

УДК 628.543

DOI 10.23968/1999-5571-2025-22-3-135-142

© Лю Сюэлян, аспирант

© Liu Xueliang, post-graduate student

© С. В. Федоров, канд. техн. наук

© S. V. Fedorov, PhD in Sci. Tech.

© Ю. А. Феофанов, д-р техн. наук, профессор
(Санкт-Петербургский государственный
архитектурно-строительный университет,
Санкт-Петербург, Россия)

© Yu. A. Feofanov, Dr. Sci. Tech., Professor
(Saint Petersburg State University
of Architecture and Civil Engineering,
St. Petersburg, Russia)

E-mail: liuxueliang6@yandex.ru, svyatoslavfedorov@mail.ru,
ufeofanov@rambler.ru

E-mail: liuxueliang6@yandex.ru, svyatoslavfedorov@mail.ru,
ufeofanov@rambler.ru

© Н. А. Черников, д-р техн. наук, профессор
(Петербургский государственный университет
путей сообщения Императора Александра I,
Санкт-Петербург, Россия)

© N. A. Chernikov, Dr. Sci. Tech., Professor
(Emperor Alexander I St. Petersburg State
Transport University,
St. Petersburg, Russia)

E-mail: nika_pgups@mail.ru

E-mail: nika_pgups@mail.ru

АНАЛИЗ СИЛ, ОКАЗЫВАЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЕ НА ВЗВЕШЕННУЮ ЧАСТИЦУ В ТОНКОСЛОЙНОМ МОДУЛЕ

ANALYSIS OF FORCES ACTING ON A SUSPENDED PARTICLE IN A THIN-LAYER MODULE

Рассматривается модель осаждения сферических частиц в проточной области тонкослойного модуля очистного сооружения. Модель учитывает скорость потока жидкости, угол наклона и шероховатость тонкослойного модуля, а также плотность твердой и жидкой фазы. Проанализированы силы, действующие на частицы в поле жидкости с непрерывным равномерным потоком, составлено уравнение баланса сил и получена расчетная зависимость для скорости осаждения. Для оценки состояния частиц использовано понятие равновесной скорости потока, при которой частица достигает устойчивого состояния, оставаясь в покое на пластине тонкослойного модуля. При скорости потока, меньшей равновесной, будет наблюдаться процесс осаждения частиц в отстойнике, а при обратной ситуации будет присутствовать вынос частиц из сооружения и снижение эффекта очистки. Построены графики зависимости равновесной скорости потока от диаметра и плотности частиц при различных углах наклона тонкослойного модуля. Результаты исследования могут быть использованы в инженерной практике при разработке и оптимизации работы отстойников.

Ключевые слова: отстойник, тонкослойный модуль, взвешенные частицы, осаждение.

This paper considers a model for the deposition of spherical particles in the flow region of a thin-layer module of a wastewater treatment plant. The model takes into account the fluid flow velocity, the inclination angle and roughness of the thin-layer module, as well as the density of the solid and liquid phases. There have been analyzed the forces acting on the particles in the fluid field with continuous uniform flow, balance equation for the forces acting on the particle has been developed, and a calculated dependence for the deposition velocity has been obtained. To assess the state of particles, the concept of equilibrium flow velocity is used, at which the particle reaches a stable state remaining at rest on the plate of the thin-layer module. At a flow rate lower than the equilibrium flow rate there will be a process of sedimentation of particles in the settling tank, and in the reverse situation, there will be particle removal from the structure and reduction of the purification effect. There have been plotted graphs of dependence of equilibrium flow rate on the diameter and density of particles at different angles of inclination of the thin-layer module. The results of the study can be used in engineering practice at developing and optimizing the operation of settling tanks.

Keywords: settling tank, thin-layer module, suspended particles, sedimentation.

Введение

Очистка воды от взвешенных частиц является актуальным вопросом для многих отраслей хозяйственной деятельности, например, машиностроения, предприятий бумажного производства, водоснабжения и водоотведения населенных пунктов, обогащения полезных ископаемых и т. д. Несмотря на обширные экспериментальные исследования в области осаждения частиц различных форм, включая сферы, кубоиды и цилиндры, рассмотрение осаждения частицы сферической формы по-прежнему является наиболее частым вариантом исследований [1–3].

