моделями, которые используются повсеместно, являются:

- линейная регрессия:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n;$$

- полиномиальная регрессия:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2^2 + \dots + a_nx_n^n;$$

- логарифмическая регрессия:

$$\ln(y) = a_0 + a_1\ln(x_1) + a_2\ln(x_2) + \dots + a_n\ln(x_n);$$

- степенная регрессия:

$$y = ax_1^{b_1} \times x_2^{b_2} \times \dots \times x_n^{b_n}.$$

Отметим, что существуют и другие типы регрессионных моделей [19], которые не рассматривались в данной статье.

Известно, что степенная модель может быть получена из логарифмической путем экспоненцирования, при этом коэффициенты для независимых переменных сохраняются, а значение МАРЕ остается неизменным. В дальнейшем анализе рассмотрена только логарифмическая модель без преобразования в степенную.

### Подготовка данных к анализу и построение моделей

Для построения модели в условиях нелинейной зависимости оптимальным подходом является использование минимального шага изменения независимых переменных.

В статье в качестве примера рассматривается отклонение шпунтового ограждения. Подробно эта задача описана в [18].

Данные представлены следующим набором переменных:  $d$  — глубина котлована, м;  $c$  — сцепление грунта, кПа;  $\varphi$  — угол внутреннего трения грунта, град.;  $h_w$  — уровень грунтовых вод, м;  $L$  — ширина шпунтового ограждения, м.

Диапазон значений используемых переменных представлен в табл. 1.

Вклад каждой переменной оценивается при фиксации остальных переменных. Таким образом, суммарное количество расчетных схем составляет  $6^5 = 7776$ . В табл. 2 представлен принцип изменения параметров для первых 25 расчетных схем.

Таблица 1

**Значения рассмотренных независимых переменных X1–X5**

$d$ (X1)	$c$ (X2)	$\varphi$ (X3)	$h_w$ (X4)	$L$ (X5)
3	20	25	0	20
4	21	26	1	23
5	22	27	2	26
6	23	28	3	29
7	24	29	4	32
8	25	30	5	35

Таблица 2  
Пример изменения переменных для каждой расчетной схемы

№	$d (X1)$	$c (X2)$	$\varphi (X3)$	$h_w (X4)$	$L (X5)$	$U_x (Y)$
1	3	1	15	1	12,5	Y
2	5	1	15	1	12,5	Y
3	7	1	15	1	12,5	Y
4	10	1	15	1	12,5	Y
5	3	7	15	1	12,5	Y
6	5	7	15	1	12,5	Y
7	7	7	15	1	12,5	Y
8	10	7	15	1	12,5	Y
9	3	15	15	1	12,5	Y
10	5	15	15	1	12,5	Y
11	7	15	15	1	12,5	Y
12	10	15	15	1	12,5	Y
13	3	30	15	1	12,5	Y
14	5	30	15	1	12,5	Y
15	7	30	15	1	12,5	Y
16	10	30	15	1	12,5	Y
17	3	1	20	1	12,5	Y
18	5	1	20	1	12,5	Y
19	7	1	20	1	12,5	Y
20	10	1	20	1	12,5	Y
21	3	7	20	1	12,5	Y
22	5	7	20	1	12,5	Y
23	7	7	20	1	12,5	Y
24	10	7	20	1	12,5	Y
25	3	15	20	1	12,5	Y

В результате расчетов были построены линейная, полиномиальная и логарифмическая модели.

Значения MAPE для линейной и полиномиальных моделей (2–6-го порядка) представлены на рис. 1.

Подробные графики сравнения  $ix-e$  (экспериментальные данные) и  $ix-t$  (предсказанные значения) представлены для линейной модели на рис. 2 и для полиномиальной модели 6-го порядка — на рис. 3.

Аналогичное сравнение для логарифмической модели представлено на рис. 4.

Как видно из представленных графиков, полиномиальная модель 6-го порядка обеспечивает высокую точность в описании зависимости  $ix-e$  (MAPE = 26,77 %), но ее основным недостатком является сложность: формула включает 462 переменные. Это делает ее практически неприменимой в инженерной практике без использования специализированного программного обеспечения. С другой стороны, логарифмическая модель, хотя и менее точная (MAPE = 45,5 %), сохраняет исходное количество переменных (пять) и значительно проще для применения.



