

© Х. А. Кайс, преподаватель-исследователь
(Университет Саны, Республика Йемен, Сана)

E-mail: hamza.qais@mail.ru

© Р. М. Гильфанов, канд. техн. наук, доцент
(Казанский государственный аграрный университет,
Казань, Россия)

E-mail: gilfanov.rash@yandex.ru

© Н. Н. Морозова, канд. техн. наук, доцент
(Казанский государственный архитектурно-
строительный университет, Казань, Россия)

E-mail: ninamor@mail.ru

© О. М. Абдулазиз, канд. техн. наук, доцент
(Университет Саны, Республика Йемен, Сана)

E-mail: o.alabsi@su.edu.ye

© H. A. Qais, teacher-researcher
(University of Sana'a, Republic of Yemen, Sana'a)

E-mail: hamza.qais@mail.ru

© R. M. Gilfanov, PhD in Sci. Tech., Associate Professor
(Kazan State Agrarian University,
Kazan, Russia)

E-mail: gilfanov.rash@yandex.ru

© N. N. Morozova, PhD in Sci. Tech., Associate Professor
(Kazan State University of Architecture
and Civil Engineering, Kazan, Russia)

E-mail: ninamor@mail.ru

© O. M. Abdulaziz, PhD in Sci. Tech., Associate Professor
(University of Sana'a, Republic of Yemen, Sana'a)

E-mail: o.alabsi@su.edu.ye

ОПТИМИЗАЦИЯ ФРАКЦИОННОГО СОСТАВА ПЕСКА ДЛЯ МЕЛКОЗЕРНИСТОГО БЕТОНА НА ОСНОВЕ ГИПСОЦЕМЕНТНОПУЦЦОЛАНОВОГО ВЯЖУЩЕГО

OPTIMIZATION OF THE FRACTIONAL COMPOSITION OF SAND FOR FINE- GRAINED CONCRETE BASED ON A GYPSUM CEMENT POZZOLANA BINDER

Снижение расхода вяжущих веществ в бетонах является важной задачей и достигается выбором оптимального гранулометрического состава заполнителя; введением активных минеральных добавок, наполнителей; применением суперпластификаторов и эффективных способов уплотнения. Несмотря на высокую технологичность стройматериалов из гипса и гипсосодержащих вяжущих, изделия выпускаются без заполнителей, что приводит к существенному удорожанию конечной продукции. В работе приведены результаты исследования влияния состава фракционированных песков на физико-механические свойства бетона на основе гипсоцементнопуццоланового вяжущего. С помощью построенных математических моделей сформулированы и решены задачи по определению фракционных составов песков, обеспечивающих высокую плотность и прочность на сжатие бетона. Полученные модели по оптимизации физико-механических свойств бетона в зависимости от фракционного состава заполнителя, в качестве которого использовался песок шести различных фракций, позволяют предположить, что возможно достижение прочности этого бетона на 7-е сутки нормально-влажностного твердения 66 МПа со средней плотностью 2278 кг/м³ при насыпной плотности мелкого заполнителя 1665 кг/м³ и минимальной пустотности 36,4 %.

Ключевые слова: гипсоцементнопуццолановое вяжущее, фракционный состав песка, подвижность, плотность, прочность, водостойкость, регрессионный анализ.

Reducing the consumption of binders in concretes is an important task and is achieved by choosing the optimal granulometric composition of the aggregate, adding active mineral additives, fillers, using superplasticizers and effective compaction methods. In the building materials industry, products on gypsum and gypsum-containing binders with their high technology are produced without fillers, which leads to a significant increase in the cost of finished products. The paper presents the results of the study of the effect of the composition of fractionated sands on the physical and mechanical properties of concrete based on gypsum-cement-pozzolan binder. Using the constructed mathematical models, optimization problems were formulated and solved to determine the fractional compositions of sands that provide the best values of physical and mechanical properties of concrete, such as density and compressive strength. The obtained models for optimizing the physical and mechanical properties of concrete depending on the fractional composition of the aggregate, which used sand of six different fractions, suggest that it is possible to achieve the strength of this concrete on the 7th day of normal moisture hardening of 66 MPa with an average density of 2278 kg/m³ with a packed density of fine aggregate of 1665 kg/m³ and a minimum void volume of 36.4 %.

Keywords: gypsum-cement-pozzolana binder, sand fractional composition, mobility, density, strength, water resistance, regression analysis.

Введение

В настоящее время к цементным бетонам, являющимся одним из основных конструктивных строительных материалов, предъявляют все более высокие требования в части минимизации расхода материальных и энергетических ресурсов. Вопросы экономии цемента как дорогостоящего компонента бетона неразрывно связаны с необходимостью поиска новых путей модификации неорганических вяжущих материалов [1–3].

Водостойкие гипсовые вяжущие, для которых традиционным является гипсоцементнопуццолановое вяжущее (ГЦПВ), более чем на 50 % состоят из гипсового вяжущего и только на 15–25 % включают цемент [4]. Как известно, на производство одной тонны гипса требуется топлива в 5 раз меньше, чем на цементное вяжущее. Учет затрат топлива при производстве вяжущих веществ отражает не только их техническую, экономическую сущность, но и экологическую. Поскольку при производстве одной тонны цемента образуется около 900 кг CO_2 , из которого 40 % выделяется при сжигании топлива [5, 6], то снижение расхода клинкерных вяжущих в производстве бетонов путем замены их на ГЦПВ имеет те же экологические преимущества, что и снижение выбросов CO_2 при производстве цементных вяжущих веществ.

Цементоемкость ГЦПВ определяет степень его водостойкости [7, 8], прочность [9] и долговечность [10]. Также особенностью бетонов на гипсосодержащих вяжущих является их быстрое схватывание и распалубочная прочность. Однако при их высокой технологичности изделия изготавливаются из «чистого» вяжущего. Авторами [11] предложено характеризовать вяжущие вещества по «удельной потребляемости заполнителей» (УПЗ), которая изменяется от 0 до 15. Считается, что наименьшее значение УПЗ характерно для гипсового вяжущего и близко к нулю, для портландцемента оно составляет около 10, его можно повысить

до 13 за счет оптимизации фракционного состава заполнителя и улучшения уплотнения бетона.

Существует много предложений по назначению оптимального состава заполнителя. Большинство исследователей [12–15] считают более эффективным непрерывный зерновой состав заполнителя, при котором уменьшается необходимый объем цементного теста и снижается расход цемента. Кроме того, смеси с непрерывным зерновым составом менее склонны к расслоению, что способствует повышению физико-механических характеристик за счет однородности структуры бетона. При этом технологические и физико-механические свойства бетона зависят от плотности упаковки смеси зерен мелкого и крупного заполнителей [16].