Силы, действующие на твердые частицы, находящиеся в поле скорости и давления потока жидкости, можно разделить на три категории в зависимости от характера воздействия потока на частицу [4]:

1) силы, не связанные с относительным движением между жидкостью и частицами (например, сила инерции, сила Архимеда, сила тяжести и т. д.);

2) силы, зависящие от относительного движения между жидкостью и частицами и действующие в направлении относительной скорости (например, сила сопротивления Стокса, сила дополнительной массы, сила Бассета и т. д.);

3) силы, зависящие от относительного движения между жидкостью и частицами, но перпендикулярные направлению относительной скорости (например, сила Саффмана и сила Магнуса).

Сила дополнительной массы возникает, когда частица ускоряется в поле потока и должна также ускорять или замедлять окружающую ее жидкость, что требует дополнительной силы, как если бы масса частицы увеличилась [5]. Сила Бассета — это дополнительная движущая сила, возникающая при ускорении за счет обтекания потоком жидкости поверхности частицы. Она возникает из-за запаздывания диффузии вихря с поверхности частицы в окружающую жид-

кость [6]. Сила сопротивления Стокса — это сила, возникающая при относительном движении объекта в жидкости в направлении, противоположном направлению движения. Для объекта,двигающегося в жидкости с постоянной скоростью, сила сопротивления будет складываться из составляющих сил тяжести и Архимеда [7]. Сдвиг, вызванный полем течения потока, приводит к возникновению разницы давлений в нормальном направлении и появлению силы Саффмана, а подъемная сила, вызванная вращением самих частиц, известна как сила Магнуса [8].

Методы

Рассмотрим расчетную схему (рис. 1) движения жидкости в цилиндрической области с бесконечной высотой и площадью живого сечения. Начало координат x, y, z располагается в центре нижнего торца цилиндра. Вода двигается в цилиндре в направлении оси y с постоянной скоростью u_y , а движение потока в данном случае параллельно стенке цилиндра. В поле скорости потока рассматривается движение одной сферической частицы, которая движется вместе с потоком воды с постоянной скоростью. В данном случае силы, действующие на частицу, находятся в равновесии.

Рассматриваемая частица не имеет ускорения по причине постоянного поля скорости и давления, а также отсутствия градиентов указанных характеристик. На частицу действуют только сила сопротивления Стокса, сила Архимеда и сила тяжести.

При разработке расчетной модели осаждения частицы были рассмотрены зависимости для нахождения каждой силы.

Выражение F для силы Архимеда имеет следующий вид:

$$F = \frac{1}{6} \pi d_p^3 g \rho_f. \quad (1)$$

Чтобы определить вес частицы, находящейся во взвешенном состоянии в жидкой среде [9], воспользуемся следующей формулой:

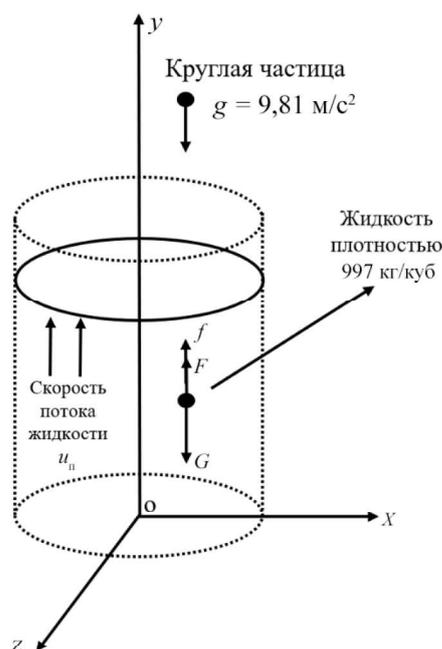


Рис. 1. Расчетная схема движения частицы в ньютоновской жидкости

$$F_w + f = G - F = \frac{1}{6} \pi d^3 g (\rho_{\text{ч}} - \rho_{\text{ж}}), \quad (2)$$

где $d_{\text{ч}}$ — диаметр частицы, м; $\rho_{\text{ч}}$ — плотность частицы, кг/м³; $\rho_{\text{ж}}$ — плотность жидкости, кг/м³; G — сила тяжести, $G = mg$.

