

УДК 624.012.82

© Б. А. Смирнов, ведущий инженер-геотехник  
(ООО «Центр Диагностики Строительных  
Конструкций», Санкт-Петербург, Россия)  
E-mail: bsmirnov@cidsk.ru

© В. М. Полуни, канд. техн. наук, доцент  
(Санкт-Петербургский государственный  
архитектурно-строительный университет,  
Санкт-Петербург, Россия),  
(Научно-исследовательский институт строительной  
физики РААСН, Москва, Россия)  
E-mail: n1ce2u@yandex.ru

DOI 10.23968/1999-5571-2025-22-2-41-54

© B. A. Smirnov, leading geotechnical engineer  
(LLC «Center for diagnostics of building structures»,  
St. Petersburg, Russia)  
E-mail: bsmirnov@cidsk.ru

© V. M. Polunin, PhD in Sci. Tech., Associate Professor  
(Saint Petersburg State University  
of Architecture and Civil Engineering,  
St. Petersburg, Russia),  
(Scientific Research Institut of Building Physics  
of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia)  
E-mail: n1ce2u@yandex.ru

## ОБЗОР И АНАЛИЗ НЕЛИНЕЙНЫХ МОДЕЛЕЙ, ПРИМЕНЯЕМЫХ ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ КАМЕННЫХ СООРУЖЕНИЙ СОВМЕСТНО С ОСНОВАНИЕМ

### REVIEW AND ANALYSIS OF NONLINEAR MODELS USED FOR NUMERICAL SIMULATION OF MASONRY STRUCTURES TOGETHER WITH THE SOIL BASE

В работе представлен обзор и анализ нелинейных моделей, реализованных в геотехническом ПО Midas и применяемых для расчетов каменных сооружений. Наиболее универсальной и обладающей наибольшим количеством преимуществ признана модель Concrete damage plasticity. Показан пример ее использования и сопоставление с результатами натурных наблюдений. Приведены эмпирические зависимости для определения параметров рассмотренных моделей.

*Ключевые слова:* каменная кладка, численное моделирование, нелинейное поведение материала.

The paper presents a review and analysis of nonlinear models implemented in Midas geotechnical software used for calculations of masonry structures. The Concrete damage plasticity model is recognized as the most versatile one having the greatest number of advantages. An example of using it and comparison with the results of field observations are shown. Empirical dependences for determining the parameters of the considered models are given.

*Keywords:* masonry, numerical simulation, nonlinear material behavior.

#### Введение

За последние десятилетия моделирование окружающей застройки стало неотъемлемой частью геотехнических расчетов. Как правило, инженеры-геотехники фокусируют внимание на выборе нелинейной модели грунта и назначении ее параметров, а материал конструкций сооружений назначают линейно упругим. В то же время в исторических час-

тах городов окружающая застройка представлена в основном каменными зданиями, а, как известно, каменная кладка обладает выражено нелинейными свойствами [1–7].

#### 1. Материалы и методы

##### 1.1. Masonry model

Masonry model — анизотропная упруго-пластическая модель, отличительной особенностью которой является процедура гомогенизации.

Реализованный Midas подход вычисления параметров эквивалентного материала основан на работах J. S. Lee [8] и G. N. Pande [9]. Подход является двухэтапным (рис. 1). Сначала выполняется «объединение» камня и горизонтальных растворных швов (bed joints), потом композитного вертикального ряда и тычковых швов (head joints). Детальный обзор различных методов гомогенизации представлен в работе [10].

На каждом этапе нагружения вычисляются эквивалентные напряжения, которые раскладываются на напряжения в каждом компоненте и сравниваются с введенным пределом прочности камня и раствора. В случае превышения гомогенизация выполняется снова, и вклад отдельного элемента в общую жесткость конструкции снижается с помощью коэффициента  $k_{SFR}$ , находящегося в диапазоне от 0 до 1. Причем 0 соответствует идеально пластическому, а 1 — идеально упругому поведению (рис. 2).

Входными параметрами модели Masonry (табл. 1) являются характеристики камня (brick) и раствора (head joints, bed joints).

### 1.2. Concrete smeared crack model

Concrete smeared crack (CSC) model — изотропная упруго-пластическая модель с упрочнением и разупрочнением [11].

Возникновение трещин в модели связано с достижением напряжениями предельной поверхности — crack detection surface (рис. 3), которая определяется следующей зависимостью:

$$f_t = \hat{q} - \left( 3 - b_0 \frac{\sigma_t}{\sigma_t^u} \right) \hat{p} - \left( 2 - \frac{b_0}{3} \frac{\sigma_t}{\sigma_t^u} \right) \sigma_t = 0, \quad (1)$$

где  $\sigma_t^u$  — предел прочности при одноосном растяжении;  $b_0$  — константа, которая является предельным значением прочности при растяжении в условиях двухосного НДС, когда другое главное напряжение является сжимающим и его величина соответствует пределу прочности при одноосном сжатии;  $\hat{q}$  и  $\hat{p}$  — инварианты напряжений, в которых исключены все компоненты напряжений, связанные с открывшейся трещиной.

Предполагается, что трещина возникает перпендикулярно направлению главных растягивающих напряжений, причем в той же точке интегрирования новая трещина может возникнуть только в ортогональном (относительно существующей) направлении. После возникновения ориентация трещин остается неизменной (fixed crack model), при этом они могут открываться и закрываться.

Наличие трещин напрямую не моделируется, т. е. разделения сетки конечных

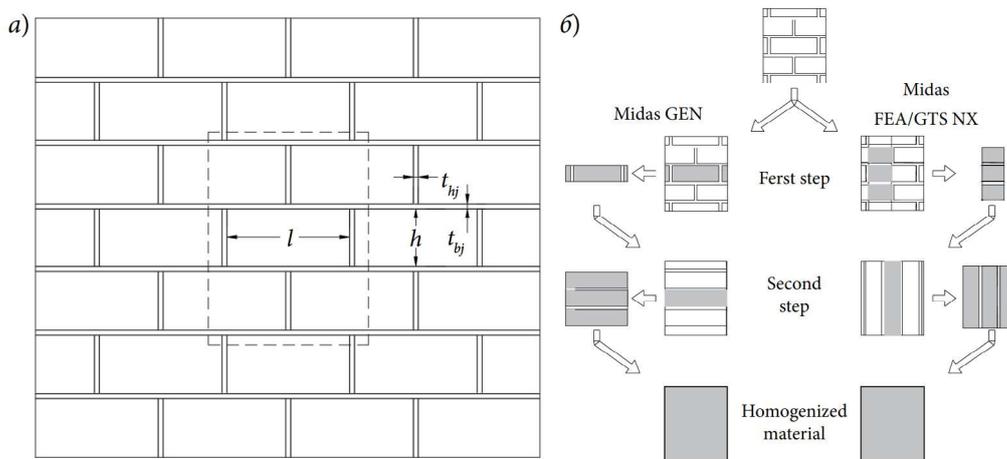


Рис. 1. Masonry model: а — фрагмент каменной кладки; б — двухэтапная процедура гомогенизации [10], реализованная в ПО компании Midas

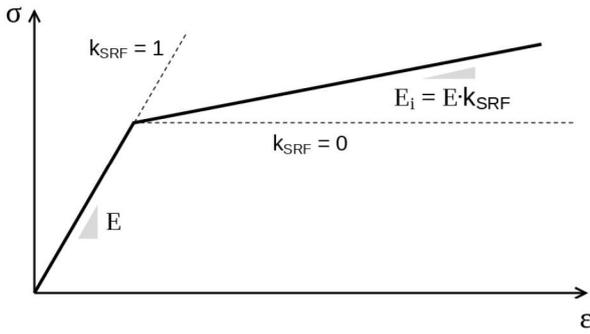


Рис. 2. Диаграмма деформирования элементов кладки, принятая в модели Masonry\*

\* Midas GEN Analysis Manual. URL: <https://midassupport.jitbit.com/KB/View/32610193-midas-gen-manuals-and-tutorials> (дата обращения: 13.12.2024).