Цель данного исследования — установить влияние фракционного состава мелкозернового заполнителя на технологические и физико-механические свойства ГЦПВ-бетона и подбор компонентного состава заполнителя, обеспечивающего оптимальные значения его характеристик.

Материалы и методы

Для приготовления ГЦПВ использовалось гипсовое вяжущее марки Г-5 производства «Abdullingips» по ГОСТ 125–2018 «Вяжущие гипсовые. Технические условия», портландцемент (ПЦ) марки ЦЕМ I 42,5Н АО «Мордовцемент» (Республика Мордовия), характеристики которого удовлетворяют требованиям ГОСТ 30515–2013 «Цементы. Общие технические условия». Химический состав цемента согласно паспорту производителя представлен в табл. 1.

В качестве активных минеральных добавок (АМД) использовались:

- цеолитсодержащий мергель (ЦСМ) Татарско-Шатрашанского месторождения Республики Татарстан, порообразующий минерал — клиноптилолит, порошок светло-серого цвета с удельной поверхностью по ПСХ — 10 2000 $\text{см}^2/\text{г}$,

• микрокремнезем (МК-85) Липецкого металлургического комбината марки МК-85, сыпучий, однородный по зерновому составу порошок светло-серого цвета с содержанием SiO_2 84–90 % и удельной поверхностью 47 000 $\text{см}^2/\text{г}$, определенной методом воздухопроцаемости с помощью прибора ПСХ-10, его пуццолановая активность составляет 1450 мг/г. Химический состав АМД приведен в табл. 1.

В качестве водоредуцирующей добавки использовали поликарбоксилатный суперпластификатор Master Glenium 112 (Германия) в оптимальном количестве 1,5 % от массы ГЦПВ, которое определено в [17]. Состав ГЦПВ принят по разработанному в [18].

Зерновой состав и модуль крупности песка определялись методом рассева на стандартных ситах согласно ГОСТ 8735–88 «Песок для строительных работ. Методы испытаний». После фракционирования песка производилась оценка насыпной и истинной плотности и пустотности по методике ГОСТ 8735–88. Насыпная плотность определялась путем взвешивания проб песка в мерном металлическом сосуде объемом 1 л, а истинная плотность — путем измерения 100 г высушенных зерен песка с использованием прибора Ле-Шателье в среде воды, после чего рассчитывалась пустотность песка по формуле

$$V_{\text{пуст}} = \left(1 - \frac{\rho_{\text{насып}}}{\rho_{\text{ист}}}\right) 100, \quad (1)$$

где $\rho_{\text{насып}}$ — насыпная плотность материала, $\text{кг}/\text{м}^3$;

$\rho_{\text{ист}}$ — истинная плотность песка или объемная масса зерен щебня, $\text{кг}/\text{м}^3$.

Моделирование фракционного состава песка влечет за собой изменения суммарной удельной поверхности зерен. Поэтому для полноты характеристик фракционированных песков рассчитывалась их удельная поверхность по формуле Л. С. Ладинского:

$$S_{\text{уд}} = \frac{\text{БК}(a + 2b + 4c + 8d + 16e + 36f)}{1000}, \quad (2)$$

где $S_{\text{уд}}$ — суммарная удельная поверхность частиц песка, $\text{см}^2/\text{г}$;

a, b, c, d, e — частные остатки на стандартных ситах (от 2,5 до 0,16);

B — коэффициент, равный 16,5 при определении удельной поверхности песка в $\text{м}^2/\text{л}$ и 6,35 при определении удельной поверхности песка в $\text{м}^2/\text{кг}$;

K — коэффициент, учитывающий форму поверхности и шероховатость поверхности зерен песка, равен 2,1;

f — остаток (% по массе) на поддоне, проходящий через сито, 0,16.

Мелкозернистые бетонные смеси на основе ГЦПВ и на фракционированных песках характеризовались подвижностью по расплыву по ГОСТ 23789–2018 с использованием прибора Суттарда. Прочность на сжатие ГЦПВ-бетона оценивали после 7 суток твердения в соответствии с ГОСТ 10180–2012 «Бетоны. Методы определения прочности по контрольным образцам» на образцах-кубиках с размером ребра 7 см.

Результаты

Для определения оптимального фракционного состава песка методом регрессионного анализа построены адекватные математические модели, описывающие физико-механические свойства ГЦПВ-бетона. Матрица

Таблица 1

Химический состав цемента и активных минеральных добавок

Название вещества	Оксидное соединение, %						
	SiO_2	Al_2O_3	Fe_2O_3	CaO	MgO	SO_3	П. П. П.
ПЦ	23,37	4,98	4,03	60,38	1,13	2,83	1,73
ЦСМ	50,4	7,55	2,62	15,08	2,22	–	19,36
МК-85	84–90	0,38–0,75	1,1–2,3	1,3–1,82	2,8–8,1	1,1–1,11	1,8–3,1

Свойства фракционированного песка

Номер фракции	Содержание фракций, %						Насыпная плотность, кг/м ³	Пустотность, %	Модуль крупности	Удельная поверхность по Ладинскому, см ² /г
	5–2,5 мм	2,5–1,25 мм	1,25–0,63 мм	0,63–0,315 мм	0,315–0,16 мм	< 0,16 мм				
1	Нефракционированный						1605	39,4	2,35	81,578
2	100	–	–	–	–	–	1470	51,5	–	10,478
3	–	100	–	–	–	–	1510	48,3	–	20,955
4	–	–	100	–	–	–	1520	46,4	–	41,91
5	–	–	–	100	–	–	1550	45,2	–	83,82
6	–	–	–	–	100	–	1535	46,0	–	167,64
7	69	–	–	17,5	13,5	–	1528	42,3	2,60	44,53
8	50	20	–	15	15	–	1530	41,4	3,10	47,149
9	–	69	–	17,5	13,5	–	1690	40,0	2,60	51,759
10	–	70	15	5	5	5	1665	36,4	3,4	44,006
11	80	–	–	10	10	–	1515	47,6	2,70	33,528
12	90	–	–	10	–	–	1500	48,6	1,90	17,812
13	50	–	–	25	25	–	1575	40,6	2,30	68,104
14	60	15	–	10	15	–	1580	43,4	3,20	42,958
15	65	25	–	5	5	–	1525	42,1	3,50	24,622
16	69	–	17,5	–	13,5	–	1590	39,4	2,60	37,195
17	–	69	17,5	–	13,5	–	1620	38,3	2,60	44,425
18	–	–	65	5	25	5	1691	37,4	2,30	92,202
19	55	10	15	5	15	–	1595	39,5	3,80	43,482
20	–	55	10	10	20	5	1634	38,3	2,90	76,486
Дизайн	Факторы						Отклики			
	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄

планирования показана в табл. 2, результаты испытаний — в табл. 3.

