

Строительная механика и расчет сооружений

УДК 699.841

© А. М. Уздин, д-р техн. наук, профессор
© Ш. Ш. Назарова, аспирант
© А. А. Назаров, аспирант
(Петербургский государственный университет путей
сообщения Императора Александра I,
Санкт-Петербург, Россия)
E-mail: uzdin@mail.ru
© О. П. Нестерова, канд. техн. наук, доцент
(Санкт-Петербургский государственный
архитектурно-строительный университет,
Санкт-Петербург, Россия)
E-mail: neona975@yandex.ru
© Х. Р. Зайнулабидова, канд. техн. наук, доцент
(Дагестанский государственный технический
университет, Махачкала, Республика Дагестан, Россия)
E-mail: hanzada1@mail.ru

DOI 10.23968/1999-5571-2025-22-2-32-40

© А. М. Uzdin, Dr. Sci. Tech., Professor
© Sh. Sh. Nazarova, post-graduate student
© А. А. Nazarov, post-graduate student
(Emperor Alexander I St. Petersburg
State Transport University,
St. Petersburg, Russia)
E-mail: uzdin@mail.ru
© O. P. Nesterova, PhD in Sci. Tech., Associate Professor
(Saint Petersburg State University of Architecture
and Civil Engineering, St. Petersburg, Russia)
E-mail: neona975@yandex.ru
© Kh. R. Zaimulabidova, PhD in Sci. Tech., Associate Professor
(Dagestan State Technical University,
Makhachkala,
Republic of Dagestan, Russia)
E-mail: hanzada1@mail.ru

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ СЕЙСМОИЗОЛЯЦИИ И ИХ ПОВЕДЕНИЯ ПРИ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯХ

SOME FEATURES OF CALCULATING NONLINEAR SEISMIC ISOLATION SYSTEMS AND THEIR BEHAVIOR UNDER EARTHQUAKES

Рассматриваются основные особенности и методы расчета нелинейных систем сейсмоизоляции зданий и сооружений. Выполненные исследования базируются на численном моделировании сейсмических колебаний сооружения, моделируемого системой с одной степенью свободы. При этом используется точное решение уравнений движения на фазовой плоскости. Для перехода во временную область использовано кубическое разложение перемещений по времени. Результаты исследований показывают, что для большинства нелинейных систем сейсмоизоляции не существует собственного периода колебаний системы, наблюдаемый период зависит от амплитуды и частоты возмущения. Это делает невозможным применение линейно-спектральной методики расчета таких систем, что вполне очевидно, но игнорируется некоторыми специалистами, работающими в сейсмостойком строительстве. Другим важным следствием отсутствия собственного периода является невозможность классической резонансной раскачки системы. Вместе с тем при слабом демпфировании возможны эффекты роста амплитуды колебаний и наличие нескольких устойчивых решений при гармоническом возмущении.

Ключевые слова: сейсмоизоляция нелинейных систем, сейсмостойкое строительство, резонанс, амплитуда колебаний, период колебаний, частота возмущений.

Main features and methods of calculating nonlinear seismic isolation systems of buildings and structures are considered. The studies performed are based on numerical simulation of seismic vibrations of the structure modeled by a system with one degree of freedom. In this case, an exact solution of motion equations on the phase plane is used. To transfer the solution into the time domain, a cubic expansion of displacements in time is used. Research results show that for the majority of nonlinear seismic isolation systems there is no intrinsic period of oscillations of the system, the observed period depends on the amplitude and frequency of the perturbation. This makes it impossible to apply the linear-spectral methodology for calculating such systems, which is quite obvious, but is ignored by some specialists working in earthquake engineering. Another important consequence of the intrinsic period absence is the impossibility of classical resonant oscillation build-up of the system. At the same time, effects of an increase of the oscillation amplitude and the presence of several stable solutions under harmonic perturbation are possible at weak damping.

Keywords: seismoisolation of nonlinear systems, earthquake-resistant construction, resonance, vibration amplitude, vibration period, perturbation frequency.

Введение

Сейсмоизоляция является одним из основных способов сейсмозащиты зданий и сооружений. В сейсмостойком строительстве известны десятки различных типов сейсмоизолирующих опор. Они описаны в монографиях [1, 2 и др.] и учебной литературе [3, 4]. Существенно, что многие из применяемых систем сейсмоизоляции имеют нелинейную диаграмму деформирования. Это обуславливает специфику работы и расчетного обоснования их параметров. В России к таким типам сейсмоизоляции относятся известные сейсмоизолирующие фундаменты Ю. Д. Черепинского [5, 6] и А. М. Курзанова [7]. Детальный анализ фундаментов А. В. Курзанова приведен в [8]. Тем не менее до настоящего времени продолжают проектировать нелинейные сейсмоизолирующие фундаменты так же как линейные [9–11]. Ниже рассмотрен простой подход к анализу работы нелинейной сейсмоизоляции, и на примере пружинной изоляции с коническими пружинами проиллюстрированы особенности работы нелинейной сейсмоизоляции.

Метод анализа

В литературе по сейсмоизоляции отмечается, что для расчета систем сейсмоизоляции достаточно моделировать сооружение системой с одной степенью свободы [1, 4 и др.]. Этот вывод справедлив для всех систем, за исключением случаев частичной сейсмоизоляции и устройства сейсмоизоляции выше уровня фундамента. Для подбора параметров сейсмоизолирующего фундамента сооружение можно рассматривать как жесткое тело, совершающее поступательное смещение относительно основания. Уравнение движения при этом записывается в виде

$$m\ddot{y} + c(y)y = -m\ddot{y}_0, \quad (1)$$

где y — смещение сооружения относительно основания; m — масса сооружения; \ddot{y}_0 — ускорение дневной поверхности.