элементов не происходит. Они как бы размазываются на некоторую область путем снижения напряжений и жесткости в точках интегрирования (рис. 4). Подход «размазанной» трещины (smeared crack) представлен Rashid [12] для описания поведения бетонов. Однако позднее его начали применять при моделировании каменной кладки [13, 14], в том числе исторической [15].

Возникновение и развитие трещин связано с эффектом разупрочнения (softening). Параметром этого процесса является энергия разрушения (fracture energy) — это энер-

Таблица 1

Параметры модели Masonry

Параметр		Описание параметра
$E_b, E_{bj}, E_{hj}$	Модуль упругости	Жесткость камня и растворных швов
$\nu_b, \nu_{bj}, \nu_{hj}$	Коэффициент Пуассона	Связь между относительными продольными и поперечными деформациями камня и растворных швов
$l, h$	Геометрические размеры	Длина и высота кирпича
$t_{bj}, t_{hj}$		Толщина растворных швов
$f_{tb}, f_{tbj}, f_{thj}$	Предел прочности на растяжение	Прочность при одноосном растяжении камня и растворных швов
$k_{SFR_b}, k_{SFR_{bj}}, k_{SFR_{hj}}$	Коэффициент снижения жесткости	Характеризует поведение камня и растворных швов от идеально упругого до идеально упругопластического

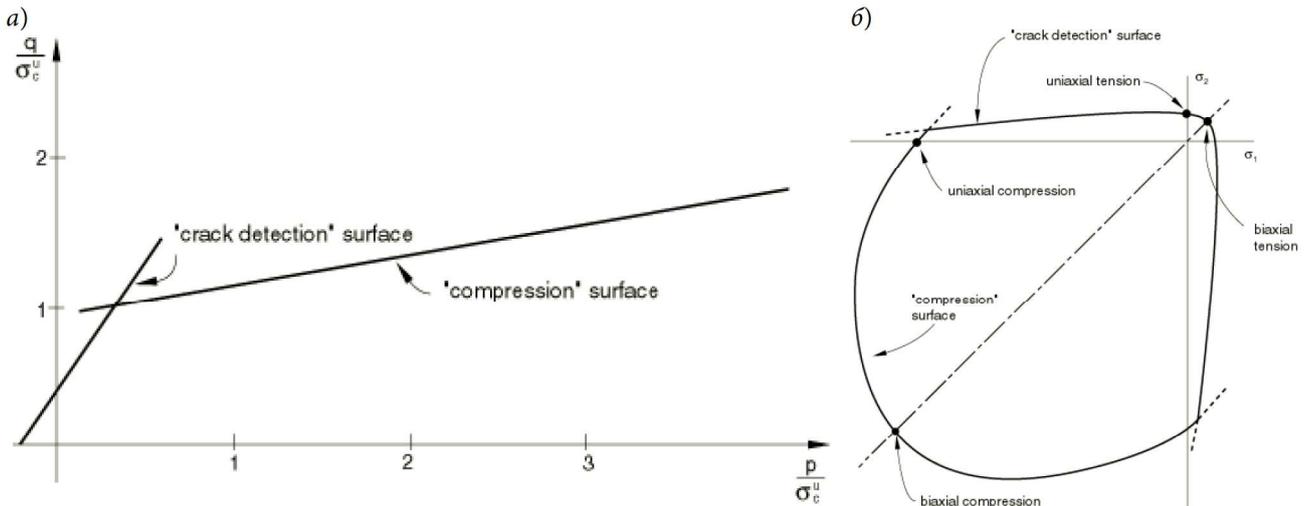


Рис. 3. Поверхность прочности CSC-модели: а — в  $p$ - $q$ -координатах; б — при плоском напряженном состоянии\*\*

\*\* Abaqus Theory Manual. URL: <http://abaqusdocs.eait.uq.edu.au/v6.9ef/books/stm/default.htm?startat=ch04s05ath121.html> (дата обращения: 13.12.2024).

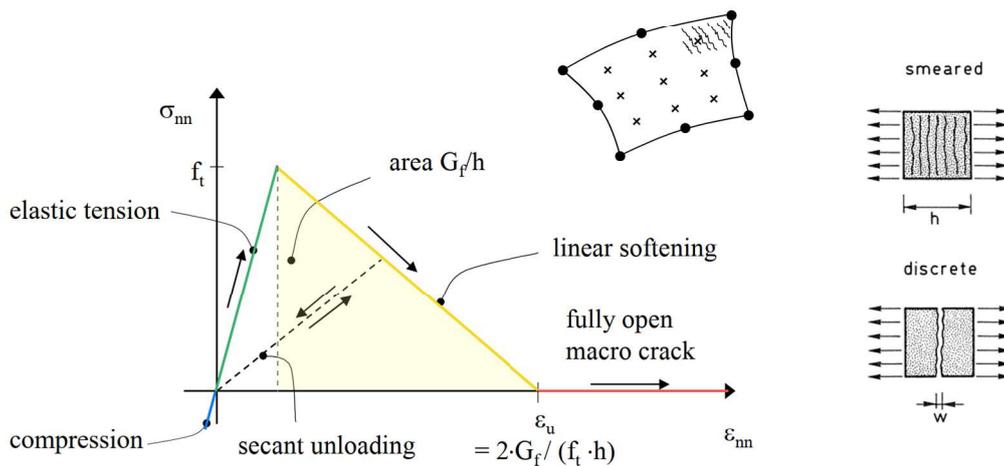


Рис. 4. Диаграмма деформирования материала в области растяжения с линейной ветвью разупрочнения [17, 18]

гия, необходимая для образования единицы площади новой поверхности трещины [16]. Она равна площади под диаграммой зависимости напряжения от ширины раскрытия реальной трещины (см. рис. 4).

При численном моделировании процесса разупрочнения известна зависимость результатов расчета от размера сетки конечных элементов. Для решения этой проблемы используется параметр  $h$  — ширина размазывания трещины (crack band width).

В области сжатия используется следующая поверхность прочности (см. рис. 3):

$$f_c = q - \sqrt{3}a_0 p - \sqrt{3}\tau_c = 0, \quad (2)$$

где  $p$  — среднее напряжение;  $q$  — эквивалентное напряжение Мизеса (инварианты напряжений);  $a_0$  — константа, определяемая как отношение предельного напряжения при двухосном сжатии к пределу прочности при одноосном сжатии;  $\tau_c$  — предел текучести при чистом сдвиге.

В модели принят ассоциированный закон пластического течения.

В Midas FEA/GTS NX реализованы разные независимые диаграммы деформирования материала при растяжении и сжатии. В общем случае при одноосном растяжении поведение материала — линейно упругое до достижения предела прочности ( $f_t$ ), да-

лее реализуется механизм разупрочнения. При одноосном сжатии — линейно упругое до некоторого предела  $f_{c0}$ , соответствующего достижению поверхности текучести. На пластической стадии сначала наблюдается упрочнение, а при превышении предела прочности  $f_c$  — разупрочнение материала (рис. 5).

Для учета деградации модуля сдвига после образования трещины применяется коэффициент  $\beta$ . Высокие значения ( $\beta \approx 1$ ) отражают зацепление между поверхностями раздела трещин, низкие значения ( $\beta \approx 0,01$ ), напротив, имитируют гладкие поверхности почти без трения [18]. Данный параметр оказывает влияние на картину трещинообразования и на форму кривой разупрочнения.