Обсуждение

Для определения оптимального соотношения фракций песка, помимо достижения минимальной пустотности (Y_2), необходимо получить минимальную удельную поверхность фракционированного песка (Y_4), так как удельная поверхность заполнителя определяет не только расход вяжущего, но и водопотребность бетонной смеси (рис. 1).

Аналогичный характер кривой был получен при построении зависимости прочности мелкозернистого ГЦПВ-бетона (Z_4) от удельной поверхности заполнителя (Y_4) (рис. 2). Как видно на рис. 2, для подвижных бетонных смесей на основе ГЦПВ увеличение удельной поверхности заполнителя ведет к росту проч-

ности бетона. ГЦПВ-бетон, изготовленный на фракционированном песке с одинаковым модулем крупности, равным 2,6, имеет разную прочность (от 24 до 31 МПа), что показывает необходимость использования в качестве характеристики песка его удельную поверхность.

В настоящее время в строительной технологии актуальной является проблема подбора гранулометрического состава многофракционированных бетонных смесей, обеспечивающих оптимальные физико-механические свойства бетона и, в частности, подбор таких фракционных составов заполнителя для ГЦПВ-бетона, при которых его насыпная плотность (Y_1) была бы наибольшей, а плотность (Y_2) — наименьшей, при изменении модуля крупности зерен (Y_3) и площади поверхности по Ладинскому (Y_4) в заданных пределах.

Влияние фракционированного песка на физико-механические свойства ГЦПВ-бетона

Номер состава	Содержание фракций, %						Вода/ ГЦПВ	Расплав по Сутгарду, мм	Средняя плотность, кг/м ³	Прочность на сжатие через 7 сут, МПа
	5–2,5 мм	2,5–1,25 мм	1,25–0,63 мм	0,63–0,315 мм	0,315–0,16 мм	< 0,16 мм				
1	Нефракционированный						0,330	195	2011	19,45
2	100*	–	–	–	–	–	0,240	180	2117	17,6
3	–	100*	–	–	–	–	0,245	175	2047	18,3
4	–	–	100*	–	–	–	0,254	170	2005	22,4
5	–	–	–	100	–	–	0,265	170	1965	20,6
6	–	–	–	–	100	–	0,291	165	1870	16,4
7	69*	–	–	17,5	13,5	–	0,271	180	2203	24,1
8	50*	20	–	15	15	–	0,278	175	2193	29,55
9	–	69	–	17,5	13,5	–	0,282	175	2145	35,65
10	–	70	15	5	5	5	0,274	170	2278	50,5
11	80*	–	–	10	10	–	0,267	190	2261	31,7
12	90*	–	–	10	–	–	0,251	185	2252	28,0
13	50*	–	–	25	25	–	0,285	155	2150	26,0
14	60*	15	–	10	15	–	0,268	175	2261	28,5
15	65*	25	–	5	5	–	0,259	170	2149	33,4
16	69*	–	17,5	–	13,5	–	0,273	185	2155	28,92
17	–	69	17,5	–	13,5	–	0,275	180	2170	31,12
18	–	–	65	5	25	5	0,290	170	2150	30,6
19	55	10	15	5	15	–	0,274	165	2140	37,31
20	–	55	10	10	20	5	0,282	160	2158	41,3
Дизайн	Факторы						Отклики			
	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	Z ₁	Z ₂	Z ₃	Z ₄

Математическая модель такой задачи, когда Y_3 варьируется от 1,90 до 3,80, а Y_4 — от 17,80 до 92, имеет следующий вид:

Найти

$$Y_1 \rightarrow \max, Y_2 \rightarrow \min, \quad (3)$$

когда

$$1,90 \leq Y_3 \leq 3,80; \quad (4)$$

$$17,80 \leq Y_4 \leq 92; \quad (5)$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 = 100; \quad (6)$$

$$0 \leq X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 \leq 100. \quad (7)$$

Решения задачи (3)–(7) осуществлялись по данным проведенных экспериментальных исследований (см. табл. 2). На основании их результатов методом регрессионного анализа построены математические модели, описывающие зависимости Y_1 , Y_2 , Y_3 , Y_4 на фракционный состав песка для ГЦПВ-бетона.

$$Y_1 = 2870,5970 - 13,9777X_1 - 13,5195X_2 - 13,0867X_3 - 13,1706X_4 - 13,1643X_5 + 0,1081X_1X_3 + 0,0768X_1X_4 + 0,03458X_2X_3 + 0,0050X_2X_4. \quad (8)$$

Для данной модели $F_{\text{расч}} = 4,0130$; $R^2 = 0,8005$.

$$Y_2 = 36,2045 + 0,8707X_1 + 0,8324X_2 + 0,8063X_3 + 0,8120X_4 + 0,9095X_5 - 0,0051X_1X_3 - 0,0768X_1X_4 - 0,0053X_2X_3 + 0,1081X_2X_4. \quad (9)$$

Для данной модели $F_{\text{расч}} = 3,9954$; $R^2 = 0,8005$.

$$Y_3 = -9,0156 + 0,1123X_1 + 0,1322X_2 + 0,0650X_3 + 0,0852X_4 + 0,0744X_5 + 0,0003X_2X_3 + 0,0014X_1X_5 + 0,0004X_1X_3 + 0,0004X_1X_2 + 0,0148X_3X_4. \quad (10)$$

Для данной модели $F_{\text{расч}} = 62,4885$; $R^2 = 0,9995$.