Рис. 1. График MAPE для линейной (точка 527,87) и полиномиальных моделей (2–6-го порядка)

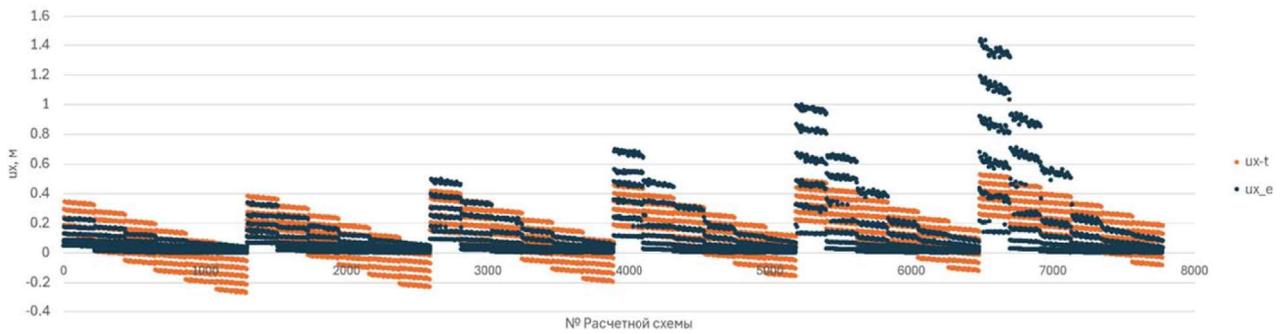


Рис. 2. График сравнения  $ux-e$  и  $ux-t$  для линейной модели. Значение MAPE 527,87 %

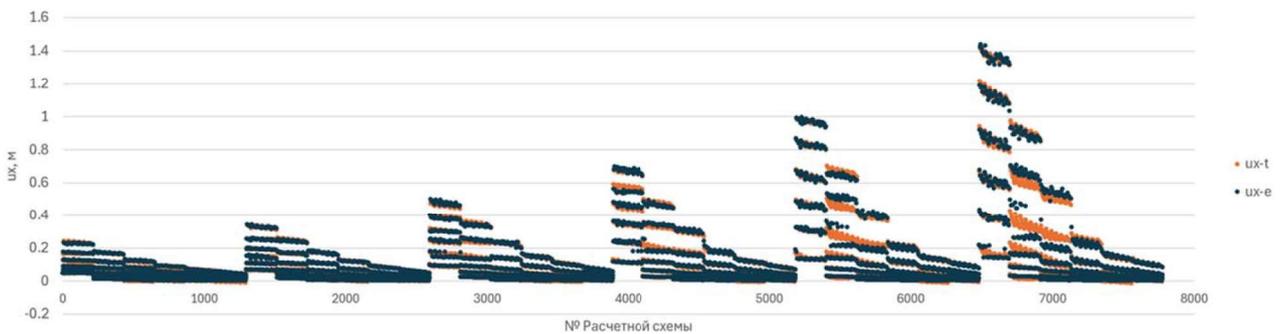


Рис. 3. График сравнения  $ux-e$  и  $ux-t$  для полиномиальной модели 6-го порядка. Значение MAPE 26,77 %

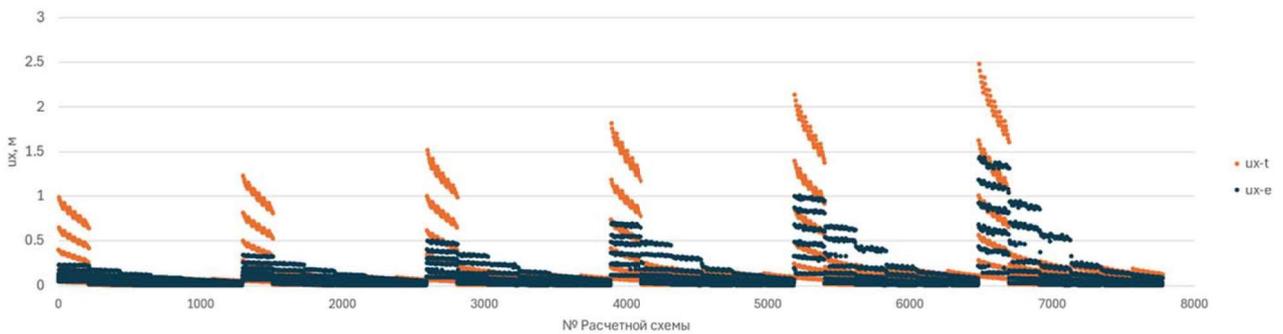


Рис. 4. График сравнения  $ux-e$  и  $ux-t$  для логарифмической модели. Значение MAPE 45,5 %

Исходя из вышеизложенного сделан вывод, что оптимальным подходом является комбинация полиномиальной и логарифмической моделей, позволяющая достичь баланса между точностью и практичностью.

