

УДК 624.04/.07, 004.942

© А. И. Гарипов, ст. науч. сотрудник
(ООО «Научно-исследовательский
и проектный институт
„Эксплуатационный ресурс конструкций“»,
Санкт-Петербург, Россия)
E-mail: azat.i.garipov@gmail.com

DOI 10.23968/1999-5571-2025-22-3-29-37

© А. I. Garipov, senior research worker
(Research and Design Institute
«Structures serviceability reserve» Co. Ltd,
St. Petersburg, Russia)
E-mail: azat.i.garipov@gmail.com

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ В СЕЧЕНИИ ПРИ РАСЧЕТЕ СТЕРЖНЕВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ СТАЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ОБРАТНЫМ МЕТОДОМ

DETERMINATION OF STRAIN STATE PARAMETERS IN A CROSS-SECTION FOR THE ANALYSIS OF ROD ELEMENTS OF STEEL STRUCTURES BY THE INVERSE METHOD

Обратный метод решения задач прочности и устойчивости позволяет по произвольно заданному деформированному состоянию в поперечном сечении стержневого элемента, учитывая физическую нелинейность, потерю местной устойчивости и устойчивости формы сечения, установить напряженное состояние и соответствующие интегральные усилия: продольную силу и изгибающие моменты. Для определения параметров деформированного состояния, соответствующих заданным соотношениям усилий, разработаны быстродействующие методы, учитывающие особенности работы элементов стальных конструкций. Решение системы из двух нелинейных уравнений при этом сведено к решению уравнения с одним неизвестным, что позволяет использовать численные методы, гарантирующие сходимость итерационного процесса.

Ключевые слова: обратный метод, напряженно-деформированное состояние, прочность, устойчивость, местная устойчивость, редукция сечения, стержневой элемент, стальная конструкция.

The inverse solution method for strength and buckling resistance problems allows establishing the stress state and the corresponding integral forces, such as axial force and bending moments for an arbitrarily specified strain state in the cross-section of a rod element, taking into account physical nonlinearity, local and distortional buckling. In order to determine the strain state parameters corresponding to the given relations of forces, there have been developed fast-acting methods that take into account the operation features of steel structural elements. The solution of a system of two nonlinear equations is reduced to the solution of an equation with one unknown, which makes it possible to use numerical methods that guarantee convergence of iterative process.

Keywords: inverse method, stress-strain state, strength, buckling resistance, local buckling resistance, cross-section reduction, rod element, steel structure.

Введение

При решении задач прочности и устойчивости с учетом упругопластической стадии работы обычных элементов стальных конструкций или с учетом потери местной устойчивости и устойчивости формы сечения элементов легких стальных тонкостенных конструкций (ЛСТК) необходимо иметь

в виду нелинейную связь деформированного состояния в сечении элемента и интегральных усилий — продольной силы и изгибающих моментов. Зачастую для этого используется метод упругих решений¹ А. А. Ильюшина в форме дополнительных нагрузок в «пря-

¹ Ильюшин А. А. Пластичность. Часть первая. М.: ОГИЗ; Гос. изд-во технико-теоретической литературы, 1948. С. 121–125.

мой» постановке, когда расчет выполняется по приращениям усилий, при этом скорость сходимости тем ниже, чем меньше жесткость на очередной итерации расчета².

В работе [1] был предложен «обратный» метод расчета для решения задач прочности и устойчивости, в соответствии с которым по заданному распределению относительных деформаций в поперечном сечении элемента $\varepsilon(x, y)$ определяются действующие в нем усилия, причем для обычных элементов используется унифицированная диаграмма работы стали (см. рис. 1, б и формулу (2) в работе [2]), а для элементов ЛСТК — билинейная диаграмма, и напряжения в элементах ЛСТК интегрируются по редуцированному поперечному сечению (см. формулы (1)–(3) в работе [3]).

Задача расчета при использовании обратного метода заключается в определении параметров предельного деформированного состояния, соответствующих заданному соотношению усилий. Обратный метод показал свою эффективность в исследованиях работы элементов ЛСТК [4], трубобетонных элементов [5], решетчатых конструкций [6] и конструкций с повреждениями [7], поэтому задача разработки эффективных методов определения параметров деформированного состояния является ключевой в развитии этого метода.