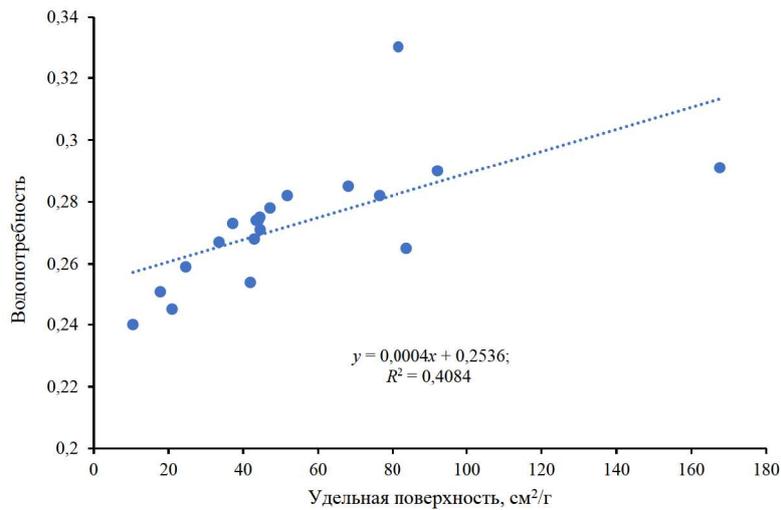


Рис. 1. Зависимость водопотребности мелкозернистого ГЦПВ-бетона от величины удельной поверхности заполнителя

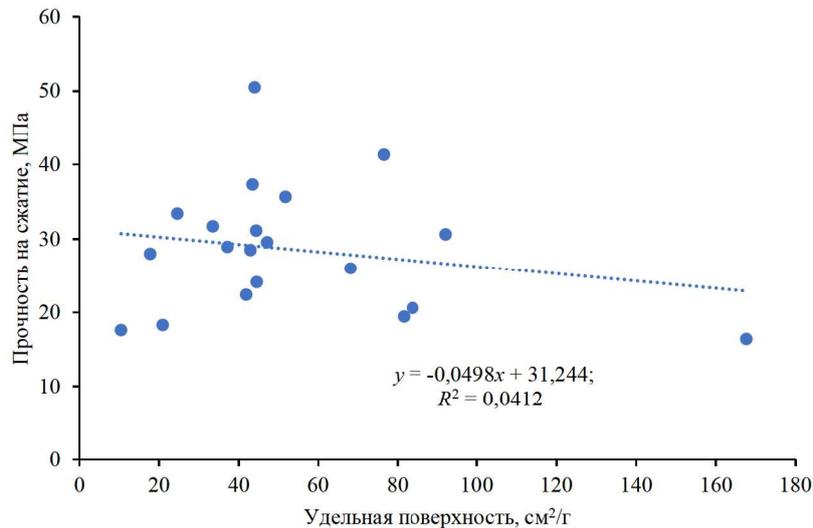


Рис. 2. Зависимость прочности мелкозернистого ГЦПВ-бетона от удельной поверхности заполнителя

$$Y_4 = 321,6257 - 3,1125X_1 - 3,0173X_2 - 2,7885X_3 - 2,3760X_4 - 1,5307X_5. \quad (11)$$

Для данной модели $F_{\text{расч}} = 1378,5637$; $R^2 = 0,9999$.

Здесь $F_{\text{расч}}$ — расчетное значение критерия Фишера; R^2 — коэффициент детерминации для модели.

В моделях (8)–(11) приняты следующие обозначения: X_1 — фракция песка с размером зерен 5–2,5 мм; X_2 — фракция песка с размером зерен 2,5–1,25 мм; X_3 — фракция песка

с размером зерен 1,25–0,63 мм; X_4 — фракция песка с размером зерен 0,630–0,315 мм; X_5 — фракция песка с размером зерен 0,315–0,160 мм; X_6 — фракция песка с размером зерен < 0,160 мм.

В построенных моделях независимые переменные X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 выражаются в % по массе. Поскольку выполняется соотношение $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 = 100$, то из шести переменных только пять являются независимыми, а шестая линейно зависит от остальных.

ных пяти. По этой причине в построенные регрессионные модели включены только пять из шести переменных.

Все модели (8)–(11) адекватны критерию Фишера ($F_{кр}(0,05; 10, 9) = 3,25$), поэтому их можно использовать для решения задачи оптимизации (3)–(7).

В результате анализа построенных моделей установлено, что зерна заполнителя размером от 5 до 0,63 мм и от 0,63 до 0,315 мм оказывают более существенное влияние на величину модуля крупности и удельной поверхности по Ладинскому, чем зерна меньших размеров. Влияние размера фракций на насыпную плотность и пустотность согласно построенным моделям примерно равнозначно. Однако на эти характеристики влияет не только удельное содержание отдельных фракций, но и факторы их взаимодействия (уравнения (8)–(11)).

Задача подбора фракционного состава песка с целью оптимизации значений Y_1, Y_2 (3)–(7) решалась методом построения приближенного множества Парето [19, 20]. Для этого она была преобразована в следующую задачу:

$$P = \lambda \frac{Y_2 - Y_{2\min}}{Y_{2\max}} + (1 - \lambda) \frac{Y_1 - Y_{1\max}}{Y_{1\min}} \rightarrow \min, \quad (12)$$

когда

$$1,90 \leq Y_3 \leq 3,80, \quad (13)$$

$$17,80 \leq Y_4 \leq 92; \quad (14)$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 = 100; \quad (15)$$

$$0 \leq X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 \leq 100. \quad (16)$$

Здесь λ — параметр, изменяющийся в диапазоне от 0 до 1; $Y_{1\max} = 1963,87$ и $Y_{2\min} = 20,56$ — оптимальные значения целевых функций для следующих задач оптимизации.

Найти $Y_1 \rightarrow \max, \quad (17)$

когда

$$Y_2 \leq 44,30; \quad (18)$$

$$1,90 \leq Y_3 \leq 3,80; \quad (19)$$

$$17,80 \leq Y_4 \leq 92; \quad (20)$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 = 100; \quad (21)$$

$$0 < X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 < 100. \quad (22)$$

Найти

$$Y_2 \rightarrow \min, \quad (23)$$

когда

$$1680 \leq Y_2; \quad (24)$$

$$1,90 \leq Y_3 \leq 3,80; \quad (25)$$

$$17,80 \leq Y_4 \leq 92; \quad (26)$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 = 100; \quad (27)$$

$$0 \leq X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 \leq 100. \quad (28)$$

Необходимость предварительного решения оптимизационных задач (17)–(22) и (23)–(28) для нахождения значений $Y_{1\max}$ и $Y_{2\min}$ задачи (3)–(7) связана с тем, что характеристики Y_1 и Y_2 имеют разные размерности, поэтому для совместного включения в целевую функцию задачи (12)–(16) их необходимо привести к одной и той же размерности, например, сделать безразмерными.

В результате решения задачи (12)–(16) были получены некоторые точки множества Парето (табл. 4).

Множество Парето представляет собой множество несравнимых альтернатив. Выбор подходящего фракционного состава из этого множества, обеспечивающего наилучшие значения Y_1 и Y_2 , остается за лицом, принимающим решение (ЛПР), — экспертом в области производства бетонных смесей с требуемыми характеристиками.