Входные параметры CSC-модели представлены в табл. 2.

### 1.3. Concrete damage plasticity model

Concrete damage plasticity (CDP) model — изотропная упруго-пластическая модель с упрочнением и разупрочнением. Модель изначально была разработана для бетона [19, 20]. В настоящее время широко используется за рубежом для моделирования каменной кладки [21], и особенно часто — для оценки сейсмических воздействий [6].

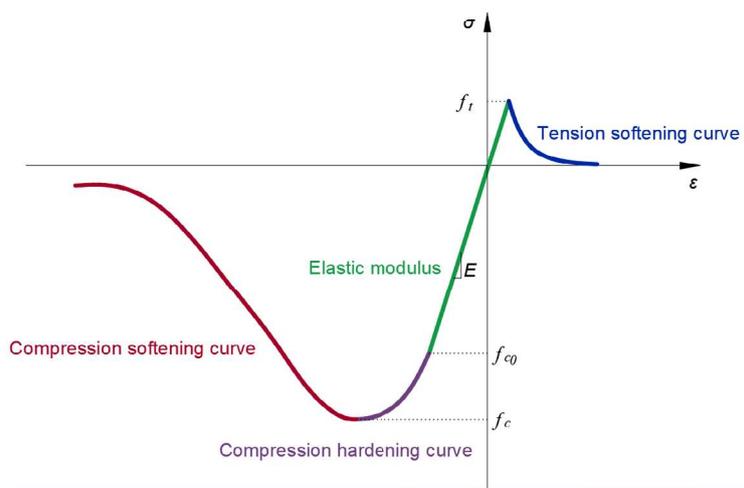


Рис. 5. Общий вид диаграммы деформирования для моделей Concrete smeared crack и Concrete damage plasticity (см. п. 1.3)

Модель учитывает различное поведение материала при растяжении и сжатии (см. рис. 5).

В отличие от модели smeared crack, где при разгрузке из области растяжения принимается поврежденное упругое (elastic-damage) (рис. 6, а), а при разгрузке из области сжатия — упруго-пластическое поведение (рис. 6, б)<sup>1</sup>, в модели CDP принята упруго-пластически-поврежденная модель (рис. 6, в).

<sup>1</sup> Midas GTS NX Manual. URL: <https://midassupport.jitbit.com/KB/View/32636343-midas-gts-nx-manuals-and-tutorials> (дата обращения: 13.12.2024).

Закрывание трещин при сжатии учитывается с помощью коэффициентов  $w_c = 1$  и  $w_t = 0$  (рис. 7, в).

Деградация модуля упругости определяется независимо для растяжения ( $d_r$ ) и сжатия ( $d_c$ ) (рис. 7). Эти коэффициенты по сути являются функциями поврежденности, введенными впервые Ю. Н. Работновым [24], и находятся в диапазоне от 0 (отсутствие повреждений) до 1 (полное разрушение).

Модель построена в терминах механики разрушения, в которой применяются так называемые эффективные напряжения, являющиеся отношением действующих напряжений к функции сплошности (по Л. М. Качанову [24]):

Таблица 2

**Параметры модели Concrete smeared crack**

Параметр		Описание параметра
$E$	Модуль упругости	Жесткость каменной кладки
$\nu$	Коэффициент Пуассона	
$f_c, f_t$	Предел прочности	Прочность каменной кладки при одноосном сжатии и растяжении
$G_p, G_c$	Энергия разрушения	Энергия, необходимая для образования единицы площади новой поверхности трещины
$h$	Ширина «размазывания» трещины (crack band width)	Позволяет нивелировать зависимость результатов расчета от размеров сетки конечных элементов. Зависит от размеров конечных элементов
$\beta$	Коэффициент снижения модуля сдвига	Характеризует изменение модуля сдвига каменной кладки после образования трещины

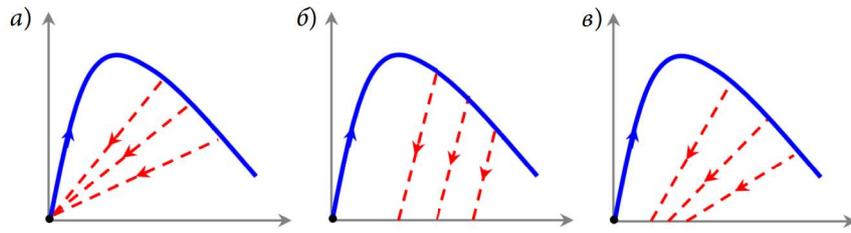


Рис. 6. Схематичное представление поведения квазихрупких материалов при разгрузке: а — поврежденное упругое (elastic-damage); б — упруго-пластическое (elastic-plastic); в — поврежденное упруго-пластическое (elastic-plastic-damage) [22]