Ниже представлен общий вид формулы для комбинированной модели и значения ее коэффициентов и переменных (табл. 3):

$$\ln(y) = a_0 + a_1 \ln(X_1) + a_2 \ln(X_2) + a_3 \ln(X_3) + a_4 \ln(X_4) + a_5 \ln(X_5) + a_6 \ln(X_1)^2 + a_7 \ln(X_1) \ln(X_2) + \dots + a_{ij} \ln(X_i) \ln(X_j).$$

Результат расчета для комбинированной модели из 20 переменных представлен на рис. 5.

Данная модель позволила достичь значения MAPE, равного 12,87 %, что является хорошим результатом для нелинейной задачи, хотя она включает до 20 переменных. Данную модель можно использовать как для инженерных расчетов, так и для оценки влияния уменьшения числа переменных. С этой целью была построена упрощенная модель,

Таблица 3  
**Коэффициенты и переменные для формулы  
 комбинированной модели**

Переменная	Коэффициент $a$
$a_0$	-7,7001679
X1	-10,81416
X2	0,26415467
X3	-0,6911872
X4	1,25247269
X5	8,0770029
X1 <sup>2</sup>	0,59002096
X1 X2	0,22259579
X1 X3	2,22487623
X1 X4	0,28112073
X1 X5	1,21817497
X2 <sup>2</sup>	0,15867088
X2 X3	-0,0037811
X2 X4	-0,0939352
X2 X5	-0,6718226
X3 <sup>2</sup>	-0,3578801
X3 X4	-0,3507727
X3 X5	-0,6724859
X4 <sup>2</sup>	-0,1578326
X4 X5	-0,3637443
X5 <sup>2</sup>	-0,626915

включающая только исходные переменные и их квадраты ( $X_1, X_2, \dots, X_5, X_1^2, X_2^2, \dots, X_5^2$ ). Эта модель сократила количество переменных вдвое (до 10) и при этом показала удовлетворительную точность (MAPE = 25,42 %). График представлен на рис. 6.

Исходя из этого был сделан вывод, что комбинация логарифмической и полиномиальной модели позволяет получить наилучшую сходимость между  $ix-e$  и  $ix-t$ . Таким образом, в случае обоснованной необходимости можно сократить некоторое количество переменных с определенной потерей точности (возрастанием MAPE).

**Общие рекомендации**

Для решения нелинейных инженерных задач можно использовать следующие универсальные рекомендации (без глубокого предварительного анализа данных):

1. Построение линейной регрессии для оценки основных взаимосвязей. Если MAPE значительно превышает целевой уровень, это указывает на наличие нелинейной зависимости.

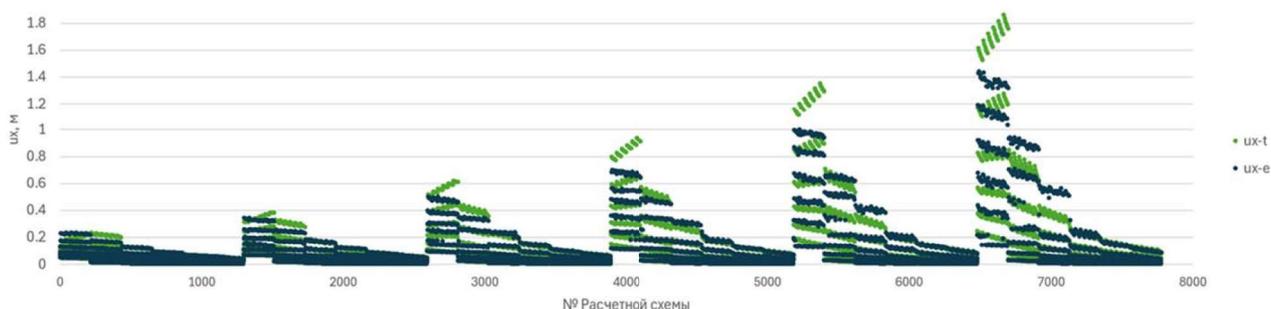


Рис. 5. График сравнения  $ix-e$  и  $ix-t$  для комбинированной модели. Значение MAPE 12,87 %