Выделяя в жесткости $c(y)$ некоторый множитель $c(y) = c_0 f(y)$, после деления на массу получим

$$\ddot{y} + k^2 f(y)y = -\ddot{y}_0, \quad (2)$$

где $k^2 = \frac{c_0}{m}$.

Если ввести в уравнение (2) переменную скорость $V = \frac{dy}{dt}$ и учесть, что $\ddot{y} = \frac{dV}{dy} \frac{dy}{dt}$, то уравнение (2) запишется в виде

$$V'V + k^2 f(y)y = -\ddot{y}_0 \quad (3)$$

или

$$V'dV = -k^2 f(y)y dy = -\ddot{y}_0 dy. \quad (4)$$

Здесь штрихом обозначена производная V по y .

Общий интеграл уравнения (4) имеет вид

$$\frac{V^2}{2} = -k^2 \int f(y)y dy - \int \ddot{y}_0 dy. \quad (5)$$

При отсутствии возмущения получаем уравнение свободных колебаний сейсмоизолированной системы, рассмотренное в [4, 5].

Если рассмотреть интервал интегрирования от t_i до t_{i+1} продолжительностью t , то из (5) получим

$$\frac{V(t_{i+1})^2 - V(t_i)^2}{2} + k^2 \int_{t_i}^{t_{i+1}} f(y)y dy = - \int_{t_i}^{t_{i+1}} \ddot{y}_0 dy. \quad (6)$$

Общий интеграл (6) обеспечивает точное решение уравнения (1) на фазовой плоскости, т. е. связывает скорости и смещения системы. Однако переход во временную область требует использования численных процедур.

Нетрудно заметить, что полученное уравнение представляет собой закон изменения механической энергии системы в расчете на единицу массы на участке от t_i до t_{i+1} . Первый член представляет собой изменение кинетической энергии, второй — изменение потенциальной энергии, а правая часть — работу сил инерции.

Для вычисления работы сил инерции в [12] движение на интервале интегрирования было принято равнопеременным:

$$y(t) = \ddot{y}_i \frac{t^2}{2} + \dot{y}_i t + y_i.$$

Это частный случай аппроксимации перемещений в рамках метода решения диффе-

ренциальных уравнений способом разложения в ряды Тейлора. При этом пренебрегается изменением ускорений на интервале интегрирования, т. е. движение в рамках интервала считается равнопеременным.

Для повышения точности интегрирования зависимость $y(t)$ уточнена учетом еще одного члена в разложении в ряд Тейлора:

$$y(t) = \ddot{y}_i \frac{t^3}{6} + \dot{y}_i \frac{t^2}{2} + \dot{y}_i t + y_i, \quad (7)$$

а для ускорения основания между точками оцифровки принята традиционная в сейсмостойком строительстве линейная аппроксимация:

$$\ddot{y}_0(t) = \ddot{y}_0^{(i)} + \frac{\ddot{y}_0^{(i+1)} - \ddot{y}_0^{(i)}}{\tau} t = \ddot{y}_0^{(i)} + \alpha_i t. \quad (8)$$

С учетом (7), (8) работа сил инерции запишется в виде

$$A_i = \int_{t_i}^{t_{i+1}} \ddot{y}_0 dy = \int_{t_i}^{t_{i+1}} \left(\ddot{y}_0^{(i)} + \alpha_i t \right) \cdot \left(\dot{y}_i \frac{t^2}{2} + \dot{y}_i t + y_i \right) dt. \quad (9)$$

После взятия интеграла получим

$$A_i = \frac{1}{8} \alpha_i \dot{y}_i (t_{i+1}^4 - t_i^4) + \frac{1}{3} \left[\alpha_i \dot{y}_i + \frac{1}{2} \ddot{y}_0^{(i)} \dot{y}_i \right] (t_{i+1}^3 - t_i^3) + \frac{1}{2} \left(\alpha_i \dot{y}_i + \ddot{y}_0^{(i)} \dot{y}_i \right) (t_{i+1}^2 - t_i^2) + \ddot{y}_0^{(i)} \dot{y}_i \tau. \quad (10)$$

Величину \ddot{y}_i находим, дифференцируя (2):

$$\ddot{y}_i = -k^2 [f'(y_i) y_i - f(y_i)] \cdot \dot{y}_i - \ddot{y}_0,$$

где $\ddot{y}_0^{(i)} = \alpha_i = \frac{y_0^{(i+1)} - y_0^{(i)}}{h}$.

Исходя из закона сохранения механической энергии, можно добавить в уравнение (6) работу сил вязкого сопротивления A_v и работу сил сухого трения A_f .

Если принять силы вязкого и сухого трения на единицу массы соответственно

$$Q_v = \gamma k \dot{y} \text{ и } Q_f = -fg \text{ sign } \dot{y}, \quad (11)$$

то получим

$$A_{vi} = \int_{t_i}^{t_{i+1}} \gamma k \dot{y} dy \int_{t_i}^{t_{i+1}} \gamma k \dot{y}^2 dt = \frac{\gamma k \left((\dot{y}_i t_{i+1} + y_i)^3 - (\dot{y}_i t_i + y_i)^3 \right)}{3 \dot{y}_i}; \quad (12)$$

$$A_{fi} = \left| \int_{t_i}^{t_{i+1}} fg dy \right| = \left| \int_{t_i}^{t_{i+1}} fg \dot{y} dt \right| = \left| fg \left[\dot{y}_0 (t_{i+1} - t_i) + \frac{1}{2} \ddot{y}_0 (t_{i+1}^2 - t_i^2) + \frac{1}{6} \ddot{y}_0 (t_{i+1}^3 - t_i^3) \right] \right|. \quad (13)$$