Величину силы сопротивления жидкости (Стокса), действующей на частицу, можно определить с помощью формулы Джона Уильяма Стретта (лорда Рэлея) [10]:

$$f = \frac{1}{8} \pi d^2 \rho_{\text{ж}} C_D |u_{\text{ж}} - u_{\text{ч}}| (u_{\text{ж}} - u_{\text{ч}}), \quad (3)$$

где $u_{\text{ж}}$ — скорость жидкости, м/с; $u_{\text{ч}}$ — скорость частицы, м/с; C_D — коэффициент сопротивления.

Поскольку при движении частица испытывает сопротивление от жидкости, а также на нее воздействует сила тяжести, то уравнение, описывающее осаждение частицы, можно представить в следующем виде:

$$F_w + f = m_{\text{ч}} \frac{du_{\text{ч}}}{dt}, \quad (4)$$

где $m_{\text{ч}}$ — масса частицы, кг; t — время осаждения частицы, с.

Подставляя выражения (2), (3) в уравнение (4), получаем

$$dt = \frac{d_{\text{ч}} \rho_{\text{ч}}}{\frac{3}{4} \rho_{\text{ж}} C_D |u_{\text{ж}} - u_{\text{ч}}| (u_{\text{ж}} - u_{\text{ч}}) - d_{\text{ч}} g (\rho_{\text{ч}} - \rho_{\text{ж}})} du_{\text{ч}}. \quad (5)$$

Если известна конечная скорость осаждения, то время, необходимое для перехода из состояния покоя в равномерное прямолинейное движение, можно определить с помощью численного интегрирования выражения (5).

Когда частица достигает состояния равномерного движения под действием сил, она начинает двигаться с постоянной скоростью (осаждаясь или поднимаясь вверх), тогда $\frac{du_{\text{ч}}}{dt} = 0$, и уравнение (4) будет иметь следующий вид:

$$F_w + f = \frac{1}{8} \pi d_{\text{ч}}^2 \rho_{\text{ж}} C_D |u_{\text{ж}} - u_{\text{ч}}| (u_{\text{ж}} - u_{\text{ч}}) - \frac{1}{6} \pi d_{\text{ч}}^3 g (\rho_{\text{ч}} - \rho_{\text{ж}}) = 0. \quad (6)$$

Когда скорость осаждения частицы превалирует над скоростью движения потока, уравнение (6) преобразуется в следующий вид:

$$\frac{1}{8} \pi d_{\text{ч}}^2 \rho_{\text{ж}} C_D (u_{\text{ж}} - u_{\text{ч}})^2 - \frac{1}{6} \pi d_{\text{ч}}^3 g (\rho_{\text{ч}} - \rho_{\text{ж}}) = 0; \quad (7)$$

$$u_{\text{ч}} = u_{\text{ж}} - \sqrt{\frac{4}{3} d_{\text{ч}} g \frac{\rho_{\text{ч}} - \rho_{\text{ж}}}{\rho_{\text{ж}} C_D}}. \quad (8)$$

Когда наблюдается обратная ситуация и скорость потока становится больше, чем скорость осаждения частицы, то выражение (6) будет записано следующим образом:

$$(u_{\text{ж}} - u_{\text{ч}})^2 = -\frac{4 \pi d_{\text{ч}}^3 g (\rho_{\text{ч}} - \rho_{\text{ж}})}{3 \pi d_{\text{ч}}^2 \rho_{\text{ж}} C_D}; \quad (9)$$

$$u_{\text{ч}} = u_{\text{ж}} + \sqrt{-\frac{4}{3} d_{\text{ч}} g \frac{\rho_{\text{ч}} - \rho_{\text{ж}}}{\rho_{\text{ж}} C_D}}. \quad (10)$$

Таким образом, полученные уравнения (8) и (10) представляют собой расчетную модель для конечной скорости твердых частиц в ньютоновских жидкостях для различной скорости потока, плотностей жидкости и твердой фазы. Данная модель учитывает характеристики твердых частиц в статичной или двигающейся жидкости при взвешивании и осаждении.