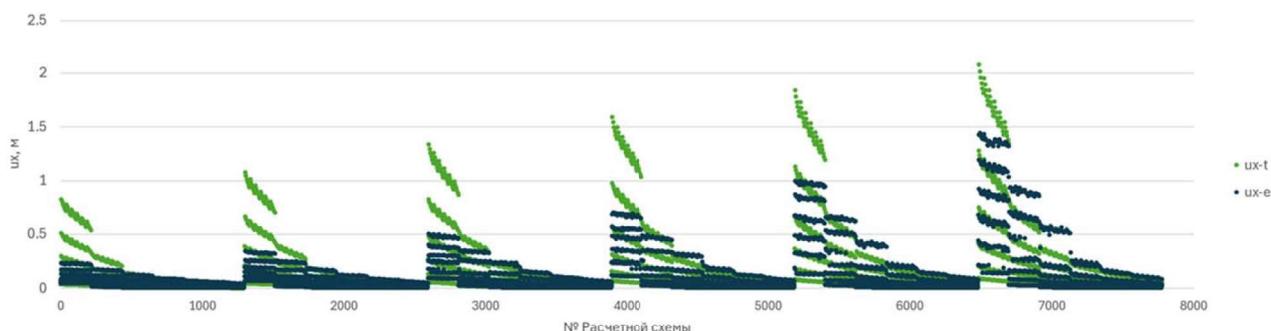


Рис. 6. График сравнения  $ix-e$  и  $ix-t$  для упрощенной комбинированной модели. Значение MAPE 25,42 %

2. Построение логарифмических и степенных моделей. Если значение  $MARE$  значительно ниже, чем в линейной регрессии, это подтверждает наличие нелинейной зависимости.

3. Для повышения точности  $MARE$  необходимо рассмотреть полиномиальные модели.

4. В случае, если нелинейная взаимосвязь сложная и при предыдущих шагах не достигнуто желаемое соотношение количества переменных и  $MARE$ , необходимо рассмотреть комбинированную модель (степенную/логарифмическую совместно с полиномиальной).

Если предложенные рекомендации привели к результату, близкому к удовлетворительному, но все же недостаточному, возможно, что ключевая независимая переменная была измерена со слишком большим шагом. В рассматриваемой задаче такой переменной является  $L(X5)$ . Для выявления ее влияния используется корреляционный анализ, позволяющий определить степень зависимости между независимыми переменными  $X_i$  и целевым значением  $Y$ .

#### Выводы

Рассмотрены различные типы регрессионных моделей:

1. Линейная регрессия показала высокий уровень ошибки ( $MARE = 527,87\%$ ), что делает ее непригодной для описания искомой зависимости.

2. Полиномиальные модели 2–6-го порядка дали более точные результаты с  $MARE$  в диапазоне от 303,96 до 26,77 %, но из-за большого количества дополнительных переменных данные модели трудозатратно использовать на практике.

3. Логарифмическая модель показала удовлетворительный результат (точность  $MARE = 45,5\%$  при сохранении исходного количества переменных).

Для повышения точности и оптимизации сложности модели рекомендуется использовать комбинированный подход, объединяющий полиномиальную и степенную/логарифмическую модели. Этот метод позволяет:

- сократить количество переменных;
- достичь более низкого значения  $MARE$ , следовательно, большей точности.

Приложенные рекомендации позволяют оперативно провести анализ данных и определить необходимые шаги для улучшения точности модели. Они могут применяться в инженерной практике для различного типа задач.