В результате формула пошагового интегрирования (6) примет вид

$$\frac{V(t_{i+1})^2 - V(t_i)^2}{2} + k^2 \int_{t_i}^{t_{i+1}} f(y) dy = -A_i + A_{vi}. \quad (14)$$

Интегрирование уравнений движения для сейсмоизолированного сооружения с коническими сейсмоизолирующими пружинами

В качестве примера нелинейной системы сейсмоизоляции рассмотрим здание жесткой конструктивной схемы на катковых или скользящих опорах, распертое коническими пружинами. Уравнение движения такого здания имеет вид

$$m \ddot{y} + \alpha c_0 |y| y = -m \ddot{y}_0, \quad (15)$$

где m — масса сооружения; y — смещение здания относительно нижней фундаментной плиты; y_0 — смещение нижней фундаментной плиты; $\alpha c_0 |y|$ — коэффициент жесткости конической пружины, пропорциональный величине ее деформации. Мы выделили здесь множитель c_0 , имеющий размерность жесткости, при этом параметр α имеет размерность m^{-1} , а жесткость пружины равна c_0 в случае $\alpha |y| = 1$.

Из (15) получаем

$$\dot{y} = -\alpha k_0^2 |y| y - \dot{y}_0, \quad (16)$$

где $k_0 = \sqrt{\frac{c_0}{m}}$.

Для использования формулы (7) необходимо знать третью производную от y по времени:

$$\ddot{y} = -\alpha k_0^2 |y| - \ddot{y}_0. \quad (17)$$

Базовое решение для линейной сейсмоизоляции

Для возможности сопоставительного анализа работы нелинейной изоляции рассмотрим базовые примеры линейной изоляции.

Для обычной системы без затухания возможно резонансное колебание. При отсутствии резонанса возникают установившиеся колебания, на которых проявляются частота собственных колебаний и частота возмущений. На рис. 1 приведены результаты расчета сейсмоизолированной системы с собственным периодом колебаний 2 с под действием высокочастотного возмущения. При отсутствии демпфирования система совершает двухчастотные колебания. Одна из частот — собственная частота колебаний, а вторая — частота возмущения.

При действии импульса система совершает колебания собственной частоты (рис. 2).

При резонансе при отсутствии демпфирования имеет место линейный рост амплитуды колебаний (рис. 3, а). Эффект линейного роста амплитуды колебаний проявляется и для реальных длиннопериодных воздействий (рис. 4, а).

Это еще раз говорит о том, что обычная сейсмоизоляция должна применяться при наличии повышенного демпфирования. В этом случае амплитуда колебаний определяется величиной демпфирования и возни-

кают установившиеся колебания с ограниченной амплитудой (рис. 3, б и рис. 4, б).

Анализ нелинейной сейсмоизоляции с коническими пружинами

Колебания системы с линейно меняющейся жесткостью (с конической пружиной) отличаются от колебаний линейной системы. Во-первых, при действии импульса период колебаний зависит от величины импульса, что существенно (рис. 5). При малых колебаниях в работу включается «носик» конической пружины, жесткость системы маленькая, а период колебаний большой. С увеличением амплитуды в работу включается более жесткая часть пружины и период колебаний снижается.

Это говорит о том, что собственных периодов колебаний у системы нет, и испытания на действие импульсной ударной нагрузки дают период колебаний, которые реализуются при импульсе заданной величины, а при другом возмущении период колебаний будет совсем иной.

При гармоническом возмущении, так же как при обычном возмущении системы, возникают два движения: движение, аналогич-

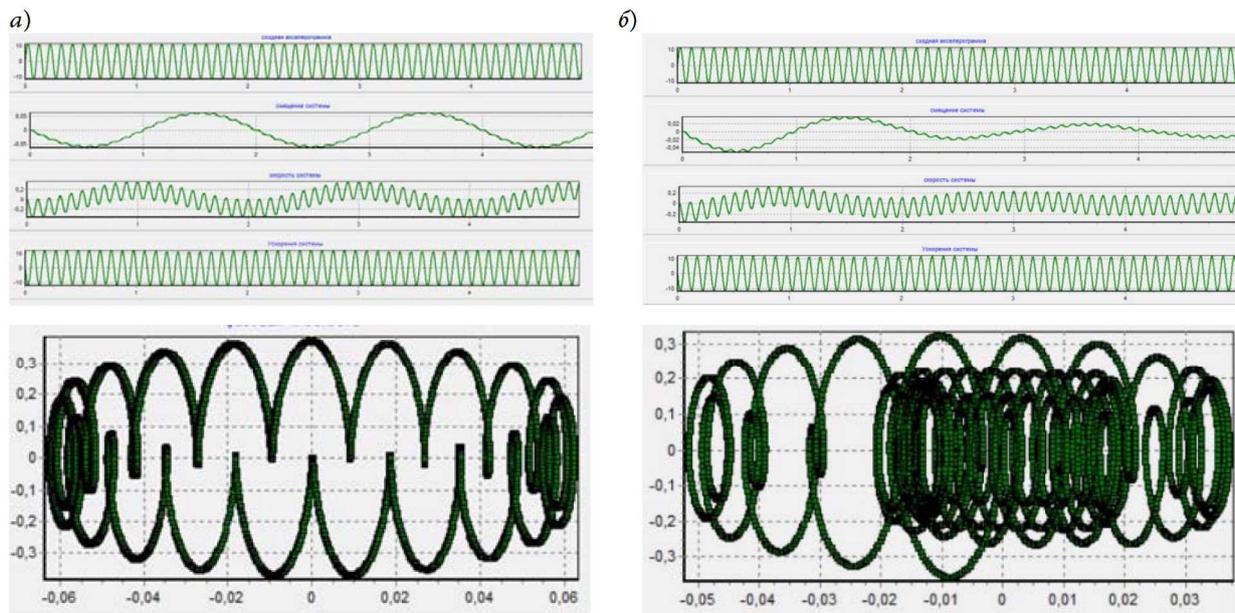


Рис. 1. Гармонические колебания сейсмоизолированной системы вдали от резонанса: а — при отсутствии демпфирования; б — при наличии демпфирования