1. Расчет сечений с двумя осями симметрии

Сечение с двумя осями симметрии является простейшим случаем с точки зрения расчета и анализа: оси симметрии являются также главными осями, а смещения центра тяжести редуцированного сечения для ЛСТК-профилей при действии только сжимающей силы нулевые: $\Delta x_N = \Delta y_N = 0$. Поверхность прочности обычных сечений в этом случае имеет три плоскости симметрии ($N = 0, M_x = 0, M_y = 0$), а поверхность прочно-

сти сечений ЛСТК — две плоскости симметрии ($M_x = 0$ и $M_y = 0$).

Деформированное состояние может быть задано в виде

$$\varepsilon(x, y) = \varepsilon_{\max} \left(k_N + (1 - |k_N|) \left(k_{M_x} \frac{y}{y^*} + (1 - k_{M_x}) \frac{x}{x^*} \right) \right), \quad (1)$$

где x^* и y^* — координаты наиболее напряженной точки при сжатии с изгибом (рис. 1, а); ε_{\max} — деформация наиболее напряженной точки; $k_N \in [-1; 1]$ и $k_{M_x} \in [0; 1]$ — параметры распределения деформации.

При расчете точек поверхности прочности деформация наиболее напряженной точки ε_{\max} принимается равной предельному значению: $\varepsilon_{u, ep} = 4\varepsilon_y$ для расчета с учетом упруго-пластической работы или $\varepsilon_{u, tw} = \varepsilon_y$ для расчета элементов ЛСТК, где $\varepsilon_y = R_y/E$.

Параметр k_N отвечает за распределение деформации в пользу продольной силы N (при $k_N = -1$ возникает предельная растягивающая сила $N_{t, u}$, при $k_N = 1$ — предельная сжимающая $N_{c, u}$), а параметр k_{M_x} — за распределение остатка деформации в пользу изгибающего момента M_x (для сечений обычных элементов при $k_N = 0$ и $k_{M_x} = 1$ возникает предельный момент $M_{x, u}$, а при $k_N = 0$ и $k_{M_x} = 0$ — предельный момент $M_{y, u}$). При действии только изгибающих моментов $M_x \geq 0$ и/или $M_y \geq 0$ в сечениях элементов ЛСТК за счет смещения центра тяжести редуцированного сечения в сторону растягивающих напряжений имеем $k_N \geq 0$.

1.1. Продольная сила и один изгибающий момент

При совместном действии продольной силы N и одного изгибающего момента в сечении, симметричном относительно двух осей, деформированное состояние по (1) определяется одним параметром $\in [-1; 1]$, в то время как второй параметр принимается постоянным: $k_{M_x} = 1$ (если действует M_x) или $k_{M_x} = 0$ (если действует M_y). Варьируя пара-

² Александров А. В., Потапов В. Д. Основы теории упругости и пластичности. М.: Высшая школа, 1990. С. 311–314.

метр k_N на интервале $[-1; 1]$ и определяя соответствующие деформированному состоянию (1) усилия N и M_x , получаем их связь в предельном состоянии, как показано на рис. 1, а, которую можно выразить величиной

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{1}{m} = \operatorname{arctg} \frac{\bar{N}}{M}, \quad (2)$$

где $m = \frac{M A}{N W}$ — относительный эксцентриситет; $\bar{N} = \frac{N}{AR_y}$ — безразмерное значение продольной силы; $\bar{M} = \frac{M}{WR_y}$ — безразмерное значение изгибающего момента.

На рис. 1, б показан график зависимости $\alpha(k_N)$. Для определения значения параметра k_N , при котором соотношение усилий в предельном состоянии соответствует заданному $\alpha_{req} = \operatorname{arctg} \frac{1}{m_{req}}$, необходимо решить нелинейное уравнение

$$\alpha(k_N) = \alpha_{req}. \quad (3)$$

Учитывая, что при $k_N = -1$ или при $k_N = 1$ имеем $M = 0$ (при этом, если $k_N = 1$, то N положительна, а если $k_N = -1$, то N отрицательна), величина $\alpha(k_N)$ в соответствии с теоремой о промежуточном значении принимает при $k_N \in [-1; 1]$ все значения на интервале

$\alpha(k_N) \in [-90^\circ; 90^\circ]$, и уравнение (3) всегда имеет решение для сечений как обычных элементов, так и элементов ЛСТК.