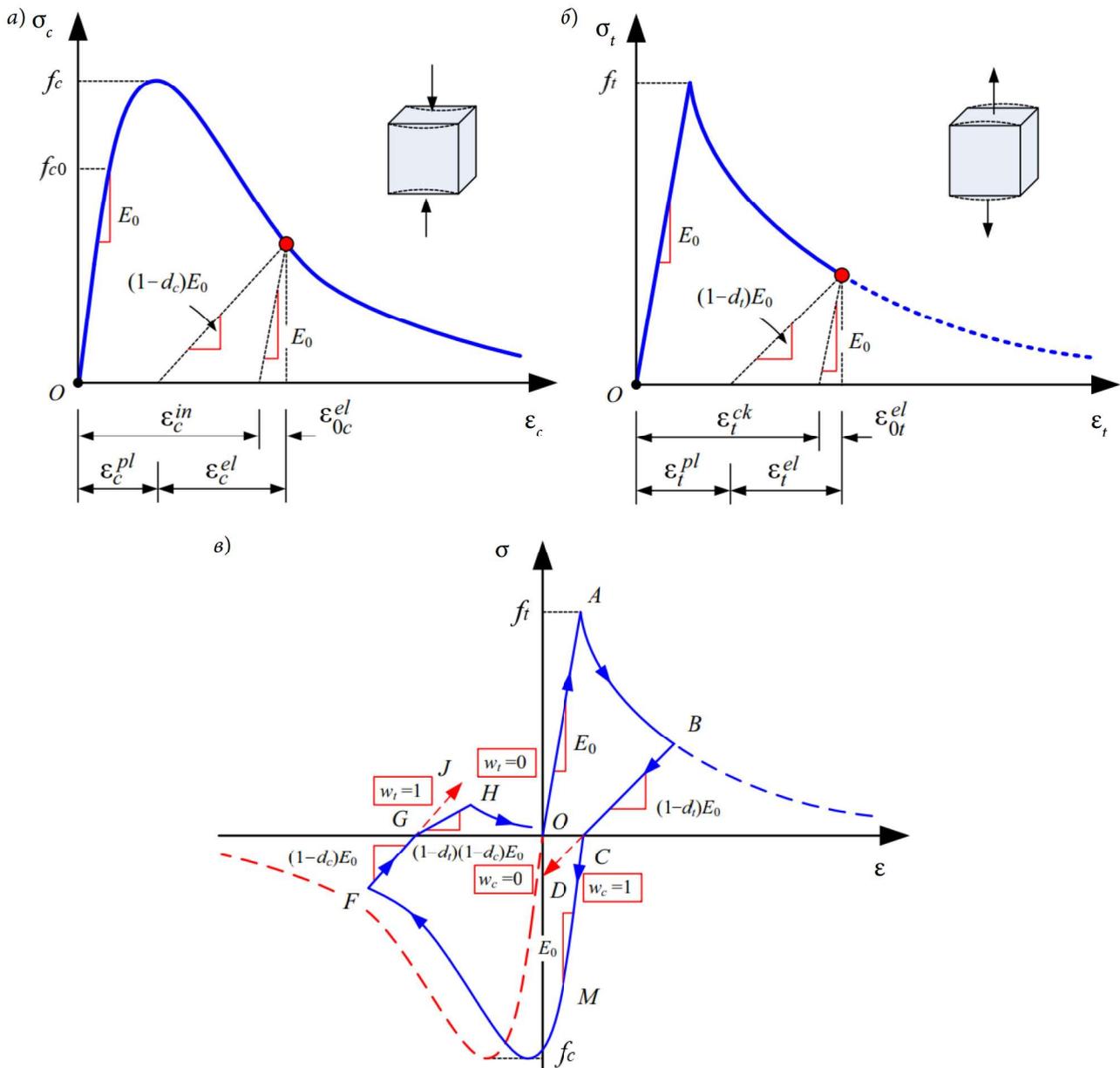


Рис. 7. Диаграмма деформирования в CDP-модели: а — сжатие; б — растяжение; в — цикл одноосного нагружения (растяжение–сжатие–растяжение) при стандартных параметрах  $w_t = 0$  и  $w_c = 1$  [23]

$$\bar{\sigma}_t = \frac{\sigma_t}{(1-d_t)} = E_0(\varepsilon_t - \varepsilon_t^{pl}); \quad (3)$$

$$\bar{\sigma}_c = \frac{\sigma_c}{(1-d_c)} = E_0(\varepsilon_c - \varepsilon_c^{pl}), \quad (4)$$

где  $E_0$  — начальный модуль упругости материала;  $\sigma_t$  и  $\varepsilon_t$ ,  $\sigma_c$  и  $\varepsilon_c$  — напряжения и относительные деформации при растяжении и сжатии соответственно;  $\varepsilon_t^{pl}$  и  $\varepsilon_c^{pl}$  — пластические деформации.

При растяжении работа кладки определяется через деформации трещин (cracking strain)  $\varepsilon_t^{ck}$ , которые вычисляются как разница между полной и упругой деформацией (рис. 7, б):

$$\varepsilon_t^{ck} = \varepsilon_t - \varepsilon_{0t}^{el} = \varepsilon_t - \frac{\sigma_t}{E_0}. \quad (5)$$

Аналогично задается сжатие материала, при этом вместо  $\varepsilon_t^{ck}$  используются идентичные по сути неупругие деформации (inelastic strain)  $\varepsilon_c^{in}$  (рис. 7, а).

В процессе расчета введенные параметры конвертируются в пластические деформации с помощью следующих соотношений:

$$\varepsilon_t^{pl} = \varepsilon_t^{ck} - \frac{d_t}{(1-d_t)} \frac{\sigma_t}{E_0}; \quad (6)$$

$$\varepsilon_c^{pl} = \varepsilon_c^{in} - \frac{d_c}{(1-d_c)} \frac{\sigma_c}{E_0}. \quad (7)$$

Функция текучести CDP-модели записывается в терминах эффективных напряжений (рис. 8, а):

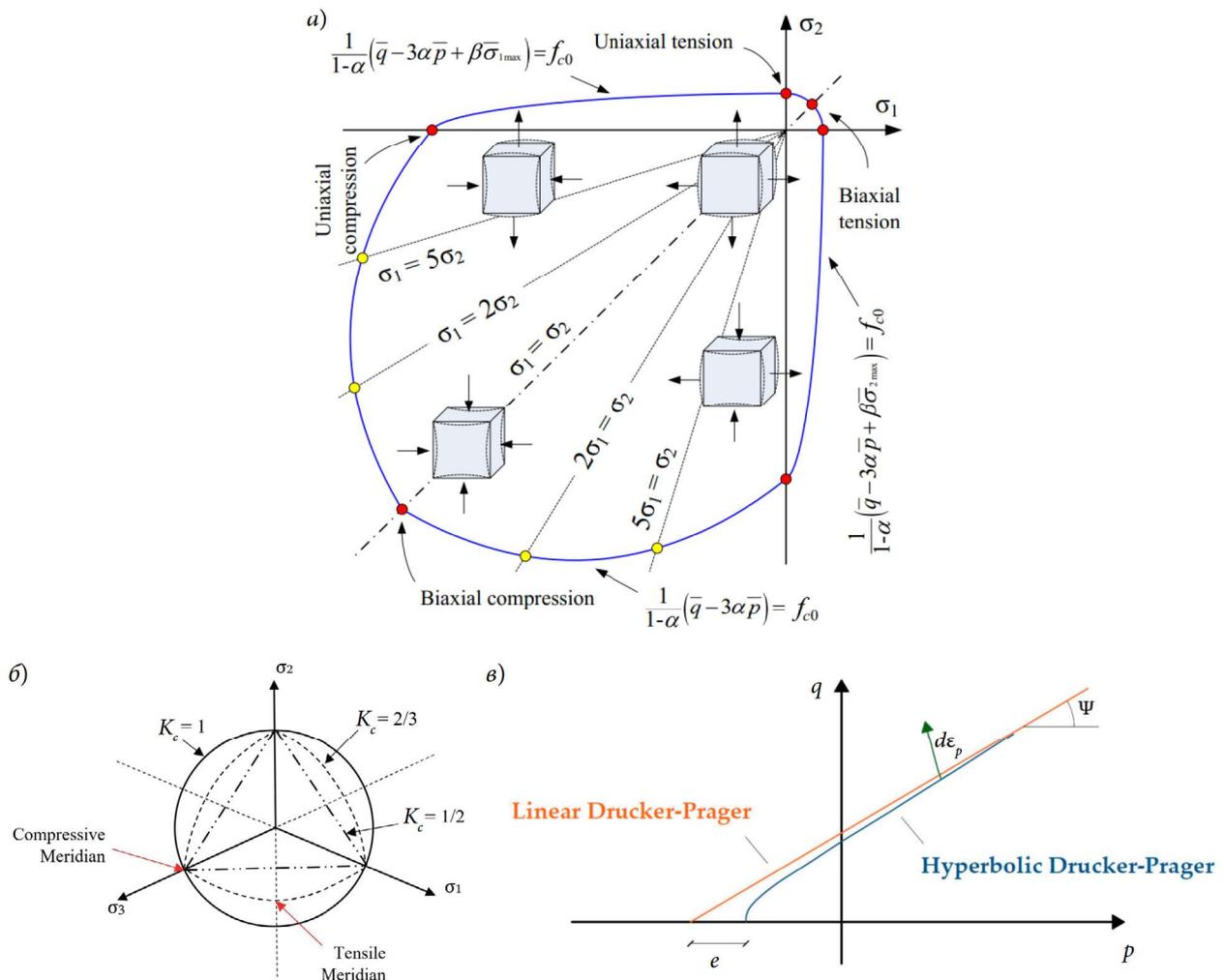


Рис. 8. Поверхность прочности CDP-модели: а — при плоском напряженном состоянии [23]; б — в девиаторной плоскости, при различных значениях  $K_c$  [26]; в — закон пластического течения в плоскости  $p$ - $q$  [27]

$$F = \frac{1}{1-\alpha} \left( \bar{q} - 3\alpha\bar{p} + \beta \left( \varepsilon^{pl} \right) \langle \bar{\sigma}_{\max} \rangle - \gamma \langle -\bar{\sigma}_{\max} \rangle \right) - \bar{\sigma}_c \left( \varepsilon_c^{pl} \right) = 0, \quad (8)$$

где  $\beta = \frac{\bar{\sigma}_c \left( \varepsilon_c^{pl} \right)}{\bar{\sigma}_t \left( \varepsilon_t^{pl} \right)} (1-\alpha) - (1+\alpha)$ ;  $\alpha = \frac{(f_{b0}/f_{c0})-1}{2(f_{b0}/f_{c0})-1}$ ;

$$\gamma = \frac{3(1-K_c)}{2K_c-1},$$

где  $p$  и  $q$  — инварианты напряжений;  $\bar{\sigma}_{\max}$  — максимальное главное эффективное напряжение;  $\langle \cdot \rangle$  — скобки Маколея;  $f_{b0}/f_{c0}$  — отношение начального напряжения текучести при двухосном и одноосном сжатии;  $K_c$  — параметр, отвечающий за форму поверхности прочности (рис. 8, б).