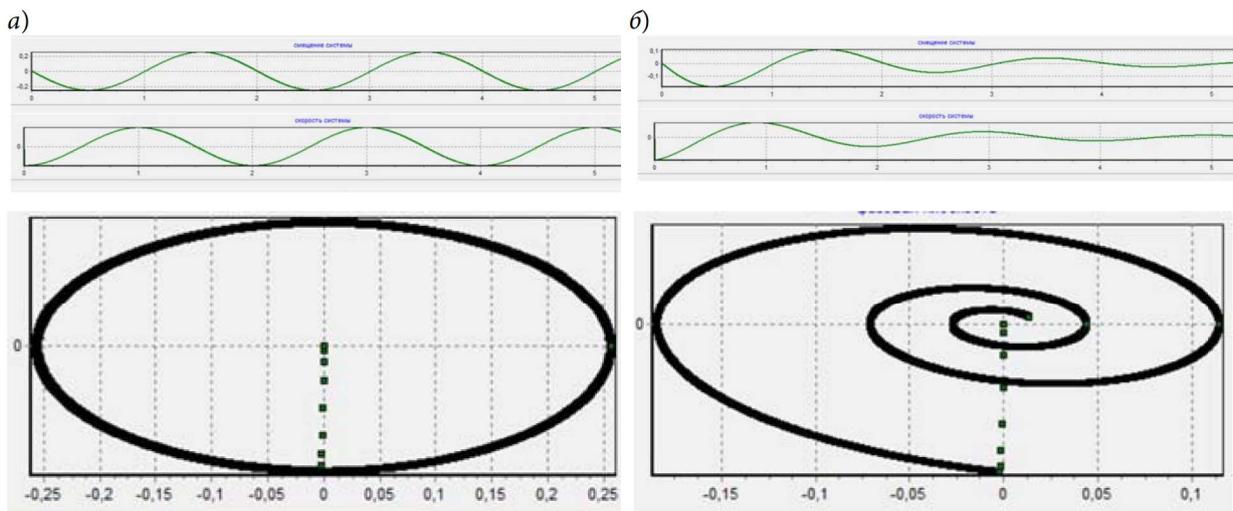


Рис. 2. Хронограммы и фазовая траектория движения упругих систем под воздействием импульса: а — без демпфирования; б — с демпфированием

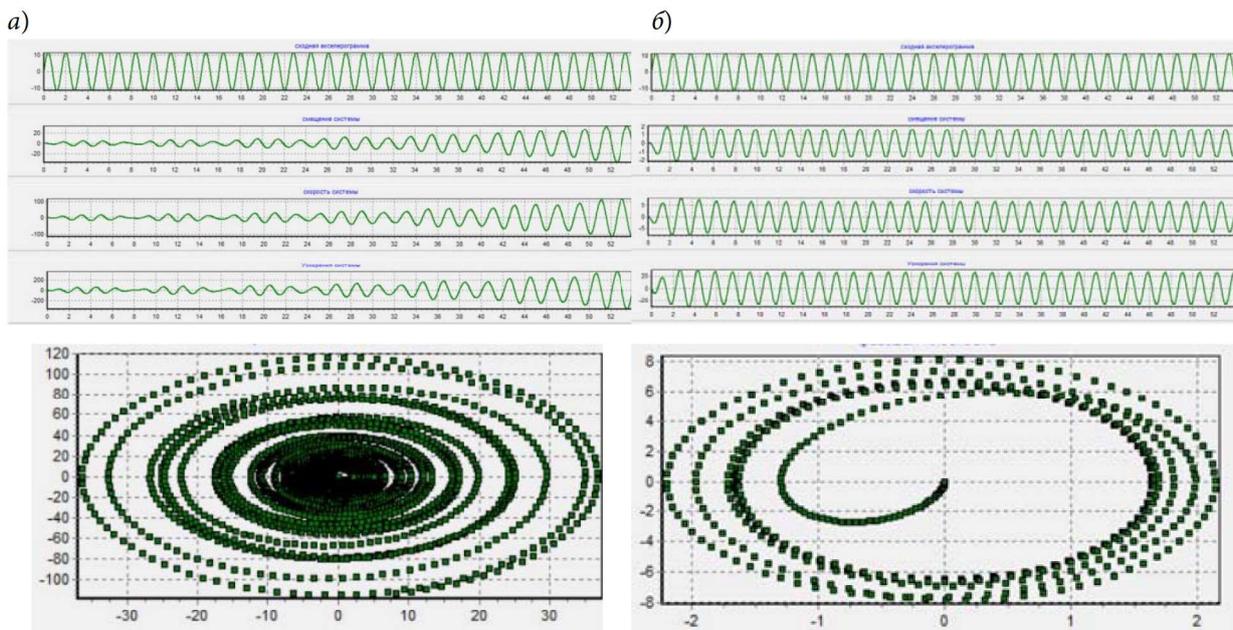


Рис. 3. Гармонические колебания сейсмоизолированной системы при резонансе: а — при отсутствии демпфирования; б — при наличии демпфирования

ное собственным колебаниям и движение с частотой возмущения. Частота первого движения зависит от амплитуды возмущения (рис. 6).