В таблице приведены характеристики некоторых численных методов решения нелинейного уравнения. Методы Риддерса и Ньютона–Рафсона в лучшем случае обладают квадратичной скоростью сходимости, но требуют одно дополнительное вычисление функции на каждой итерации расчета, поэтому эквивалентная скорость сходимости ограничена величиной $\sqrt{2} \approx 1,414$.

Методы хорд и Ньютона–Рафсона не гарантируют сходимость итерационного процесса в следующих случаях: если очередное приближение выходит за границы исходного интервала поиска корня, а функция за границами этого интервала не определена, имеет разрывы или ее поведение сильно меняется; если на очередной итерации первая производная функции равна нулю (для метода Ньютона–Рафсона (см. участки красного цвета на рис. 1, б)). Методы Риддерса [8] и Брента [9] являются усовершенствованными вариантами метода бисекции, где для поиска очередного приближения используются разные аппроксимирующие функции, но эти функции плохо описывают действительную

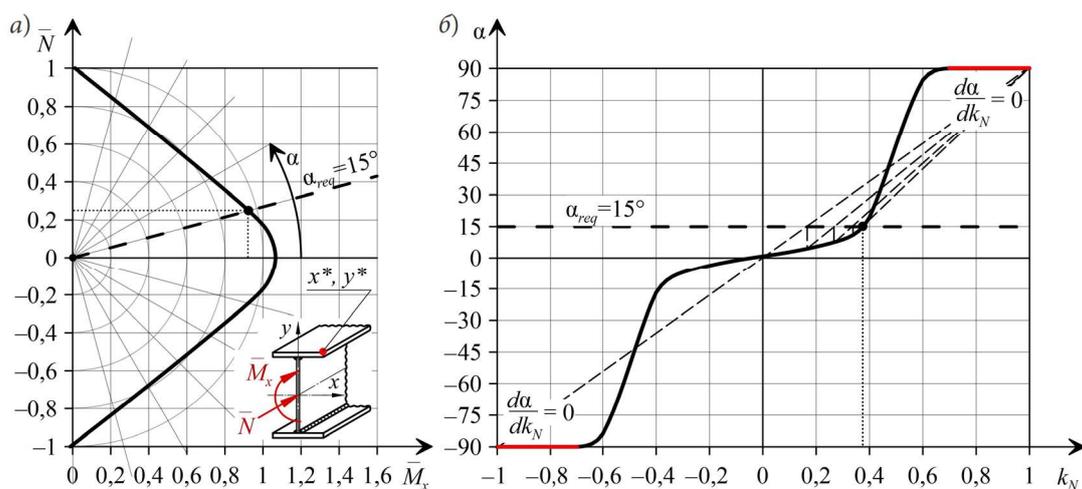


Рис. 1. Предельные состояния по прочности в упругопластической стадии при сжатии с изгибом в плоскости большей жесткости двутавра: а — связь продольной силы и изгибающего момента; б — график зависимости $\alpha(k_N)$

Характеристики некоторых численных методов решения нелинейного уравнения с одним неизвестным

Свойства методов	Методы					
	бисекции	ложного положения	Риддерса [8]	Брента [9]	хорд (секущих)	Ньютона-Рафсона
Скорость сходимости в лучшем случае	1	1,618	1,414	1,839	1,618	1,414
Гарантированная скорость сходимости	1	<1	<1	1	<1	1
Гарантия сходимости итерационного процесса	+	+	+	+	-	-
Метод не выходит за границы начального интервала поиска корня	+	+	+	+	-	-

зависимость $\alpha(k_N)$ и поэтому, как показал опыт их использования, не дают выигрыша в скорости сходимости по сравнению с методом ложного положения, при этом их реализация сложнее.