Зачастую значение параметра  $f_{b0}/f_{c0}$  принимают равным 1,1–1,16 [25].

В модели принят неассоциированный закон пластического течения. Потенциал пластического течения определяется углом дилатансии  $\psi$  и эксцентриситетом  $e$  (рис. 8, в):

$$G = \sqrt{(e f_t \tan \psi)^2 + \bar{q}^2} - \bar{p} \tan \psi = 0. \quad (9)$$

В модели применяется вязкопластическая регуляризация определяющих уравнений (viscosity parameter,  $\mu$ ). Высокое значение вязкости позволяет избежать проблем со сходимостью решения и гарантирует

более плавную кривую деформирования, с другой стороны, вязкость оказывает влияние на постпиковое поведение материала, что может приводить к переоценке несущей способности конструкции в целом (рис. 9). Поэтому нужно стремиться к назначению минимально возможных значений этого параметра, например 0,0001–0,002.

Входные параметры модели CDP приведены в табл. 3.

## 2. Результаты

В результате анализа представленных моделей были выделены их достоинства и недостатки. Так, модель *Masonry*, используя простейшую теорию наибольших нормальных растягивающих напряжений, позволяет определить места возникновения трещин под влиянием горизонтальных нагрузок или дополнительных неравномерных осадок. Однако неучет прочности при сжатии и сложных видов НДС может приводить к неверной оценке несущей способности отдельных конструкций и здания в целом.

CSC-модель лишена указанного недостатка и при этом обладает рядом преимуществ: отдельные законы деформирования при растяжении, сжатии и сдвиге, в том числе учитывающие упрочнение/разупрочнение, что

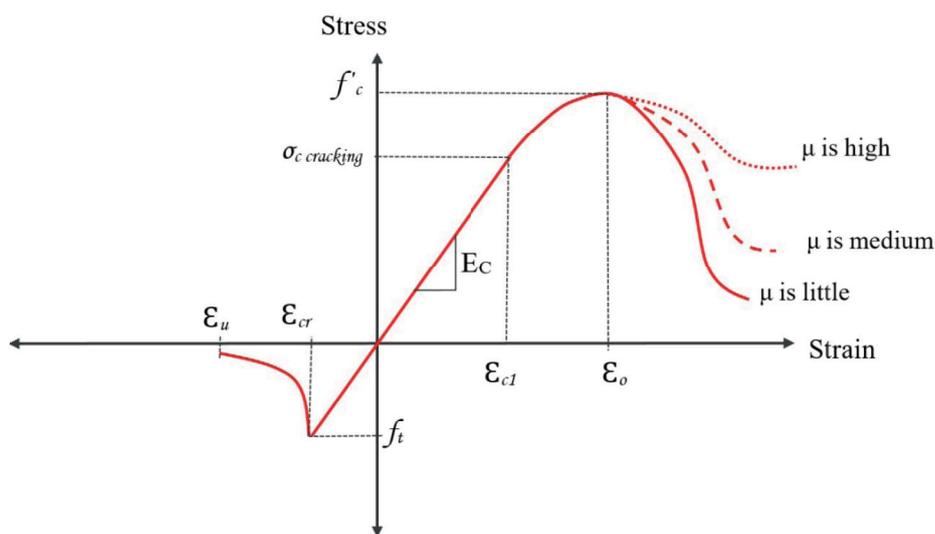


Рис. 9. Влияние параметра вязкости на поведение материала [26]

Параметры модели Concrete damage plasticity

Параметр	Описание параметра
$E$	Модуль упругости
$\nu$	Коэффициент Пуассона
<i>Tension softening curve</i>	Кривая разупрочнения кладки при растяжении (вводится в табличном виде)
<i>Compression hardening/softening curve</i>	Кривая упрочнения/разупрочнения кладки при сжатии (вводится в табличном виде)
$\psi$	Угол дилатансии
$f_{b0}/f_{c0}$ ratio	Коэффициент прочности при разном виде НДС
$K_c$	Параметр формы поверхности прочности
$e$	Эксцентриситет
$\mu$	Вязкость ( <i>viscosity parameter</i> )
$f(d_t), f(d_c)$	Кривые повреждения при растяжении и сжатии
$w_p, w_c$	Tension, compression recovery

позволяет отслеживать не только возникновение, но и развитие трещин. В то же время модель не учитывает анизотропию материала и дилатансию, занижает (обнуляет) деформации при закрытии трещин, т. е. при разгрузке в области растяжения, и завышает при разгрузке в области сжатия. Указанные недостатки могут проявляться при работе каменной кладки при сложном НДС, например, в местах опирания на стены балок, арок, сводов, перемычек и прочих конструкций, а также при дополнительных осадках, горизонтальных нагрузках, сейсмических воздействиях.

Наиболее совершенной из рассмотренных является CDP-модель. Несмотря на изотропность, в ней отсутствуют недостатки других моделей. Кроме того, она обладает гибкостью в настройке формы поверхности прочности, а с помощью функций поврежденности позволяет корректно описывать изменение

жесткости при знакопеременных нагрузках, т. е. при открытии и закрытии трещин, что может происходить при длительной эксплуатации зданий, например, под влиянием нового строительства/реконструкции, вибрационных и климатических воздействиях.

По результатам анализа моделей была составлена табл. 4, в которой приведена их краткая характеристика. Оценка достоинств и недостатков моделей приведена в табл. 5.

В качестве примера выполним расчет с использованием CDP-модели на дополнительные деформации одного из зданий, расположенных в Санкт-Петербурге. Здание получило сверхнормативные дополнительные осадки величиной до 5,5 см, с относительной неравномерностью осадок 0,0045 во время производства работ по реконструкции набережной. В результате в стенах здания образовалось множество трещин, раскрытие которых в отдельных местах составляло

Таблица 4

## Краткая характеристика моделей

Название модели	Условие прочности	Закон пластического течения	Упрочнение	Разупрочнение	Анизотропия
Masonry	Rankine*	–**	–	–	±
Concrete smeared crack	Hibbitt Mohr-Coulomb	Ассоциированный	+	+	–
Concrete damage plasticity	Drucker-Prager	Неассоциированный	+	+	–

\* Имеется в виду первая теория прочности (теория наибольших нормальных напряжений).

\*\* Закон пластического течения не описан авторами модели.