Здесь еще раз нужно подчеркнуть, что система не имеет собственного периода колебаний, а частота колебаний зависит от приложенной нагрузки. Если в системе нет

затухания, то в конечном счете реализуются свободные колебания, но период колебаний при разных землетрясениях будет разным, а классический эффект резонанса не возникает.

При наличии демпфирования, как и в линейной системе, возникают два движения, причем период собственных колебаний за-

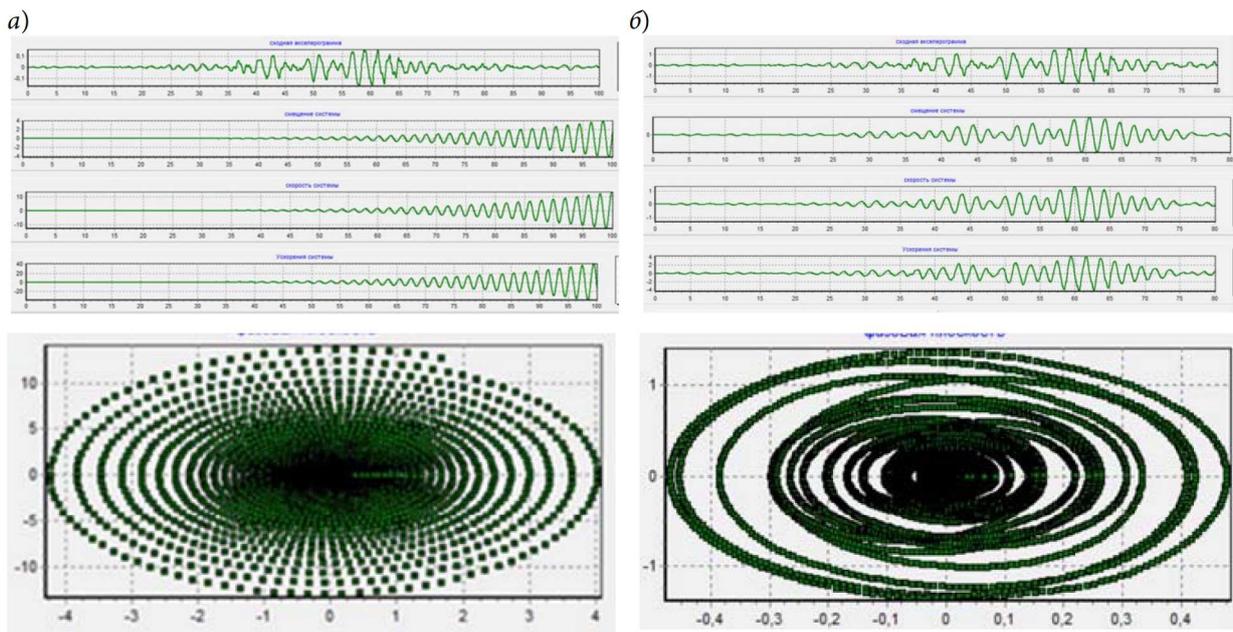


Рис. 4. Хронограммы и фазовая траектория движения сейсмоизолированной системы без демпфирования (а) и с демпфированием (б) под воздействием заданной акселерограммой землетрясения, произошедшего в Мехико

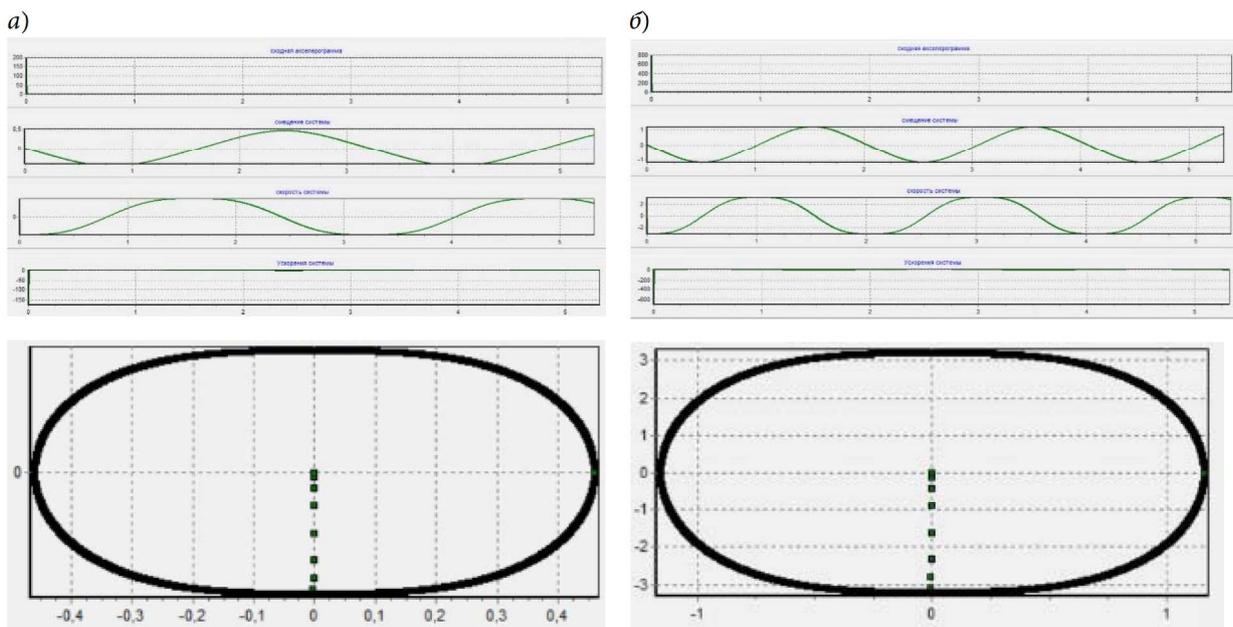


Рис. 5. Хронограммы и фазовые траектории движения системы с линейно возрастающей жесткостью под воздействием импульса при амплитуде возмущения: а — 2 м/с^2 ; б — 8 м/с^2

висит от величины возмущения, а собственные колебания системы затухают.