#### Библиографический список

1. Скворцов К. Д., Мангушев Р. А. Учет влияния деформаций шпунтовых ограждений котлованов на дополнительные осадки зданий окружающей застройки // Вестник гражданских инженеров. 2022. № 5 (94). С. 61–68.
2. Ренгач В. Н. Шпунтовые стенки (расчет и проектирование). Л.: Стройиздат, 1970. 112 с.
3. Снитко Н. К. Статическое и динамическое давление грунтов и расчет подпорных стенок. М.; Л.: Стройиздат, 1963. 295 с.
4. Соколовский В. В. Статика сыпучей среды. Изд. 3-е, перераб. и доп. М.: Физматгиз, 1960. 121 с.
5. Новоторцев В. И. Опыт применения теории пластичности к задачам об определении несущей способности оснований сооружений // Изв. НИИ гидротехники. 1938. Т. XXII. С. 115–127.
6. Шихиев Ф. М. Исследование деформаций и напряженного состояния грунтов // Научные труды. Гидротехника. Отдел учебных заведений ММФ СССР. М.: Морской транспорт, 1962. Вып. II. С. 100–110.
7. Шихиев Ф. М. О распределении давления сыпучих тел по высоте подпорных стен // Научные труды Одесского ин-та инженеров морского флота. Юбилейный выпуск. М.: Морской транспорт, 1955. С. 221–235.
8. Terzaghi K. Stability and stiffness of cellular cofferdams // Trans ASCE. 1945. Vol. 110. Paper 2253. Pp. 1083–1119.
9. Дуброва Г. А. Взаимодействие грунта и сооружений: расчеты нагрузок от несвязных грунтов на гидротехнические сооружения с учетом деформаций. М.: Речной транспорт, 1963. 219 с.
10. Якоби Э. К. Расчет шпунтовых стен. Рига: Ионк и Полиевский, 1912. 54 с.
11. Бреннеке Л., Ломейер Э. Основания и фундаменты. В 3 т. / пер. с нем. К. Л. Клейн; под ред. П. П. Смиренина. М.; Л.: Госстройиздат, 1933–1936. Т. 1: Строительные грунты, строительные материалы. 1933. 287 с.
12. Клейн Г. К. Расчет подпорных стен. М.: Высшая школа, 1964. 196 с.

13. Жемочкин Б. Н. Расчет упругой заделки стержня. Изгиб стержня в упругом полупространстве. М.: Стройиздат, 1948. 68 с.

14. Горбунов-Посадов М. И., Маликова Т. А., Соломин В. И. Расчет конструкций на упругом основании. 3-е изд., перераб. и доп. М.: Стройиздат, 1984. 679 с.

15. Горбунов-Посадов М. И., Шехтер О. Я., Кoffман В. А. Давление грунта на жесткий заглубленный фундамент и свободные деформации котлована // Труды НИИ оснований и фундаментов. 1954. Сб. № 24.

16. Снитко А. Н. О решении контактной задачи для жесткой стенки в упругой среде // Сб. докладов по гидротехнике, вып. 11. ВНИИГ. 1970.

17. Симвулиди И. А. Расчет инженерных конструкций на упругом основании. Изд. 3-е, испр. и доп. М.: Высшая школа, 1973. 431 с.

18. Скворцов К. Д., Мангушев Р. А. Статистическая оценка горизонтального смещения шпунтового ограждения при откопке котлованов на основе вариантов расчетов // Вестник гражданских инженеров. 2024. № 5. С. 59–65.

19. Базилевский М. П. Построение степенно-показательных и линейно-логарифмических регрессионных моделей // Проблемы управления. 2021. № 3. С. 25–32.

## References

1. Skvortsov K. D., Mangushev R. A. *Uchet vliyaniya deformatsiy shpuntovykh ograzhdeniy kotlovanov na dopolnitel'nye osadki zdaniy okruzhayushchey zastroyki* [Taking into account the effect of deformations of sheet pile enclosures of pits on additional settlements of buildings of the surrounding buildings]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2022, no. 5 (94), pp. 61–68.

2. Rengach V. N. *Shpuntovye stenki (raschet i proektirovanie)* [Sheet pile walls (calculation and design)]. Leningrad, Stroyizdat Publ., 1970, 112 p.

3. Snitko N. K. *Stichesкое i dinamicheskoe davlenie gruntov i raschet podpornykh stenok* [Static and dynamic soil pressure and calculation of retaining walls]. Moscow; Leningrad, Stroyizdat Publ., 1963, 295 p.

4. Sokolovskiy V. V. *Statika sypuchey sredy* [Statics of bulk medium]. 3-rd ed., revised. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1960, 121 p.

5. Novotortsev V. I. *Opyt primeneniya teorii plastichnosti k zadacham ob opredelenii nesushchey sposobnosti osnovaniy sooruzheniy* [Experience in applying the theory of plasticity to problems of determining the bearing capacity of the foundations of structures]. *Izv. NII*

*gidrotekhniki – Bulletin of Research Institute of Hydraulic Engineering*, 1938, vol. XXII, pp. 115–127.