Таблица 5

## Сопоставление математических моделей

Название модели	Достоинства модели	Недостатки модели
Masonry	<ul style="list-style-type: none"> <li>Гомогенизация;</li> <li>учет анизотропии;</li> <li>рассматривается прочность на растяжение отдельно кирпича, горизонтальных и вертикальных швов</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Гомогенизация не всегда корректно воспроизводит характеристики кладки;</li> <li>нелинейность модели обуславливается только пределом прочности на растяжение;</li> <li>запредельная работа материала не рассматривается;</li> <li>дилатансия не учитывается</li> </ul>
Concrete smeared crack (CSC)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Большой выбор диаграмм деформирования материала;</li> <li>работа материала за пределом прочности;</li> <li>ортоотропная модель трещинообразования</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Изотропное поведение;</li> <li>дилатансия не учитывается</li> </ul>
Concrete damage plasticity (CDP)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Работа материала за пределом прочности;</li> <li>деградация жесткости при циклических воздействиях;</li> <li>диаграммы деформирования вводятся в модель в табличном виде;</li> <li>учитывается дилатансия;</li> <li>возможность изменения формы предельной поверхности Друкера — Прагера</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Изотропное поведение;</li> <li>изотропная модель трещинообразования</li> </ul>

более 1 см. Фактическое распределение вертикальных деформаций было приложено к модели здания (рис. 10). Распределение трещин определялось с помощью параметра *tension damage*. Величина этого параметра, близкая к единице, представляет конечную точку на диаграмме деформирования материала при растяжении или, что то же самое, полное раскрытие трещины. В подавляющем большинстве случаев прогнозируемые и фактические места трещинообразования совпали (рис. 11). В отдельных точках наблюдались расхождения, что может быть

связано в первую очередь со способом моделирования (путем прямого приложения перемещений) и незнанием реальных характеристик каменной кладки.

На данный момент большой проблемой при выполнении расчетов является назначение параметров каменной кладки, особенно исторической, так как характеристик, представленных в нормативных документах<sup>2</sup>, недостаточно для нелинейных моделей, а испытания непосредственно образцов кладки выполняются крайне редко. Поэтому в настоящей работе были

<sup>2</sup> СП 15.13330.2020. Каменные и армокаменные конструкции.

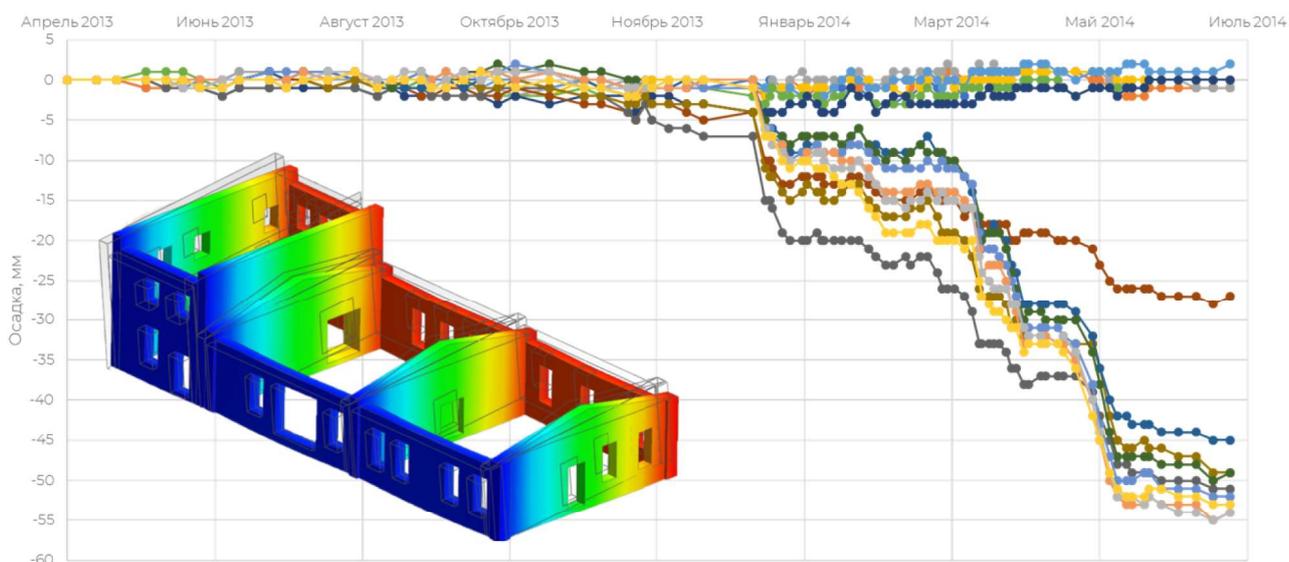


Рис. 10. Дополнительные деформации здания

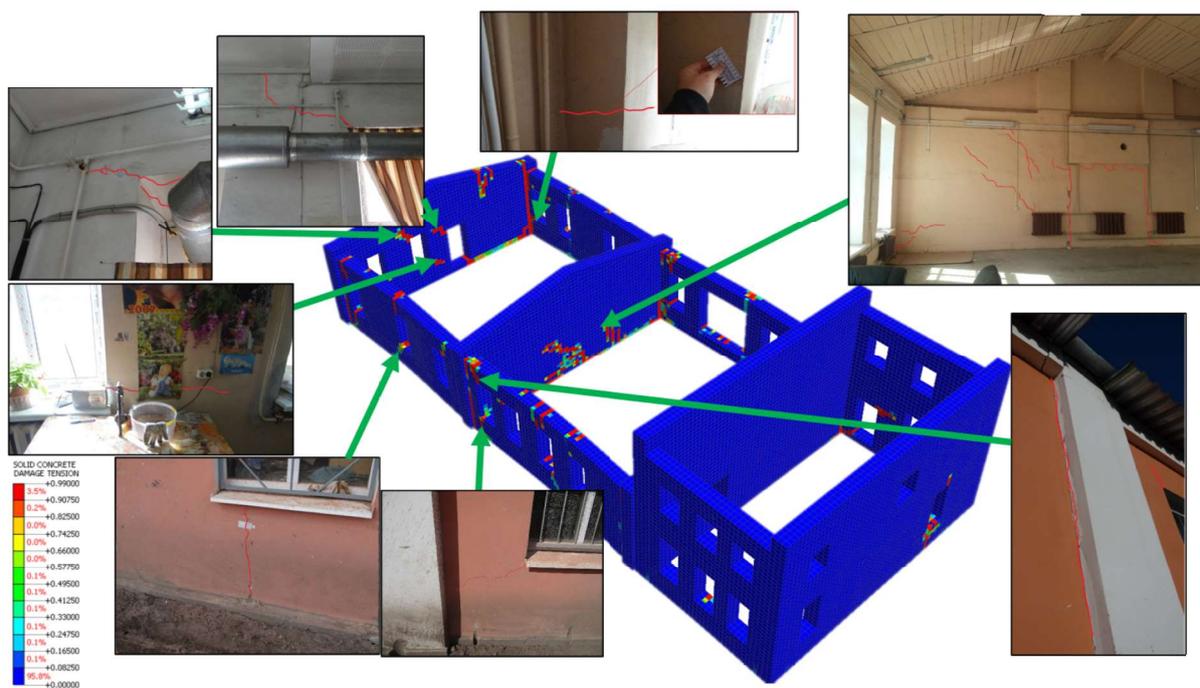


Рис. 11. Сопоставление результатов численного моделирования и мониторинга

собраны известные в литературе зависимости (табл. 6), которые можно использовать для предварительных оценок.

**Заключение**

Общеизвестно, что каменная кладка обладает выражено нелинейными свойствами.