Расчет нелинейной системы сейсмоизоляции показывает ее эффективность по сравнению с линейной. В качестве приме-

ра приведены колебания от землетрясения в Мехикове 1985 году (рис. 7) и от землетрясения в Бухаресте в 1977 году. Как видно на рисунках, резонансной раскачки сооружения не происходит, т. е. эффект резонанса снимается.

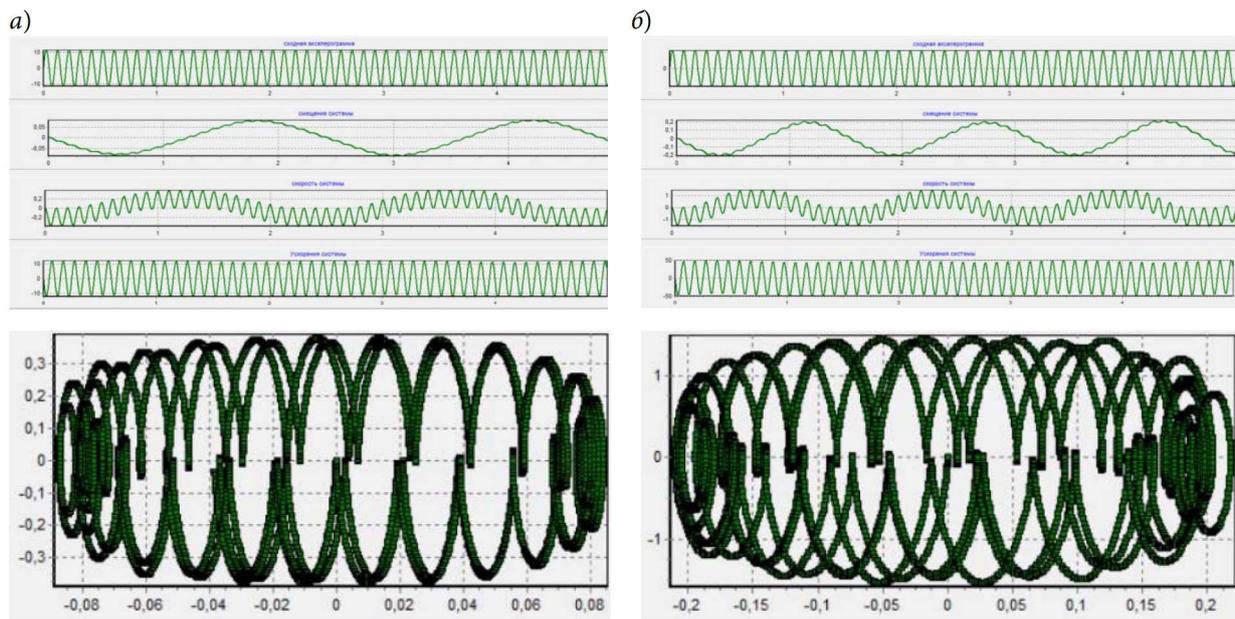


Рис. 6. Хронограммы и фазовые траектории движения системы с линейно возрастающей жесткостью при амплитуде возмущения: а — 12 м/с²; б — 48 м/с²

Выводы

1. Нелинейные системы сейсмоизоляции могут быть весьма эффективными. Их эффективность связана с тем, что у системы нет резонансного периода, и из приведенных примеров видно, что амплитуда сейсмических колебаний рассматриваемой системы изоляции при прочих равных условиях заметно меньше амплитуды сейсмических колебаний системы с линейным подпружиниванием.

2. Поскольку система нелинейной сейсмоизоляции не имеет собственного периода колебаний, к ней в принципе нельзя применять расчет по линейно-спектральному методу (ЛСМ), в котором спектр ответа зависит от собственного периода колебаний системы, которого у нелинейной системы нет.

3. Период колебаний, измеренный при динамических испытаниях сейсмоизолированных объектов, существенно зависит от амплитуды возмущения, будь то гармоническое или импульсное возмущение. Несколько испытаний такого типа позволяют оценить характеристики нелинейности системы, но для оценки сейсмостойкости не-

обходим прямой динамический расчет сейсмоизоляции на действие землетрясений.

4. Предложенная методика позволяет легко получить колебания на верхней фундаментной плите сейсмоизолирующего фундамента. На основе этих расчетов можно построить спектр ответа на верхней фундаментной плите и далее провести расчет сооружения по ЛСМ.

Хотелось бы обратить внимание на практическую сторону полученных выводов. Ю. Д. Черепинский и А. М. Курзанов пытались первоначально экспериментально определить собственный период колебаний зданий с фундаментами предлагаемого типа. После дискуссии в конце прошлого века вопрос был закрыт, в частности в работе [8]. Сейчас вновь появляются попытки реанимировать расчет нелинейной сейсмоизоляции по ЛСМ, что может привести к трагическим последствиям. Эффективность нелинейных систем сейсмоизоляции не оспаривается авторами, а, наоборот, поддерживается. Но рассчитывать их надо правильно.