6. Shikhiev F. M. *Issledovanie deformatsiy i napryazhennogo sostoyaniya gruntov* [Study of deformations and stress state of soils]. *Nauchnye trudy. Gidrotekhnika. Otdel uchebnykh zavedeniy MMF SSSR* [Scientific works. Hydraulic engineering. Department of educational institutions of the Moscow International Film Festival of the USSR]. Moscow, Morskoy transport Publ., 1962, iss. II, pp. 100–110.

7. Shikhiev F. M. *O raspredelenii davleniya sypuchikh tel po vysote podpornykh sten* [Regarding the pressure distribution of loose bodies along the height of retaining walls]. *Nauchnye trudy Odesskogo in-ta inzhenerov morskogo flota. Yubileynyy vypusk* [Scientific works of the Odessa Institute of Marine Engineers. Anniversary issue]. Moscow, Morskoy transport Publ., 1955, pp. 221–235.

8. Terzaghi K. Stability and stiffness of cellular cofferdams. *Trans ASCE*, 1945, vol. 110, Paper 2253, pp. 1083–1119.

9. Dubrova G. A. *Vzaimodeystvie grunta i sooruzheniy: raschety nagruzok ot nesvyaznykh gruntov na gidrotekhnicheskie sooruzheniya s uchetom deformatsiy* [Interaction of soil and structures: calculations of loads from cohesive soils on hydraulic structures taking into account deformations]. Moscow, Rechnoy Transport, 1963, 219 p.

10. Yakobi E. K. *Raschet shpuntovykh sten* [Calculation of sheet piling walls]. Riga, Ionk i Polievskiy Publ., 1912, 54 p.

11. Brenneke L., Lomeyer E. H. *Osnovaniya i fundamenti* [Bases and Foundations]. In 3 vols. Ed. by Smirenkin P. P. Moscow, Leningrad, Gosstroyizdat Publ., 1933–1936. Vol. 1. Stroitel'nye grunty, stroitel'nye materialy [Building soils, building materials]. 1933, 287 p.

12. Kleyn G. K. *Raschet podpornykh sten* [Calculation of retaining walls]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1964, 196 p.

13. Zhemochkin B. N. *Raschet uprugoy zadelki sterzhnya. Izgib sterzhnya v uprugom poluprostranstve* [Calculation of elastic embedment of the rod. Rod bending in elastic half-space]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1948, 68 p.

14. Gorbunov-Posadov M. I., Malikova T. A., Solomin V. I. *Raschet konstruksiy na uprugom osnovanii* [Calculation of structures on an elastic foundation]. 3-rd ed., revised. Moscow, Stroyizdat Publ., 1984, 679 p.

15. Gorbunov-Posadov M. I., Shekhter O. YA., Koffman V. A. *Davlenie grunta na zhestkiy zaglublennyy fundament i svobodnye deformatsii kotlovana* [Soil pressure on the rigid buried foundation and free deformation of the foundation pit]. *Trudy NII osnovaniy i fundamentov*

[Proceedings of the Research Institute of Foundations and Foundations]. 1954, no. 24.

16. Snitko A. N. *O reshenii kontaktnoy zadachi dlya zhyostkoy stenki v uprugoy srede* [On solving the contact problem for a rigid wall in an elastic medium]. *Sb. dokladov po gidrotekhnike – Coll. works on hydraulic engineering*, 1970, iss. 11, VNIIG Publ.

17. Simvulidi I. A. *Raschet inzhenernykh konstruktsiy na uprugom osnovanii* [Calculation of engineering structures on elastic foundation]. 3-rd ed. revised. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1973, 431 p.

18. Skvortsov K. D., Mangushev R. A. *Statisticheskaya otsenka gorizontal'nogo smeshcheniya shpuntovogo ograzhdeniya pri otkopke kotlovanov na osnove variantnykh raschetov* [Statistical evaluation of horizontal displacement of sheet piling during excavation of pits based on variant calculations]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2024, no. 5, pp. 59–65.

19. Bazilevskiy M. P. *Postroenie stepenno-pokazatel'nykh i lineynno-logarifmicheskikh regressionnykh modeley* [Construction of power-exponential and linear-logarithmic regression models]. *Problemy upravleniya – Management issues*, 2021, no. 3, pp. 25–32.