При расчете может получаться положительное или отрицательное значение скорости частицы. Знак в данном случае отражает направление движения в сторону осаждения, если $u_{\text{ч}} > 0$, или в сторону подъема, тогда $u_{\text{ч}} < 0$.

Для случая, когда жидкость находится в статичном состоянии, можно получить аналогичную зависимость для скорости частицы, решая уравнение (6) при условии $u_{\text{ж}} = 0$ и $\rho_{\text{ч}} > \rho_{\text{ж}}$.

Поскольку тонкослойный модуль очистного сооружения имеет определенный угол, при котором направление потока воды совпадает с углом модуля, траектория движения частиц в тонкослойном модуле отличается от обычной модели осаждения. Когда частица попадает в ярус тонкослойного модуля с определенной начальной скоростью, на нее действуют те же силы сопротивления воды, тяжести и Архимеда, но в отличие от рассмотренной выше модели сила сопротивления воды будет направлена в тонкослойном модуле под углом, что сформирует дугообразную траекторию движения частицы в процессе оседания.

На рис. 2 показаны варианты траектории движения частиц в ярусе тонкослойно-

го модуля в зависимости от соотношения плотностей твердых частиц и жидкой среды.

1. В первом случае, когда плотность частицы сопоставима с плотностью жидкости, сила Архимеда и сила тяжести будут уравновешены, а частицы будут двигаться с водой в направлении потока с постоянной скоростью.

2. Рассмотрим второй случай, когда плотность частиц больше плотности воды, а начальная скорость $u_{\text{ч}}$ частиц при входе в ярус выше скорости потока в модуле. В данной ситуации отсутствует равновесие сил, что будет приводить к предварительному торможению частицы на входе (сила сопротивления воды направлена в противоположную сторону от направления движения частицы) и попаданию в ярус за счет силы инерции. После этого внутри яруса возникнет равновесное состояние, когда сила сопротивления воды станет сонаправлена с потоком жидкости. Данное равновесие устанавливает равенство между составляющими скоростей частицы и жидкости по оси y : $u_{\text{ж}y} = u_{\text{ч}y}$. Учитывая, что составляющая скорости частицы по оси x не может быть больше соответствующей скорости жидкости, направление результирующей скорости частицы будет в сторону дна яруса,

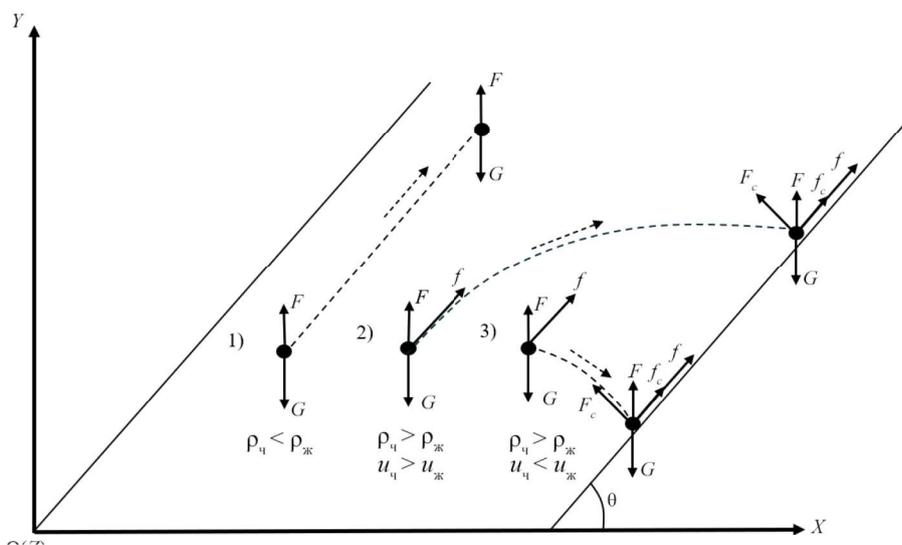


Рис. 2. Схема движения частицы в ярусе тонкослойного модуля

а это, в свою очередь, вызовет осаждение частицы по дугообразной траектории.