Затем были проведены экспериментальные исследования свойств ГЦПВ-бетона на фракционированном заполнителе (см. табл. 3). По результатам этих исследований были построены следующие регрессионные модели:

$$Z_1 = 0,57777 - 0,00339X_1 - 0,00318X_2 - 0,00319X_3 - 0,00310X_4 - 0,00281X_5 + 0,000005X_1X_2 + 0,000018X_1X_3 + 0,000018X_1X_4. \quad (29)$$

Для модели $F_{расч} = 4,667$; $R^2 = 0,789$; $A = 1,81$ %; $A_{ср}$ — средняя относительная погрешность для модели.

$$Z_3 = 4848,982 - 26,7004X_1 - 27,0065X_2 - 28,1388X_3 - 28,7717X_4 - 29,5442X_5 + 0,1072X_1X_4. \quad (30)$$

Для модели $F_{расч} = 7,227$; $R^2 = 0,783$; $A_{ср} = 1,85$ %.

Таблица 4

Приближенное множество Парето показателей фракционирования песка

λ	Факторы						Отклики				P
	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	
0,0	44,6	0	5,95	31,3	0	18,21	1893,6	20,56	1,9	92	-0,002
0,1	44,5	0	5,91	31,5	0	18,16	1893,2	20,56	1,9	92	-0,004
0,2	44,3	0	5,85	31,8	0	18,1	1892,7	20,56	1,9	92	-0,007
0,3	44,1	0	5,78	32,2	0	18,01	1892	20,56	1,9	92	-0,011
0,4	43,7	0	5,69	32,7	0	17,9	1891,1	20,57	1,9	92	-0,015
0,5	43,3	0	5,57	33,4	0	17,74	1889,8	20,58	1,9	92	-0,018
0,6	42,6	0	5,38	34,5	0	17,5	1887,8	20,60	1,9	92	-0,022
0,7	41,3	0	5,07	36,6	0	17,04	1883,8	20,69	1,9	92	-0,027
0,8	37,9	0	4,44	41,7	0	15,89	1872,3	21,07	1,9	92	-0,032
0,9	64,8	0	1,26	33,9	0	0	1679	31,2	1,9	35,8	-0,08
1,0	95,3	0	0	0	4,7	0	1476,6	51,05	2,66	17,8	-0,25

$$Z_4 = 242,6171 - 2,2222X_1 - 2,2435X_2 - 2,2070X_3 - 2,2226X_4 - 2,2707X_5 + 0,0053X_1X_2 + 0,0106X_1X_3 + 0,0079X_1X_4 - 0,0021X_2X_3 + 0,0137X_2X_4. \quad (31)$$

Для модели $F_{расч} = 6,414$; $R^2 = 0,910$; $A_{ср} = 6,29\%$.

В моделях (29)–(31) приняты следующие обозначения: Z_1 — соотношение вода–твердое вещество (В/Т); Z_3 — средняя плотность бетона, кг/м³; Z_4 — прочность бетона на сжатие через 7 суток, МПа; X_1 — фракция песка с размером зерен 5–2,5 мм; X_2 — фракция песка с размером зерен 2,5–1,25 мм; X_3 — фракция песка с размером зерен 1,25–0,63 мм; X_4 — фракция песка с размером зерен 0,630–0,315 мм; X_5 — фракция песка с размером зерен 0,315–0,160 мм.

Модели (29)–(31) адекватны критерию Фишера ($F_{кр}(0,05; 9,9) = 3,25$), поэтому их можно использовать для решения аналогов оптимизационных задач (12)–(16), (17)–(22) и (23)–(28). Эти задачи в соответствии с моделями, построенными по результатам экспериментов (см. табл. 3), приобретают следующий вид:

$$P = \lambda \frac{Z_3 + Z_{3max}}{Z_{3max}} + (1 - \lambda) \frac{Z_4 + Z_{4max}}{Z_{4max}} \rightarrow \max, \quad (32)$$

когда $0,25 \leq Z_1 \leq 0,29$; (33)

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 = 100; \quad (34)$$

$$0 \leq X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 \leq 100. \quad (35)$$

Здесь λ — параметр, изменяющийся в интервале от 0 до 1; $Z_{3max} = 2582,4$ и $Z_{4max} = 66,69$ — оптимальные значения целевых функций задач оптимизации (36)–(40) и (41)–(45) соответственно.

Найти

$$Z_3 \rightarrow \max, \quad (36)$$

когда

$$Z_4 \geq 45, \quad (37)$$

$$0,25 \leq Z_1 \leq 0,29; \quad (38)$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 = 100; \quad (39)$$

$$0 \leq X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 \leq 100. \quad (40)$$

И найти

$$Z_4 \rightarrow \max, \quad (41)$$

когда

$$0,25 \leq Z_1 \leq 0,29; \quad (42)$$

$$2300 \leq Z_3; \quad (43)$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 = 100; \quad (44)$$

$$0 \leq X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 \leq 100. \quad (45)$$

После решения оптимизационных задач (30)–(36), (41)–(45) методом Ньютона и (32)–(35) методом построения приближенного множества Парето были получены значения элементов множества Парето (табл. 5).

На рис. 3 приведена графическая интерпретация результатов обработки математической модели.

Точки множества Парето по показателям ГЦПВ-бетона

λ	Факторы						Отклики			Р
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	Z_1	Z_3	Z_4	
0,0	0	46,54	0	45,1	0	8,37	0,29	2295	66,74	0,001
0,1	0	46,8	0	44,8	0	8,38	0,29	2296	66,74	-0,011
0,2	0	47,12	0	44,5	0	8,39	0,29	2296	66,74	-0,022
0,3	0	43,92	46,4	0	0	9,65	0,29	2356	66,09	-0,033
0,4	0	44,18	46,2	0	0	9,65	0,29	2357	66,08	-0,04
0,5	0	44,56	45,8	0	0	9,65	0,29	2357	66,07	-0,048
0,6	0	45,12	45,2	0	0	9,65	0,29	2358	66,06	-0,056
0,7	0	46,06	44,3	0	0	9,65	0,29	2359	66,01	-0,064
0,8	0	47,94	42,4	0	0	9,64	0,29	2361	65,85	-0,071
0,9	0	53,58	36,8	0	0	9,62	0,29	2367	64,86	-0,078
1,0	84,9	0	0	0	0	15,1	0,29	2582	53,98	0