Метод ложного положения (*regula falsi*) отличается от метода бисекции только соотношением, в котором интервал поиска корня делится на очередной итерации: пополам для метода бисекции и пропорционально значениям функции на границах интервала для метода ложного положения [10] (итерации метода ложного положения показаны на рис. 1, б штриховыми линиями). Это означает, что метод ложного положения также прост в реализации, как метод бисекции, и при этом, как правило, имеет большую скорость сходимости. Например, при действии продольной силы с эксцентриситетом $m=1$ в прямоугольном сечении с учетом упругопластической стадии работы уравнение (3) решается с погрешностью не более 10^{-4} радиан методом бисекции за 14 итераций, а методом ложного положения — за пять итераций.

1.2. Продольная сила и два изгибающих момента

При действии продольной силы и двух изгибающих моментов соотношение между суммарным моментом $M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$ и продольной силой, как и при действии продольной силы и одного момента, можно выразить параметром

$$\alpha = \arctg \frac{1}{m} = \arctg \frac{\bar{N}}{\sqrt{\bar{M}_x^2 + \bar{M}_y^2}}, \quad (4)$$

где $m = \sqrt{m_x^2 + m_y^2}$ — суммарный относительный эксцентриситет; $\bar{M}_{x(y)} = \frac{M_{x(y)}}{W_{x(y)} R_y}$ — безразмерное значение изгибающего момента.

При этом соотношение между изгибающими моментами выражается параметром

$$\beta = \arctg \frac{m_x}{m_y} = \arctg \left(\frac{\bar{M}_x}{\bar{M}_y} \right). \quad (5)$$

На рис. 2, а показаны изолинии $\bar{N} = \text{const}$ поверхности прочности двутавра, а на рис. 2, б — изолинии $\alpha(k_N, k_{M_x}) = \text{const}$ (сплошными линиями) и $\beta(k_N, k_{M_x}) = \text{const}$ (штриховыми линиями).

Для определения значений параметров k_N и k_{M_x} , при которых соотношения усилий в предельном состоянии соответствуют заданным $\alpha_{req} = \arctg \frac{1}{\sqrt{m_{x,req}^2 + m_{y,req}^2}}$ и $\beta_{req} = \arctg \frac{m_{x,req}}{m_{y,req}}$, необходимо решить систему нелинейных уравнений

$$\begin{cases} \alpha(k_N, k_{M_x}) = \alpha_{req}, \\ \beta(k_N, k_{M_x}) = \beta_{req}. \end{cases} \quad (6)$$

Заметим, что для любого заданного значения $k_{M_x} \in [0; 1]$ существует такое значение $k_N^* \in [-1; 1]$, которое является решением нелинейного уравнения с одним неизвестным

$$\alpha^*(k_N) = \alpha_{req}, \quad (7)$$

где $\alpha^*(k_N) = \alpha(k_N, k_{M_x})$ для заданного значения k_{M_x} .

Доказательство существования решения (7) аналогично доказательству существования решения (3). Пусть $k_N^* = f(k_{M_x})$ —