3. В третьем случае плотность частиц больше плотности воды, а начальная скорость $u_{\text{ч}}$ частиц, наоборот, меньше скорости потока воды в модуле. В данной ситуации сила инерции, действующая на частицу, меньше, поэтому в отличие от ранее рассмотренного случая подъем будет менее выраженным, что фактически приведет к мгновенному осаждению.

Таким образом, учитывая угол наклона модуля, можем записать уравнения движения частиц по осям x и y , используя выражение (6).

По оси x :

$$\frac{1}{8} \cos \theta \pi d_{\text{ч}}^2 \rho_{\text{ж}} C_D (u_{\text{ж}} \cos \theta)^2 = m_{\text{ч}} \frac{du_{\text{ч}}}{dt}. \quad (11)$$

По оси y :

$$\frac{1}{8} \sin \theta \pi d_{\text{ч}}^2 \rho_{\text{ж}} C_D |u_{\text{ж}} \sin \theta - u_{\text{ч}}| (u_{\text{ж}} \sin \theta - u_{\text{ч}}) - \frac{1}{6} \pi d_{\text{ч}}^3 g (\rho_{\text{ч}} - \rho_{\text{ж}}) = 0. \quad (12)$$

Скорость осаждения частицы можно найти по следующей формуле:

$$u_{\text{ч}} = u_{\text{ж}} \sin \theta - \sqrt{\frac{4}{3} d_{\text{ч}} g \frac{\rho_{\text{ч}} - \rho_{\text{ж}}}{\rho_{\text{ж}}} \frac{1}{C_D} \frac{1}{\sin \theta}}. \quad (13)$$

Коэффициент сопротивления C_D зависит от режима движения частицы и определяется числом Рейнольдса [11]:

$$\text{Re}_{\text{ч}} = \frac{|u_{\text{ж}} - u_{\text{ч}}| d_{\text{ч}} \rho_{\text{ж}}}{\nu}, \quad (14)$$

где ν — кинематическая вязкость жидкости.

Для нахождения коэффициента сопротивления можно воспользоваться следующей зависимостью [12]:

$$C_D = \frac{24(1 + 0,17 \text{Re}_{\text{ч}}^{2/3})}{\text{Re}_{\text{ч}}}. \quad (15)$$

Когда частица соприкасается со стенкой, ее скорость становится равной 0 и на нее действуют сила реакции F_c , направленная нормально от поверхности, и сила статического трения f_c .

Силу реакции F_c можно выразить следующей зависимостью:

$$F_c = G \sin \theta. \quad (16)$$

Уравнение равновесия сил для частицы, находящейся на стенке, с учетом восходящего потока воды будет иметь следующий вид:

$$f_c + f = \sin \theta F_w; \quad (17)$$

$$f_c = \mu mg; \quad (18)$$

$$\mu mg + \frac{1}{8} \pi d_{\text{ч}}^2 \rho_{\text{ж}} C_D u_{\text{ж}}^2 = \frac{\sin \theta}{6} \pi d_{\text{ч}}^3 g (\rho_{\text{ч}} - \rho_{\text{ж}}), \quad (19)$$

где μ — коэффициент статического трения; f_c — сила статического трения, действующая со стороны стенки на частицу.

Для оценки процесса осаждения частицы при ее различной фракции и плотности, шероховатости пластин модуля, выразим из уравнения (19) скорость движения потока жидкости, которая будет иметь смысл равновесной скорости:

$$u_{\text{ж}} = \frac{\sin \theta \pi d_{\text{ч}}^3 g (\rho_{\text{ч}} - \rho_{\text{ж}}) - \mu mg}{3 d_{\text{ч}}^2 \rho_{\text{ж}} C_D}. \quad (20)$$

Используя формулу (20), построили серию функций (рис. 3) зависимости равновесной скорости потока от диаметра и плотности частицы. В данном случае под равновесной понимается такое значение скорости потока, при котором частица остается в покое на поверхности пластины модуля. Соответственно, если скорость потока больше, чем значение равновесной скорости, то будет наблюдаться процесс выноса частиц из отстойника. При обратной ситуации будет происходить осаждение частиц и соскальзывание их в бункер отстойника.