Более того, существенное влияние на распределение напряжений в несущих конструкциях сооружений оказывают трещины. Таким образом, для корректного определения несущей способности и эксплуатационной пригодности окружающей застройки необходим

**Зависимости для определения выходных параметров моделей**

Название модели	Параметр	Зависимость (уравнение)
Masonry	$f_{tb}$ — предел прочности камня на растяжение; $f_{wb}$ — предел прочности камня на изгиб; $f_{cb}$ — предел прочности камня на сжатие; $E_b$ — модуль упругости камня; $\nu_b$ — коэффициент Пуассона камня; $f_j$ — предел прочности раствора на растяжение; $f_{cj}$ — предел прочности раствора на сжатие; $E_j$ — модуль упругости раствора; $\nu_j$ — коэффициент Пуассона раствора	$f_{tb} = 0,33...0,4 f_{wb}$ [2]; $f_{wb}$ — по результатам испытаний; $f_{tb} = 0,04...0,1 f_{cb}$ [6, 30]; $f_{cb}$ — по результатам испытаний; $E_b = 300...430 f_{cb}$ [6, 30]; $f_j = 0,15...0,33 f_{cj}$ [6, 30]; $f_{cj}$ — по результатам испытаний; $E_j = 50...850 f_{cj}$ [30]; $\nu_{b,j} = 0,2...0,35$ [6]
Concrete smeared crack (CSC)	$E$ — модуль упругости кладки; $\nu$ — коэффициент Пуассона кладки; $f_c$ — предел прочности кладки на сжатие $f_t$ — предел прочности кладки на растяжение; $G_{ft}$ — энергия разрушения кладки при растяжении; $G_{fc}$ — энергия разрушения кладки при сжатии; $\beta$ — коэффициент снижения модуля сдвига кладки; $h$ — ширина «размазывания» трещин	$E = 200...750 f_c$ [6, СП 15.13330.2020]; $\nu = 0,15...0,25$ [6, СП 15.13330.2020]; $f_c$ — по формуле Л. И. Онищика или по Еврокоду 6; $f_t = 0,1...0,2 f_c$ [6]; $G_{ft} = 0,029 f_t$ [6]; $G_{fc} = 15 + 0,43 f_c - 0,0036 f_c^2$ [6]; $\beta = 0,01...0,2$ [18, 31]; $h = \sqrt{\text{площадь\_КЭ}}$ — плоские КЭ; $h = \sqrt[3]{\text{объем\_КЭ}}$ — объемные КЭ*
Concrete damage plasticity (CDP)	$f_{b0}/f_{c0}$ — отношение начального напряжения текучести при двухосном и одноосном сжатии кладки; $\psi$ — угол дилатансии кладки; $e$ — эксцентриситет; $\mu$ — параметр вязкости; $K_c$ — параметр формы поверхности прочности	$f_{b0}/f_{c0} = 1,1...1,16$ [25]; $\psi = 10...36^\circ$ [5, 27, 28]; $e = 0,1$ [6]; $\mu = 0,0001...0,002$ [27, 28]; $K_c = 0,667$ [29]

\* Diana FEA Manual. URL: <https://manuals.dianafea.com/d102/MatLib/node103.html> (дата обращения: 13.12.2024).

учет нелинейных свойств не только грунтового основания, но и конструкций самого здания.

В настоящей работе представлен обзор и анализ потенциально пригодных для расчета каменных сооружений нелинейных моделей, реализованных в геотехническом ПО Midas FEA/GTS NX. Наиболее совершенной из рассмотренных признана модель Concrete damage plasticity.

В то же время нелинейные модели требуют определения дополнительных параметров, отсутствующих в нормативной литературе, поэтому в работе приводятся различные зависимости, с помощью которых можно определить примерный диапазон изменения параметров и выполнить оценочные (пред-

варительные) расчеты. При этом следует понимать, что корректное назначение любой характеристики модели может быть выполнено только на основании валидации/калибровки по данным лабораторных испытаний и/или натурных исследований.

**Библиографический список**

1. *Гениев Г. А.* Вопросы прочности и пластичности анизотропных материалов. М.: Интербук, 1993. 187 с.
2. *Онищик Л. И.* Прочность и устойчивость каменных конструкций. М.; Л.: Главредстройлит, 1937. 292 с.
3. *Орлович Р. Б., Деркач В. Н.* Применение классических теорий прочности для расчета каменной кладки в условиях сложного напряженного состояния // Строительство и реконструкция. 2011. № 1 (33). С. 35–40.

4. Rots J. G. Structural masonry. An experimental/numerical basis for practical design rules. Rotterdam: A. A. Balkema, 1997. 166 p.
5. Lourenço P. J. B. B. Computational strategies for masonry structures, PhD Dissertation. Delft: Delft University Press, 1996. 210 p.
6. Ghiassi B., Milani G. Numerical modeling of masonry and historical structures. From theory to application. Kidlington: Woodhead Publishing, 2019. 890 p.
7. Bakeer T. T. Collapse Analysis of Masonry Structures under Earthquake Actions: PhD Dissertation. Dresden: Technischen Universität Dresden, 2009. 266 p.
8. Lee J. S., Pande G. N., Middleton J., Kralj B. Numerical Modeling of Brick Masonry Panels subject to Lateral Loadings // Computers & Structures. 1996. Vol. 61 (4). Pp. 735–745.
9. Pande G. N., Liang J. X., Middleton J. Equivalent elastic moduli for brick masonry // Computers and Geotechnics. 1989. Vol. 8 (3). Pp. 243–265.
10. Lourenço P. B., Milani G., Tralli A., Zucchini A. Analysis of masonry structures: review of and recent trends in homogenization techniques // Canadian Journal of Civil Engineering. 2007. Vol. 34 (11). Pp. 1443–1457.
11. Hibbitt H. D. A simplified model for concrete at low confining pressures // Nuclear Engineering and Design. 1987. Vol. 104 (3). Pp. 313–320.
12. Rashid Y. R. Ultimate strength analysis of prestressed concrete pressure vessels // Nuclear Engineering and Design. 1968. Vol. 7 (4). Pp. 334–344.
13. Lotfi H. R., Shing P. B. An appraisal of smeared crack models for masonry shear wall analysis // Computer & Structures. 1991. Vol. 41 (3). Pp. 413–425.
14. Rots J. G. Numerical simulation of cracking in structural masonry // Heron. 1991. Vol. 36 (2). Pp. 49–63.
15. Almusaed A., Almssad A. (Eds.). Masonry for Sustainable Construction. London: IntechOpen, 2023. 122 p.
16. Зайцев Ю. В. Механика разрушения для строителей. М.: Высшая школа, 1991. 288 с.
17. Netzel H. D. Building response due to ground movements: PhD Dissertation. Delft: IOS Press. 2009. 318 p.
18. Rots J. G., Nauta P., Kusters G. M. A., Blaauwendraad J. Smeared Crack Approach and Fracture Localization in Concrete // Heron. 1985. Vol. 30 (1). Pp. 1–48.
19. Lubliner J., Oliver J., Oller S., Oñate E. A Plastic-Damage Model for Concrete // International Journal of Solids and Structures. 1989. Vol. 25 (3). Pp. 299–326.
20. Lee J., Fenves G. L. Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures // Journal of Engineering Mechanics. 1998. Vol. 124 (8). Pp. 892–900.
21. Rainone L. S., Tateo V., Casolo S., Uva G. About the Use of Concrete Damage Plasticity for Modeling Masonry Post-Elastic Behavior // Buildings. 2023. Vol. 13 (8). Pp. 1–31.
22. Benin A. V., Semenov A. S., Semenov S. G., Beliaev M. O., Modestov V. S. Methods of identification of concrete elastic-plastic-damage models // Инженерно-строительный журнал. 2017. № 8 (76). С. 279–297.
23. Chi Y., Yu M., Huang L., Xu L. Finite element modeling of steel-polypropylene hybrid fiber reinforced concrete using modified concrete damaged plasticity // Engineering Structures. 2017. Vol. 148. Pp. 23–35.
24. Качанов Л. М. Основы механики разрушения. М.: Наука, 1974. 312 с.
25. Page A. W. The biaxial compressive strength of brick masonry // Proceedings of the Institution of Civil Engineers. 1981. Vol. 71 (3). Pp. 893–906.
26. Jabbar A. M. Impact of failure-surface parameters of concrete damage plasticity model on the behavior of reinforced ultra-high performance concrete beams // Periodica Polytechnica Civil Engineering. 2023. Vol. 67 (2). Pp. 495–504.
27. Rainone L. S., Tateo V., Casolo S., Uva G. About the use of concrete damage plasticity for modeling masonry post-elastic behavior // Buildings. 2023. Vol. 13 (8). Pp. 1–31.
28. Abbati S. D., D’Altri A. M., Ottonelli D., Castellazzi G., Cattari S., de Miranda S., Lagomarsino S. Seismic assessment of interacting structural units in complex historic masonry constructions by nonlinear static analyses // Computers & Structures. 2019. Vol. 213. Pp. 57–71.
29. Milani G., Valente M., Alessandri C. The narthex of the Church of the Nativity in Bethlehem: A non-linear finite element approach to predict the structural damage // Computers & Structures. 2018. Vol. 207. Pp. 3–18.
30. Jafari S. Material characterisation of existing masonry. A strategy to determine strength, stiffness and toughness properties for structural analysis: PhD Dissertation. Enschede: Ipskamp Printing, 2021. 251 p.
31. Van Noort J. R. Computational modeling of masonry structures: Master thesis. Delft: Delft University Press, 2012. 126 p.