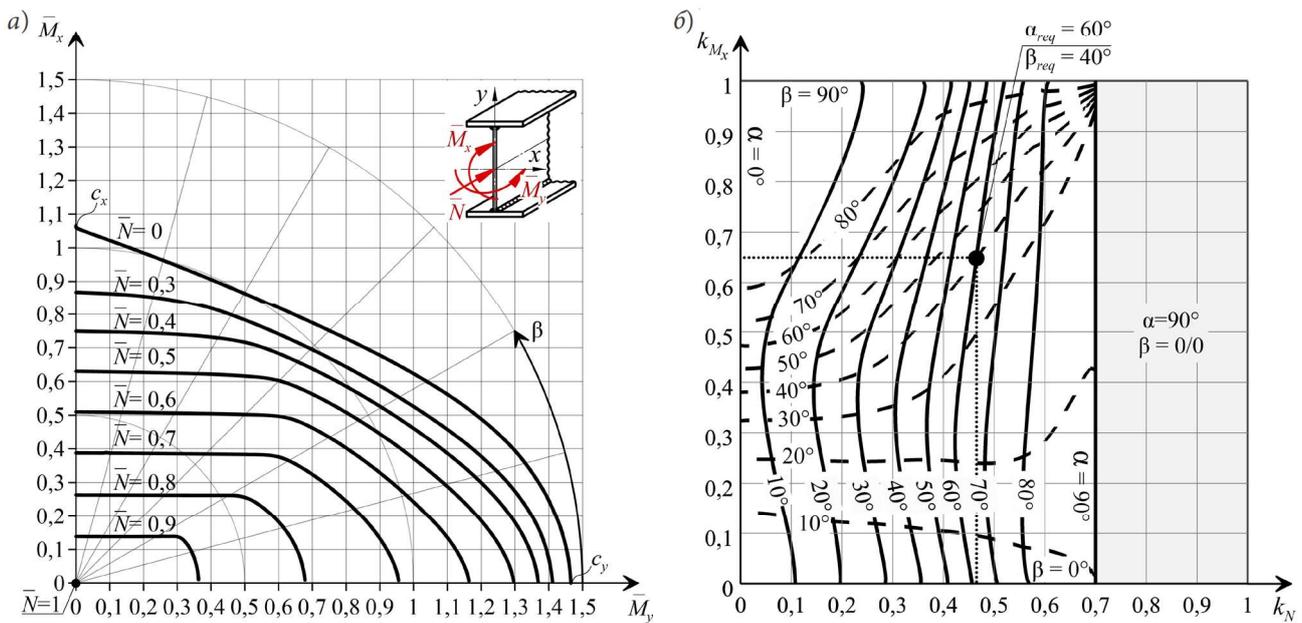


Рис. 2. Предельные состояния по прочности в упругопластической стадии двутавра при трехпараметрическом нагружении: а — изолинии $\bar{N} = \text{const}$ поверхности прочности; б — изолинии $\alpha(k_N, k_{M_x}) = \text{const}$ и $\beta(k_N, k_{M_x}) = \text{const}$

решение уравнения (7). Тогда решение системы (6) может быть сведено к решению нелинейного уравнения с одним неизвестным

$$\beta^*(k_{M_x}) = \beta_{req}, \quad (8)$$

где $\beta^*(k_{M_x}) = \beta(k_N^*, k_{M_x})$.

Уравнение (8) решается теми же методами, что и уравнение (3), но при каждом вычислении значения функции $\beta^*(k_{M_x})$ сначала ищется значение k_N^* из решения уравнения (7), поэтому количество итераций, необходимых для расчета, увеличивается квадратично.

Учитывая, что при $k_{M_x} = 0$ имеем $M_x = 0$, а при $k_{M_x} = 1$ имеем $M_x = M_x^*$ при условии, что $\sqrt{M_x^2 + M_y^2} > 0$ (что обеспечивается расчетом k_N^* из решения уравнения (7)), величина $\beta^*(k_{M_x})$ в соответствии с теоремой о промежуточном значении принимает при $k_{M_x} \in [0; 1]$ все значения на интервале $\beta^*(k_{M_x}) \in [0; 90^\circ]$, и уравнение (8) всегда имеет решение для сечений как обычных элементов, так и элементов ЛСТК.

Такой подход позволяет использовать главное преимущество эффективных численных методов решения нелинейного уравне-

ния с одним неизвестным — гарантированную сходимость итерационного процесса.

Для решения системы (6) можно использовать также обобщенные для многомерных задач методы: Ньютона-Рафсона или Бroyдена [11]. Метод Ньютона-Рафсона требует для системы с двумя неизвестными только два дополнительных вычисления функции на каждом шаге для численного определения производных и в лучшем случае обладает скоростью сходимости $\sqrt[3]{2} \approx 1,26$, поэтому при удачно подобранном начальном приближении число итераций значительно меньше, но частные производные в точке очередного приближения могут оказаться нулевыми (см. область $\alpha = 90^\circ$ на рис. 2, б), или метод может выйти за диапазон допустимых значений параметров k_N и k_{M_x} , а значит, сходимость итерационного процесса не гарантирована, что подтверждается практикой его применения. В случае, если начальное приближение находится далеко от решения, алгоритм линейного поиска [10] позволяет увеличить скорость сходимости.