Также используя уравнение (20), построили график зависимости равновесной скорости от диаметра частиц и угла наклона тонкослойного модуля (рис. 4).

Из показаний графика видно, что увеличение угла наклона тонкослойного модуля приводит к увеличению равновесной скорости потока при одинаковом диаметре частиц, что качественно соответствует ожидаемому результату и физическому смыслу процесса осаждения частиц в тонкослойном отстойнике.

Также в работе производилась оценка влияния шероховатости пластин на величину равновесной скорости потока. Результаты для условия чистого пластика и песчаных частиц без каких-либо примесей, увеличивающих адгезионные свойства, показали, что шероховатость оказывает незначительное влияние.

Необходимо отметить, что полученные результаты имеют сугубо теоретический характер. Для уточнения закономерностей осаждения частиц, безусловно, требуется произвести эксперимент с целью определения коэффициента сопротивления потока в проточной области тонкослойного модуля. На сегодняшний день известно достаточно

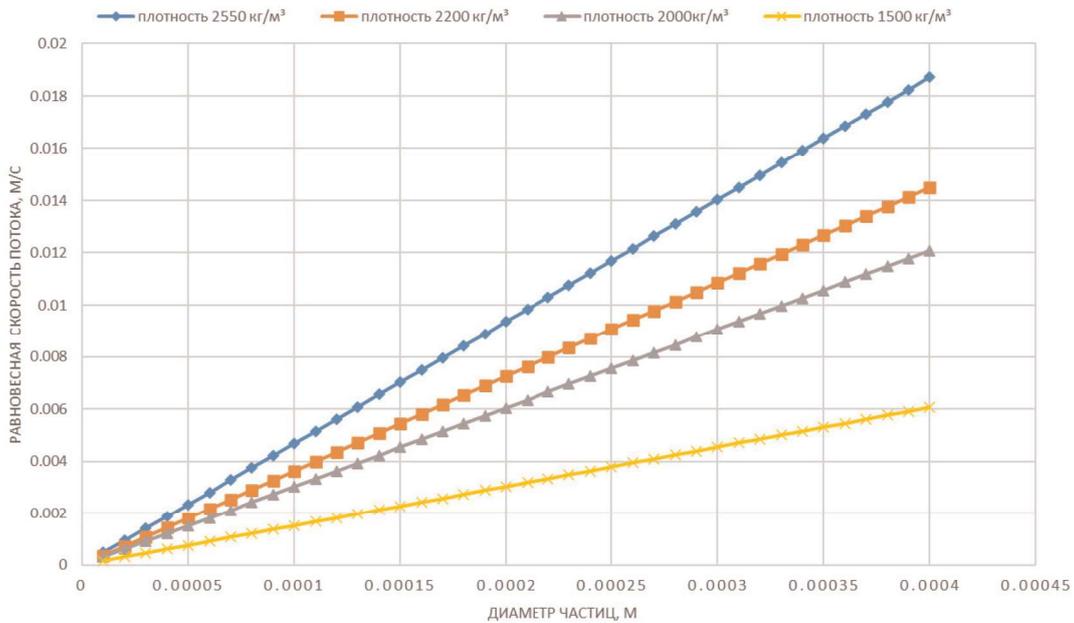


Рис. 3. Зависимость равновесной скорости потока от диаметра и плотности частиц

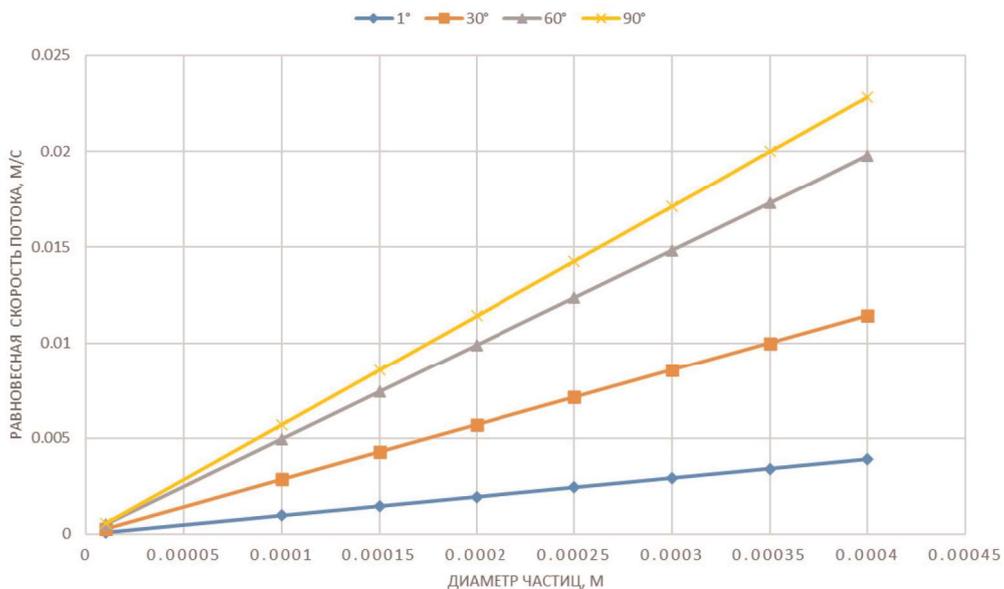


Рис. 4. Зависимость равновесной скорости от диаметра частиц и угла наклона тонкослойного модуля

много зависимостей для оценки коэффициента сопротивления, так, например, можно выделить формулы Осина, Гольдштейна, Доу Гуорена [13] и др. Практически все зависимости учитывают случай движения частиц в сплошном вертикальном потоке.

В связи с этим появилась необходимость получить зависимость для расчета коэффициента сопротивления в условиях наклонного тонкослойного модуля и провести сравнительный анализ с результатами других ученых.