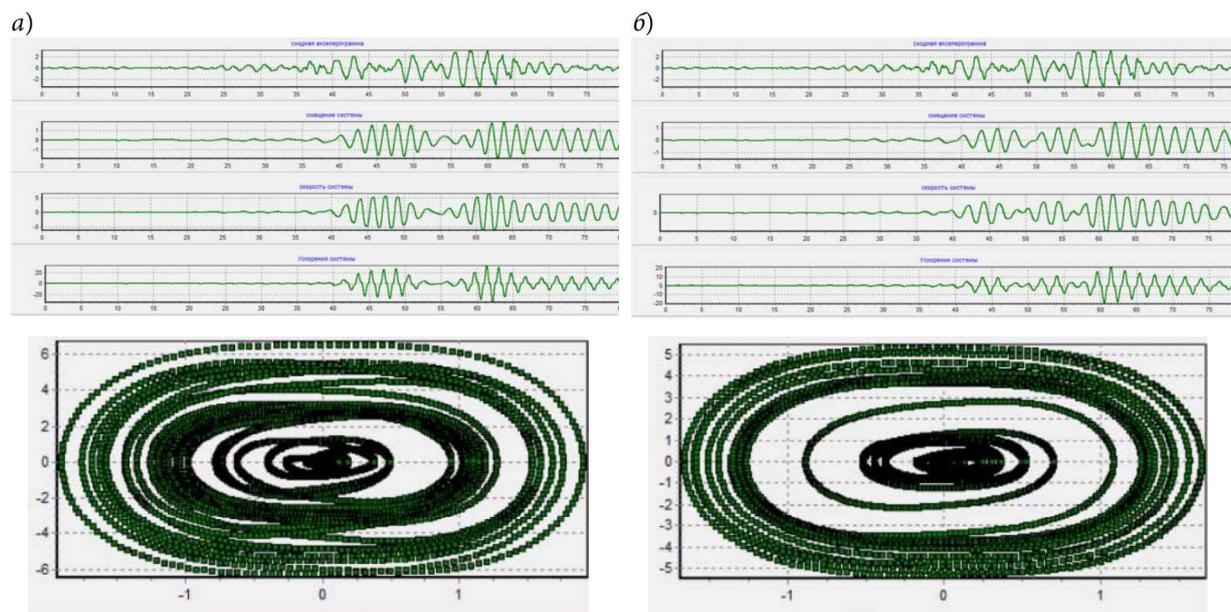


Рис. 7. Хронограммы и фазовая траектория движения сейсмоизолированной системы с линейно возрастающей жесткостью без демпфирования (а) и с демпфированием (б) под воздействием заданной акселерограммой землетрясения, произошедшего в Мехико в 1985 г.

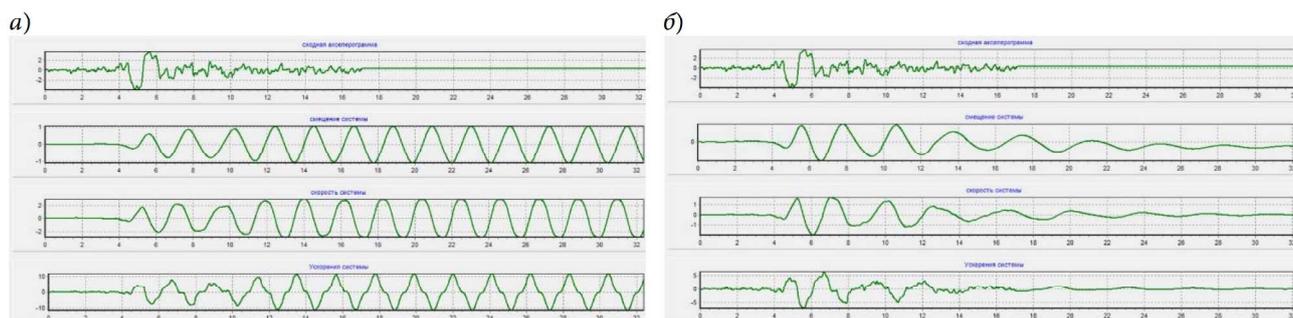


Рис. 8. Хронограммы движения сейсмоизолированной системы с линейно возрастающей жесткостью без демпфирования (а) и с демпфированием (б) под воздействием заданной акселерограммой землетрясения, произошедшего в Бухаресте в 1977 г.

Библиографический список

1. Уздин А. М., Долгая А. А. Расчет элементов и оптимизация параметров сейсмоизолирующих фундаментов. М.: ВНИИТПИ, 1997. 76 с.
2. Skinner R. I., Robinson W. H., McVerry G. H. An introduction to seismic isolation. New Zealand. John Wiley & Sons. 1993. 353 p.
3. Елисеев О. Н., Уздин А. М. Сейсмостойкое строительство. СПб.: Пушкинское высшее военное инженерное строительное училище, 1997. 371 с.
4. Уздин А. М., Елизаров С. В., Белааш Т. А. Сейсмостойкие конструкции транспортных зданий и сооружений. М.: Учебно-методический центр по

образованию на железнодорожном транспорте, 2012. 501 с.

5. Черепинский Ю. Д. Сейсмоизоляция зданий. Строительство на кинематических фундаментах. М.: Blue Apple, 2009. 47 с.

6. Факири А., Рутман Ю. Л., Островская Н. В. Расчетно-теоретическая оценка эффективности кинематических опор Ю. Д. Черепинского с учетом их параметров // Вестник гражданских инженеров. 2022. № 1 (90). С. 38–47.

7. Курзанов А. В., Ахмедов А. М. Натурные исследования трехэтажного фрагмента и пятиэтажного здания на сейсмоизолирующих опорах // Экспресс-

информация ВНИИС. Сер. 14. Сейсмостойкое строительство. 1994. Вып. 2–3. С. 24–32.