## References

1. Geniev G. A. *Voprosy prochnosti i plastichnosti anizotropnykh materialov* [Issues of strength and plasticity of anisotropic materials]. Moscow, Interbuk Publ., 1993, 187 p.
2. Onishchik L. I. *Prochnost' i ustoychivost' kamennykh konstruksiy* [Strength and stability of stone structures]. Moscow, Leningrad, Glavredstroylit Publ., 1937, 292 p.

3. Orlovich R. B., Derkach V. N. *Primenenie klassicheskikh teoriy prochnosti dlya rascheta kamennoy kladki v usloviyakh slozhnogo napryazhennogo sostoyaniya* [Application of classical strength theories for calculation of masonry under conditions of complex stressed state]. *Stroitel'stvo i rekonstruktsiya – Construction and Reconstruction*, 2011, no. 1 (33), pp. 35–40.
4. Rots J. G. *Structural masonry. An experimental/numerical basis for practical design rules*. Rotterdam, A. A. Balkema Publ., 1997, 166 p.
5. Lourenço P. J. B. B. *Computational strategies for masonry structures*, PhD Dissertation. Delft, Delft University Press, 1996, 210 p.
6. Ghiassi B., Milani G. *Numerical modeling of masonry and historical structures. From theory to application*. Kidlington, Woodhead Publ., 2019, 890 p.
7. Bakeer T. T. *Collapse Analysis of Masonry Structures under Earthquake Actions*: PhD Dissertation. Dresden, Technischen Universität Dresden, 2009, 266 p.
8. Lee J. S., Pande G. N., Middleton J., Kralj B. *Numerical Modeling of Brick Masonry Panels subject to Lateral Loadings*. *Computers & Structures*, 1996, vol. 61 (4), pp. 735–745.
9. Pande G. N., Liang J. X., Middleton J. *Equivalent elastic moduli for brick masonry*. *Computers and Geotechnics*, 1989, vol. 8 (3), pp. 243–265.
10. Lourenço P. B., Milani G., Tralli A., Zucchini A. *Analysis of masonry structures: review of and recent trends in homogenization techniques*. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 2007, vol. 34 (11), pp. 1443–1457.
11. Hibbitt H. D. *A simplified model for concrete at low confining pressures*. *Nuclear Engineering and Design*, 1987, vol. 104 (3), pp. 313–320.
12. Rashid Y. R. *Ultimate strength analysis of prestressed concrete pressure vessels*. *Nuclear Engineering and Design*, 1968, vol. 7 (4), pp. 334–344.
13. Lotfi H. R., Shing P. B. *An appraisal of smeared crack models for masonry shear wall analysis*. *Computer & Structures*, 1991, vol. 41 (3), pp. 413–425.
14. Rots J. G. *Numerical simulation of cracking in structural masonry*. *Heron*, 1991, vol. 36 (2), pp. 49–63.
15. Almusaed A., Almsaad A. (Eds.). *Masonry for Sustainable Construction*. London, IntechOpen Publ., 2023, 122 p.
16. Zaytsev Yu. V. *Mekhanika razrusheniya dlya stroiteley* [Fracture mechanics for builders]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1991, 288 p.
17. Netzel H. D. *Building response due to ground movements*: PhD Dissertation. Delft, IOS Press Publ., 2009, 318 p.
18. Rots J. G., Nauta P., Kusters G. M. A., Blaauwendraad J. *Smeared Crack Approach and Fracture Localization in Concrete*. *Heron*, 1985, vol. 30 (1), pp. 1–48.
19. Lubliner J., Oliver J., Oller S., Oñate E. *A Plastic-Damage Model for Concrete*. *International Journal of Solids and Structures*, 1989, vol. 25 (3), pp. 299–326.
20. Lee J., Fenves G. L. *Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures*. *Journal of Engineering Mechanics*, 1998, vol. 124 (8), pp. 892–900.
21. Rainone L. S., Tateo V., Casolo S., Uva G. *About the Use of Concrete Damage Plasticity for Modeling Masonry Post-Elastic Behavior*. *Buildings*, 2023, vol. 13 (8), pp. 1–31.
22. Benin A. V., Semenov A. S., Semenov S. G., Beliaev M. O., Modestov V. S. *Methods of identification of concrete elastic-plastic-damage models*. *Inzhenerno-stroitel'nyi zhurnal – Engineering and Construction Journal*, 2017, no. 8 (76), pp. 279–297.
23. Chi Y., Yu M., Huang L., Xu L. *Finite element modeling of steel-polypropylene hybrid fiber reinforced concrete using modified concrete damaged plasticity*. *Engineering Structures*, 2017, vol. 148, pp. 23–35.
24. Kachanov L. M. *Osnovy mekhaniki razrusheniya* [Fundamentals of fracture mechanics]. Moscow, Nauka Publ., 1974, 312 p.
25. Page A. W. *The biaxial compressive strength of brick masonry*. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, 1981, vol. 71 (3), pp. 893–906.
26. Jabbar A. M. *Impact of failure surface parameters of concrete damage plasticity model on the behavior of reinforced ultra-high performance concrete beams*. *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, 2023, vol. 67 (2), pp. 495–504.
27. Rainone L. S., Tateo V., Casolo S., Uva G. *About the use of concrete damage plasticity for modeling masonry post-elastic behavior*. *Buildings*, 2023, vol. 13 (8), pp. 1–31.
28. Abbati S. D., D'Altri A. M., Ottonelli D., Castellazzi G., Cattari S., de Miranda S., Lagomarsino S. *Seismic assessment of interacting structural units in complex historic masonry constructions by nonlinear static analyses*. *Computers & Structures*, 2019, vol. 213, pp. 57–71.
29. Milani G., Valente M., Alessandri C. *The narthex of the Church of the Nativity in Bethlehem: A non-linear finite element approach to predict the structural damage*. *Computers & Structures*, 2018, vol. 207, pp. 3–18.
30. Jafari S. *Material characterisation of existing masonry. A strategy to determine strength, stiffness and toughness properties for structural analysis*: PhD Dissertation. Enschede, Ipskamp Printing Publ., 2021, 251 p.
31. Van Noort J. R. *Computational modeling of masonry structures: Master thesis*. Delft, Delft University Press, 2012, 126 p.