Кроме этого, важно отметить, что в настоящем исследовании было принято равномерное движение потока со взвешенными частицами, лишенными эффекта вращения. По этой причине авторы пренебрегали влиянием силы Магнуса, хотя в реальном процессе колебание скорости потока может вызывать вращение частиц, а оно, в свою очередь, — возникновение силы Магнуса, приводящей к отклонению частиц от первоначальной траектории движения. Влияние данного фактора также может быть учтено эмпирическим путем.

Выводы

В результате выполненного исследования разработана математическая модель осаждения частиц в отстойнике с тонкослойным модулем. Модель составлена на основе рассмотрения уравнения баланса сил, оказывающих воздействие на сферическую частицу в равномерно двигающемся потоке воды. Полученные закономерности позволили оценить влияние на скорость осаждения частиц таких факторов, как диаметр и плотность частиц, плотность жидкой среды, угол наклона и шероховатость тонкослойного модуля. Увеличение угла наклона пластин и плотности взвешенных частиц при постоянном диаметре последних характеризуется ростом равновесной скорости потока, при превышении которой будет наблюдаться вынос частиц из тонкослойного модуля. Данный результат качественно соответствует ожиданиям.

Представленные закономерности и расчетные зависимости могут быть в дальнейшем использованы при проектировании и оптимизации работы тонкослойных отстойников.

Дальнейшее развитие данного исследования может включать в себя экспериментальное подтверждение расчетов в лабораторных и промышленных условиях, что позволит расширить область применения результатов на практике.