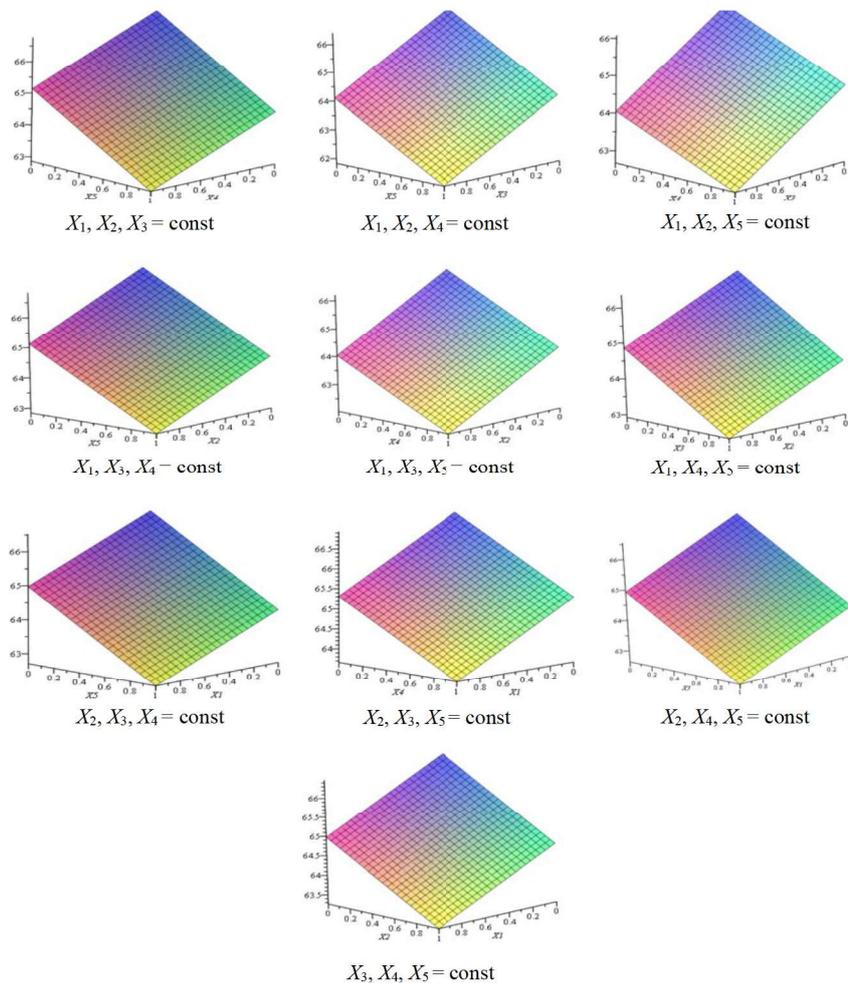


Рис. 3. Влияние гранулометрического состава песка на прочность ГЦПВ-бетона в возрасте 7 суток: X_1 — фракция песка с размером зерен 5–2,5 мм; X_2 — фракция песка с размером зерен 2,5–1,25 мм; X_3 — фракция песка с размером зерен 1,25–0,63 мм; X_4 — фракция песка с размером зерен 0,630–0,315 мм; X_5 — фракция песка с размером зерен 0,315–0,160 мм. Значения const = 0

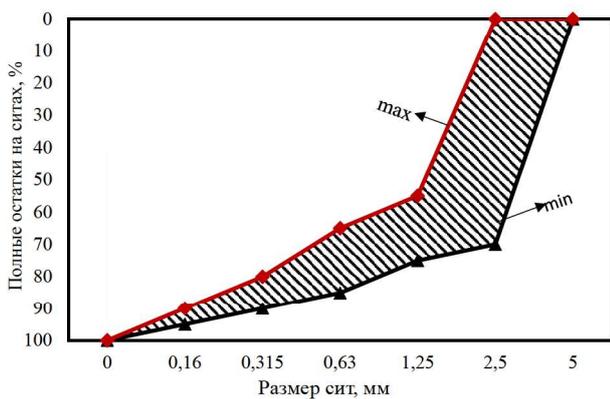


Рис. 4. Область оптимального зернового состава песка мелкозернистого ГЦПВ-бетона с подвижностью до 180 мм

Таким образом, анализ характера поверхностей, приведенных на рис. 3, позволил предложить зерновой состав песка для мелкозернистого ГЦПВ-бетона (рис. 4), так как в этой области достигается максимальная прочность ГЦПВ-бетона в возрасте 7 суток.

Заключение

По результатам проведенных исследований сделаны следующие выводы:

- Оптимизирован гранулометрический состав заполнителя для бетона на основе ГЦПВ, позволяющего получить наибольшую насыпную плотность мелкого заполнителя 1695–1750 кг/м³ и минимальную пустотность 33,2 %–36,4 %.
- Фракционирование заполнителя для бетонов на ГЦПВ позволяет повысить прочность на сжатие относительно контрольного нефракционного состава в 2,6–2,8 раза.
- Для определения оптимального фракционного состава песка методом регрессионного анализа построены адекватные математические модели, описывающие физико-механические свойства ГЦПВ-бетона. С помощью данных математических моделей сформулированы и решены оптимизационные задачи по определению фракционных составов песков, обеспечивающих наилучшие значения физико-механических показателей бетона, таких как плотность и прочность на сжатие.

Решение задач оптимизации физико-механических свойств бетона в зависимости от фракционного состава заполнителя, в качестве которого использовался песок шести различных фракций, позволило спрогнозировать состав ГЦПВ-бетона прочностью 66 МПа и средней плотностью 2278 кг/м³.

Библиографический список

1. Шахов С. А. Влияние механоакустической активации волластонита на структуру и прочность цементного камня // Известия Казанского гос. архит.-строит. ун-та. 2024. № 4 (70). С. 8–18. DOI 10.48612/NewsKSUAE/70.1, EDN: VKAWQL
2. Строганов В. Ф., Вдовин Е. А., Низамов Р. К., Строганов И. А. Особенности технологии упрочнения дефектных и поврежденных строительных конструкций и напорных труб полимерными адгезивами // Известия Казанского гос. архит.-строит. ун-та. 2024. № 4 (70). С. 42–53. DOI 10.48612/NewsKSUAE/70.4, EDN: EUKKVG
3. Смирнов Д. С., Мавлиев Л. Ф., Хузиахметова К. Р., Мотыйгуллин И. Р. Влияние минеральной добавки на основе молотого доменного шлака на свойства бетонов и бетонных смесей // Известия Казанского гос. архит.-строит. ун-та. 2022. № 4 (62). С. 61–69. DOI 10.52409/20731523_2022_4_61, EDN: KQDLZR
4. Волженский А. В., Буров Ю. С., Колокольников В. С. Минеральные вяжущие вещества: технология и свойства. 3-е изд., перераб. и доп. М.: Стройиздат, 1979. 476 с.
5. Panesar D. K., Zhang R. Performance comparison of cement replacing materials in concrete: limestone fillers and supplementary cementing materials – a review // Construction and building materials. 2020. Vol. 251:118866. DOI 10.1016/j.conbuildmat.2020.118866.
6. Wu C., Chen C., Zhang H., Tan Y. Preparation of magnesium oxysulfate cement using magnesium-rich byproducts from the production of lithium carbonate from salt lakes // Construction and building materials. 2018. Vol. 172. Pp. 597–607.
7. Галаутдинов А. Р., Мухаметрахимов Р. Х. Повышение водостойкости гипсоцементнопуццоланового вяжущего на основе низкосортного гипса // Известия Казанского гос. архит.-строит. ун-та. 2016. № 4 (38). С. 333–343.
8. Халиуллин М. И., Нуриев М. И., Рахимов Р. З., Гайфуллин А. Р., Князева Н. С. Гипсоцементнопуццолановые вяжущие с применением молотой термоактивированной глины и пластифицирующих добавок //