8. Уздин А. М., Доронин Ф. А., Давыдова Г. В., Авидон Г. Э., Карлина Е. А. Анализ работы сейсмоизолирующих кинематических фундаментов на опорных элементах с отрицательной жесткостью // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2009. № 3. С. 15–21.

9. Островская Н. В., Рутман Ю. Л. Оптимизация конструктивных параметров упругопластических демпферов в системах сейсмоизоляции // Вестник гражданских инженеров. 2019. № 3 (74). С. 36–41.

10. Amanollah F., Ostrovskaya N. V., Rutman Yu. L. Structural and parametric analysis of lead rubber bearings and effect of their characteristics on the response spectrum analysis // Architecture and Engineering. 2023. Vol. 8 (1). Pp. 37–43.

11. Tamahloult M., Ouanani M., Tiliouine B. Impact of lead rubber bearing base isolation systems on building structures designed as per Eurocode 8 // Architecture and Engineering. 2024. Vol. 9 (2). Pp. 57–64. DOI 10.23968/2500-0055-2024-9-2-57-64.

12. Долгая А. А., Зайнулабидова Х. Р., Мозжухин А. С., Назарова Ш. Ш., Назаров А. А., Соркина Г. В., Уздин А. М. Об одном способе интегрирования уравнений сейсмических колебаний сейсмоизолированных сооружений // Вестник Дагестанского гос. техн. ун-та. Технические науки. 2024. Т. 51, № 2. С. 190–196.

References

1. Uzdin A. M., Dolgaya A. A. *Raschet elementov i optimizatsiya parametrov seysmoizoliruyushchikh fundamentov* [Calculation of elements and optimization of parameters of seismic isolating foundations]. Moscow, VNIINTPI Publ., 1997, 76 p.

2. Skinner R. I., Robinson W. H., McVerry G. H. *An introduction to seismic isolation*. New Zealand, John Wiley & Sons Publ., 1993, 353 p.

3. Eliseev O. N., Uzdin A. M. *Seysmostoykoe stroitel'stvo* [Seismic-resistant construction]. St. Petersburg, Pushkinskoe vysshee voennoe inzhenernoe stroitel'noe uchilishche Publ., 1997, 371 p.

4. Uzdin A. M., Elizarov S. V., Belash T. A. *Seysmostoykie konstruksii transportnykh zdaniy i sooruzheniy* [Seismic-resistant structures of transportation buildings and structures]. Moscow, Uchebno-metodicheskiy tsentr po obrazovaniyu na zheleznodorozhnom transporte Publ., 2012, 501 p.

5. Cherepinskiy Yu. D. *Seysmoizolyatsiya zdaniy. Stroitel'stvo na kinematicheskikh fundamentakh* [Seismic

isolation of buildings. Construction on kinematic foundations]. Moscow, Blue Apple Publ., 2009, 47 p.

6. Fakiri A., Rutman Yu. L., Ostrovskaya N. V. *Raschetno-teoreticheskaya otsenka effektivnosti kinematicheskikh opor Yu. D. Cherepinskogo s uchetom ikh parametrov* [Calculation-theoretical evaluation of the efficiency of the kinematic supports of Yu. D. Cherepinsky taking into account their parameters]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2022, no. 1 (90), pp. 38–47.

7. Kurzanov A. V., Akhmedov A. M. *Naturnye issledovaniya trekhetazhnogo fragmenta i pyatietazhnogo zdaniya na seysmoizoliruyushchikh oporakh* [Field studies of a three-storey fragment and a five-storey building on seismic-isolating supports]. *Ekspress-informatsiya VNIIS. Ser. 14. Seysmostoykoe stroitel'stvo – Express-information of VNIIS. Ser. 14. Seismic-resistant construction*, 1994, iss. 2–3, pp. 24–32.

8. Uzdin A. M., Doronin F. A., Davydova G. V., Avidon G. E., Karlina E. A. *Analiz raboty seysmoizoliruyushchikh kinematicheskikh fundamentov na opornykh elementakh s otritsatel'noy zhestkost'yu* [Analysis of work of seismic-isolating kinematic foundations on supporting elements with negative stiffness]. *Osnovaniya, fundamenti i mekhanika gruntov – Bases, Foundations and Soil Mechanics*, 2009, no. 3, pp. 15–21.

9. Ostrovskaya N. V., Rutman Yu. L. *Optimizatsiya konstruktivnykh parametrov uprugoplasticheskikh dempferov v sistemakh seysmoizolyatsii* [Optimization of design parameters of elastoplastic dampers in seismic isolation systems]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2019, no. 3 (74), pp. 36–41.

10. Amanollah F., Ostrovskaya N. V., Rutman Yu. L. Structural and parametric analysis of lead rubber bearings and effect of their characteristics on the response spectrum analysis. *Architecture and Engineering*, 2023, vol. 8 (1), pp. 37–43.

11. Tamahloult M., Ouanani M., Tiliouine B. Impact of lead rubber bearing base isolation systems on building structures designed as per Eurocode 8. *Architecture and Engineering*, 2024, vol. 9 (2), pp. 57–64. DOI 10.23968/2500-0055-2024-9-2-57-64.

12. Dolgaya A. A., Zaynulabidova Kh. R., Mozhukhin A. S., Nazarova Sh. Sh., Nazarov A. A., Sorokina G. V., Uzdin A. M. *Ob odnom sposobe integrirvaniya uravneniy seysmicheskikh kolebaniy seysmoizolirovannykh sooruzheniy* [About one method of integration of equations of seismic vibrations of seismic isolated structures]. *Vestnik Dagestanskogo gos. tekhn. un-ta. Tekhnicheskie nauki – Bulletin of the Dagestan State Technical University. Technical Sciences*, 2024, vol. 51, no. 2, pp. 190–196.