Библиографический список

1. Terfous A., Hazzab A., Ghenaim A. Predicting the drag coefficient and settling velocity of spherical particles // *Powder Technology*. 2013. Vol. 239. Pp. 12–20.
2. Wang J., Qi H., Zhu J. Experimental study of settling and drag on cuboids with square base // *Particuology*. 2011. Vol. 9 (3). Pp. 298–305.
3. Kalman H., Matana E. Terminal velocity and drag coefficient for spherical particles // *Powder Technology*. 2022. Vol. 396 (Part A). Pp. 181–190.
4. Liu D. *Two-phase fluid dynamics*. Beijing, 1993. 734 p.
5. Zhang Y., Ren W., Li P., Zhang X., Lu X. Flow regimes and characteristics of dense particulate flows with coarse particles in inclined pipe // *Powder Technology*. 2023. Vol. 428. P. 118859.
6. Trewhela T., Gray J. M. N. T., Ancey C. Large particle segregation in two-dimensional sheared granular flows // *Physical Review Fluids*. 2021. Vol. 6 (5). P. 54302.
7. Stokes G. G. On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums // *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*. 1851. Vol. IX. Pp. 8–106.
8. Zhou M., Kuang S., Luo K., Zou R., Wang S., Yu A. Modeling and analysis of flow regimes in hydraulic conveying of coarse particles // *Powder Technology*. 2020. Vol. 373. Pp. 543–554.
9. Yao Y., Ge J. Non-steady flow in low-permeability reservoir // *Journal of China University of Petroleum (Edition of Natural Science)*. 2003. Vol. 27 (2). Pp. 55–58.
10. Dong C., Luan W., Zhou S., Zhang Q. Analysis and application of model for solid particle movement in Newton fluid // *Journal of China University of Petroleum*. 2007. Vol. 31 (5). Pp. 55–63.
11. Волк А. М., Терешко Е. В. Анализ сил, действующих на твердую частицу в сплошном потоке // *Труды БГТУ. Физико-математические науки и информатика*. 2015. № 6 (179). С. 10–14.

12. Медников Е. П. Турбулентный перенос и осаждение аэрозолей. М.: Наука, 1981. 174 с.

13. Yang H., Fan M., Liu A., Dong L. General formulas for drag coefficient and settling velocity of sphere based on theoretical law // *International Journal of Mining Science and Technology*. 2015. Vol. 25 (2). Pp. 219–223.

References

1. Terfous A., Hazzab A., Ghenaim A. Predicting the drag coefficient and settling velocity of spherical particles. *Powder Technology*, 2013, vol. 239, pp. 12–20.

2. Wang J., Qi H., Zhu J. Experimental study of settling and drag on cuboids with square base. *Particuology*, 2011, vol. 9 (3), pp. 298–305.

3. Kalman H., Matana E. Terminal velocity and drag coefficient for spherical particles. *Powder Technology*, 2022, vol. 396 (Part A), pp. 181–190.

4. Liu D. *Two-phase fluid dynamics*. Beijing, 1993, 734 p.

5. Zhang Y., Ren W., Li P., Zhang X., Lu X. Flow regimes and characteristics of dense particulate flows with coarse particles in inclined pipe. *Powder Technology*, 2023, vol. 428, P. 118859.

6. Trewhela T., Gray J. M. N. T., Ancey C. Large particle segregation in two-dimensional sheared granular flows. *Physical Review Fluids*, 2021, vol. 6 (5), P. 54302.

7. Stokes G. G. On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, 1851, vol. IX, pp. 8–106.

8. Zhou M., Kuang S., Luo K., Zou R., Wang S., Yu A. Modeling and analysis of flow regimes in hydraulic conveying of coarse particles. *Powder Technology*, 2020, vol. 373, pp. 543–554.

9. Yao Y., Ge J. Non-steady flow in low-permeability reservoir. *Journal of China University of Petroleum (Edition of Natural Science)*, 2003, vol. 27 (2), pp. 55–58.

10. Dong C., Luan W., Zhou S., Zhang Q. Analysis and application of model for solid particle movement in Newton fluid. *Journal of China University of Petroleum*, 2007, vol. 31 (5), pp. 55–63.

11. Volk A. M., Tereshko E. V. *Analiz sil, deystvuyushchikh na tverduyu chastitsu v sploshnom potoke* [Analysis of forces acting on a solid particle in a continuous flow]. *Trudy BGTU. Fiziko-matematicheskie nauki i informatika – Proceedings of BSTU. Physico-Mathematical Sciences and Informatics*, 2015, no. 6 (179), pp. 10–14.

12. Mednikov E. P. *Turbulentniy perenos i osazhdenie aerorozolei* [Turbulent transfer and deposition of aerosols]. Moscow, Nauka Publ., 1981, 174 p.

13. Yang H., Fan M., Liu A., Dong L. General formulas for drag coefficient and settling velocity of sphere based on theoretical law. *International Journal of Mining Science and Technology*, 2015, vol. 25 (2), pp. 219–223.