Известия Казанского гос. архит.-строит. ун-та. 2015. № 2 (32). С. 274–280.

9. Пат. РФ № 2426702. Композиционное гипсовое вяжущее. Сагдатуллин Д. Г., Морозова Н. Н., Хозин В. Г. Опубл. 20.08.2011. Бюл. № 23.

10. Сагдатуллин Д. Г., Морозова Н. Н., Хозин В. Г., Сабиров И. Р. Долговечность камня из высокопрочного композиционного гипсового вяжущего // Известия Казанского гос. архит.-строит. ун-та. 2010. № 1 (13). С. 331–335.

11. Баженов Ю. М., Демьянова В. С., Калашиников В. И. Модифицированные высококачественные бетоны. М.: АСВ, 2006. 368 с.

12. Хозин В. Г., Морозов Н. М., Боровских И. В. Оптимизация гранулометрического состава песка для получения высокопрочного тонкозернистого бетона // Известия Казанского гос. архит.-строит. ун-та. 2008. № 2 (10). С. 121–124.

13. Федорович П. Л., Батяновский Э. И. Физико-технические свойства конструкционного бетона во взаимосвязи с гранулометрией мелкого заполнителя // Современные проблемы внедрения европейских стандартов в области строительства : материалы Междунар. науч.-метод. конф. Минск: Изд-во Белорус. нац. техн. ун-та, 2014. С. 186–196.

14. Mahmoud K. A., Tashlykov O. L., El Wakil A. F., El Aassy I. E. Aggregates grain size and press rate dependence of the shielding parameters for some concretes // Progress in Nuclear Energy. 2020. Vol. 118:103092.

15. Vishalakshi K. P., Revathi V., Sivamurthy Reddy S. Effect of type of coarse aggregate on the strength properties and fracture energy of normal and high strength concrete // Engineering Fracture Mechanics. 2018. Vol. 194. Pp. 52–60. DOI 10.1016/j.engfracmech.2018.02.029.

16. Sengul O., Sengul C., Keskin G., Akkaya Y., Tasdemir C., Tasdemir M. A. Fracture and microstructural studies on normal and high strength concretes with different types of aggregates // In Proceedings of the 8th International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures. FraMCoS 2013, Toledo, Spain, 10–14 March 2013. Pp. 714–725.

17. Кайс Х. А., Богданов Р. Р., Морозова Н. Н., Мавлюбердинов А. Р., Сулейманова Л. А. Влияние суперпластифицирующих добавок на основе эфира поликарбоксилата на свойства гипсоцементнопуццоланового вяжущего // Вестник Белгородского гос. технол. ун-та им. В. Г. Шухова. 2024. № 8. С. 20–28. DOI 10.34031/2071-7318-2024-9-8-20-28.

18. Кайс Х. А., Морозова Н. Н. О возможности изготовления строительных изделий на основе гипсоцементнопуццоланового вяжущего в республике Йемен // Решения современных проблем материаловедения и технологий в строительстве. ВладСтройТех

2024: материалы I Междунар. конф. молодых ученых, 25–27 сентября 2024 года. Владимир: Владимирский гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых, 2024. С. 212–217.

19. Ахмадиев Ф. Г., Гильфанов Р. М. Математическое моделирование и методы оптимизации. М.: Ай Пи Ар Медиа, 2022. 178 с. ISBN 978-5-4497-1383-4. URL: <https://www.iprbookshop.ru/116448> — ЭБС «IPRbooks»

20. Ахмадиев Ф. Г., Гиззятов Р. Ф., Гильфанов Р. М. Математическое моделирование. Методы оптимизации. Вычислительный эксперимент. Казань: Изд-во АН РТ, 2019. 459 с.

References

1. Shakhov S. A. Vliyanie mekhanoakusticheskoy aktivatsii vollastonita na strukturu i prochnost' tsementnogo kamnya [Effect of mineral additive based on ground blast furnace slag on the properties of concrete and concrete mixtures]. *Izvestiya Kazanskogo gos.arkhit.-stroit. un-ta – Bulletin of the Kazan State University of Architecture and Civil Engineering*, 2024, no. 4(70), pp. 8–18. DOI 10.48612/NewsKSUAE/70.1.

2. Stroganov V. F., Vdovin E. A., Nizamov R. K., Stroganov I. A. Osobennosti tekhnologii uprochneniya defektnykh i povrezhdennykh stroitel'nykh konstruksiy i napornykh trub polimernymi adgezivami [Features of the technology of strengthening defective and damaged building structures and pressure pipes with polymer adhesives]. *Izvestiya Kazanskogo gos.arkhit.-stroit. un-ta – Bulletin of the Kazan State University of Architecture and Civil Engineering*, 2024, no. 4(70), pp. 42–53. DOI 10.48612/NewsKSUAE/70.4.

3. Smirnov D. S., Mavliev L. F., Khuziakhmetova K. R., Motiygullin I. R. Vliyanie mineral'noy dobavki na osnove molotogo domennogo shlaka na svoystva betonov i betonnykh smesey [Influence of mineral additive based on ground blast furnace slag on the properties of concretes and concrete mixtures]. I *Izvestiya Kazanskogo gos.arkhit.-stroit. un-ta – Bulletin of the Kazan State University of Architecture and Civil Engineering*, 2022, no. 4 (62), pp. 61–69. DOI 10.52409/20731523_2022_4_61.

4. Volzhenskiy A. V., et al. *Mineral'nye vyazhushchie veshchestva: (tekhnologiya i svoystva)* [Mineral binders: (technology and properties)]. 3-rd ed., revised. Moscow, Stroyizdat Publ., 1979, 476 p.

5. Panesar D. K., Zhang R. Performance comparison of cement replacing materials in concrete: limestone fillers and supplementary cementing materials – a review. *Construction and Building Materials*, 2020, vol. 251:118866. DOI 10.1016/j.conbuildmat.2020.118866.

6. Wu C., Chen C., Zhang H., Tan Y. Preparation of magnesium oxysulfate cement using magnesium-rich

byproducts from the production of lithium carbonate from salt lakes. *Constr. Build. Mater.*, 2018, vol. 172, pp. 597–607.

7. Galautdinov A. R., Mukhametrakhimov R. Kh. *Povyshenie vodostoykosti gipsotsementnopushtsolanovogo vyazhushchego na osnove nizkosortnogo gipsa* [Increase of water resistance of gypsum cement-pozzolan binder based on low-grade gypsum]. *Izvestiya Kazanskogo gos. arkhitekt.-stroit.un-ta – Bulletin of the Kazan State University of Architecture and Civil Engineering*, 2016, no. 4 (38), pp. 333–343.

8. Khaliullin M. I., Nuriev M. I., Rakhimov R. Z., Gayfullin A. R., Knyazeva N. S. *Gipsotsementnopushtsolanovye vyazhushchie s primeneniem molotoy termoaktivirovannoy gliny i plastifitsiruyushchikh dobavok* [Gypsum-cement-pozzolan binders using ground thermoactivated clay and plasticizing additives]. *Izvestiya Kazanskogo gos. arkhitekt.-stroit. un-ta – Bulletin of the Kazan State University of Architecture and Civil Engineering*, 2015, no. 2 (32), pp. 274–280.

9. Sagdatullin D. G., Morozova N. N., Khozin V. G. *Kompozitsionnoe gipsovoe vyazhushchee* [Composite gypsum binder]. Pat. RF, no. 2426702, 2011.

10. Sagdatullin D. G., Morozova N. N., Khozin V. G., Sabirov I. R. *Dolgovechnost' kamnya iz vysokoprochnogo kompozitsionnogo gipsovogo vyazhushchego* [Durability of stone made of high-strength composite gypsum binder]. *Izvestiya Kazanskogo gos. arkhitekt.-stroit.un-ta – Bulletin of the Kazan State University of Architecture and Civil Engineering*, 2010, no. (13), pp. 331–335.

11. Bazhenov Yu. M., Dem'yanova B. C., Kalashnikov V. I. *Modifitsirovannye vysokokachestvennye betony* [Modified high-quality concretes]. Moscow, ASV Publ., 2006, 368 p.

12. Khozin V. G., Morozov N. M., Borovskikh I. V. *Optimizatsiya granulometricheskogo sostava peska dlya polucheniya vysokoprochnogo tonkozernistogo betona* [Sand grain size optimization for high-strength, fine-grained concrete]. *Izvestiya Kazanskogo gos. arkhitekt.-stroit.un-ta – Bulletin of the Kazan State University of Architecture and Civil Engineering*, 2008, no. 2 (10), pp. 121–124.

13. Fedorovich P. L., Batyanovskiy E. I. *Fiziko-tehnicheskie svoystva konstruktsionnogo betona vo vzaimosvyazi s granulometriey melkogo zapolnitelya* [Physical and technical properties of structural concrete in relation to fine aggregate granulometry]. *Sovremennye problemy vnedreniya evropeyskikh standartov v oblasti stroitel'stva. Trudy mezhdunar. nauch.-metod. konf.* [Modern problems of implementing European standards in the field of construction. Proceedings of the International scientific-method. conf.]. Minsk, Belarus. nats. tekhn. un-t Publ., 2014, pp. 186–196.

14. Mahmoud K. A., Tashlykov O. L., El Wakil A. F., El Aassy I. E. Aggregates grain size and press rate dependence of the shielding parameters for some concretes. *Progress in Nuclear Energy*, 2020, vol. 118, 103092.

15. Vishalakshi K. P., Revathi V., Sivamurthy Reddy S. Effect of type of coarse aggregate on the strength properties and fracture energy of normal and high strength concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, 2018, vol. 194, pp. 52–60. DOI 10.1016/j.engfracmech.2018.02.029.

16. Sengul O., Sengul C., Keskin G., Akkaya Y., Tasdemir C., Tasdemir M. A. Fracture and microstructural studies on normal and high strength concretes with different types of aggregates. *Proceedings of the 8th International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures. FraMCoS 2013*, Toledo, Spain, 10–14 March 2013, pp. 714–725.

17. Qais H. A., Bogdanov R. R., Morozova N. N., Mavlyuberdinov A. R., Suleymanova L. A. *Vliyanie superplastifitsiruyushchikh dobavok na osnove efira polikarboksilata na svoystva gipsotsementno-putstsolanovogo vyazhushchego* [Effect of superplasticizing additives based on polycarboxylate ester on the properties of gypsum-cement-pozzolan binder]. *Vestnik Belgorodskogo gos. tekhnol.un-ta im. V. G. Shukhova – Bulletin of the Belgorod State Technol. University named after V. G. Shukhov*, 2024, no. 8, pp. 20–28. DOI 10.34031/2071-7318-2024-9-8-20-28.

18. Qais H. A., Morozova N. N. *O vozmozhnosti izgotovleniya stroitel'nykh izdeliy na osnove gipsotsementnopushtsolanovogo vyazhushchego v respublike Yemen* [On the possibility of manufacturing construction products based on gypsum cement-pozzolan binder in the Republic of Yemen]. *Resheniya sovremennykh problem materialovedeniya i tekhnologii v stroitel'stve. VladStroyTech 2024. Trudy I Mezhdunar.konf. molodykh uchenykh, 25–27 sentyabrya 2024 goda* [Solutions to modern problems of materials science and technology in construction. VladStroyTech 2024. Proceedings of the I International conf. of young scientists, September 25–27, 2024]. Vladimir, Vladimirskiy gos. un-t im. A. G. i N. G. Stoletovykh Publ., 2024, pp. 212–217.

19. Akhmadiev F. G., Gil'fanov R. M. *Matematicheskoe modelirovanie i metody optimizatsii* [Mathematical Modeling and Optimization Methods]. Moscow, Ay Pi Ar Media Publ., 2022, 178 p. ISBN 978-5-4497-1383-4. Available at: <https://www.iprbookshop.ru/116448> — EBS «IPRbooks».

20. Akhmadiev F. G., Gizyatov R. F., Gil'fanov R. M. *Matematicheskoe modelirovanie. Metody optimizatsii. Vychislitel'niy eksperiment* [Mathematical modeling. Optimization methods. Computational experiment]. Kazan, AN RT Publ., 2019, 459 p.