При удачно подобранном начальном приближении вычисление частных производных можно произвести только на первой итерации расчета, применяя на последующих итерациях аппроксимацию производных, не требующую дополнительных вычислений исходной функции, в чем и состоит метод Бройдена, но действительная скорость сходимости сильно снижается, если начальное приближение находится на значительном удалении от решения.

Проверку прочности по результатам расчета предельного состояния обратным методом можно выполнить по формуле

$$K_u^s = \frac{1}{\gamma_c} \cdot \frac{\frac{|N|}{A} + \frac{|M_x|}{W_x} + \frac{|M_y|}{W_y}}{\frac{|N_{lim}|}{A} + \frac{|M_{x,lim}|}{W_x} + \frac{|M_{y,lim}|}{W_y}} \leq 1, \quad (9)$$

где N, M_x, M_y — действующие усилия; $N_{lim}, M_{x,lim}, M_{y,lim}$ — усилия, соответствующие предельному состоянию по критерию прочности, находящиеся в тех же соотношениях α_{req} и β_{req} , что и действующие.

1.3. Решение задач устойчивости

При решении задач устойчивости обратным методом в формулах (4) и (5) необходимо использовать опорные относительные эксцентриситеты (см., например, формулы (32), (33), (36) в работе [1], а также формулу (29) в работе [12]). В случае расчета устойчивости обычных элементов необходимо найти максимум продольной силы в зависимости от значения деформации наиболее напряженной точки сечения $\varepsilon_{max} \in [0, 8; 4]$, для чего может быть применен любой из многих алгоритмов поиска экстремума функции одной переменной. В остальном численные методы определения k_N и k_{M_x} не отличаются от решения задач прочности. Проверку устойчивости по результатам расчета предельного состояния обратным методом можно выполнить по формуле

$$K_u^b = \frac{N}{N_{lim} \cdot \gamma_c} \leq 1, \quad (10)$$

где N_{lim} — продольная сила, соответствующая предельному состоянию по критерию устойчивости, вычисленная для заданных значений опорных эксцентриситетов $m_{x,0}^{req} = \frac{M_x}{N} \cdot \frac{A}{W_x}$ и $m_{y,0}^{req} = \frac{M_y}{N} \cdot \frac{A}{W_y}$.

2. Расчет несимметричных сечений

Несимметричное сечение в общем виде имеет следующие особенности:

- в зависимости от соотношений действующих усилий меняются координаты наиболее напряженной точки сечения (как для сечений обычных элементов, так и для сечений ЛСТК);

- при равномерном распределении сжимающих напряжений по сечению элементов ЛСТК возникает смещение центра тяжести редуцированного сечения Δx_N и Δy_N (рис. 3, б);

- при действии изгибающего момента относительно одной из главных осей нередуцированного сечения за счет несимметричной схемы редукации возникает смещение центра тяжести и поворот главных осей редуцированного сечения, поэтому плоскость деформации поворачивается относительно двух главных осей нередуцированного сечения (см. рис. 3, в).

Поверхность прочности несимметричных сечений обычных элементов зеркально симметрична относительно плоскости $N = 0$, а у элементов ЛСТК (см. рис. 3, а) не имеет плоскостей симметрии. Запишем деформации в несимметричном сечении в виде

$$\varepsilon(x, y) = \varepsilon_{max} (k_N + k_M (y \cdot \sin \vartheta + x \cdot \cos \vartheta)), \quad (11)$$

где $k_N \in [-1; 1]$ и $k_M = f(k_N, \vartheta)$ — параметры распределения деформации; ϑ — угол между главной осью нередуцированного сечения Ox и проекцией линии наибольшего наклона плоскости деформации $\varepsilon(x, y)$ на плоскость поперечного сечения (см. рис. 3, в).

Параметр k_N отвечает за распределение деформации в пользу продольной силы N аналогично формуле (1), а параметр k_M устанавливает амплитуду изгибной де-

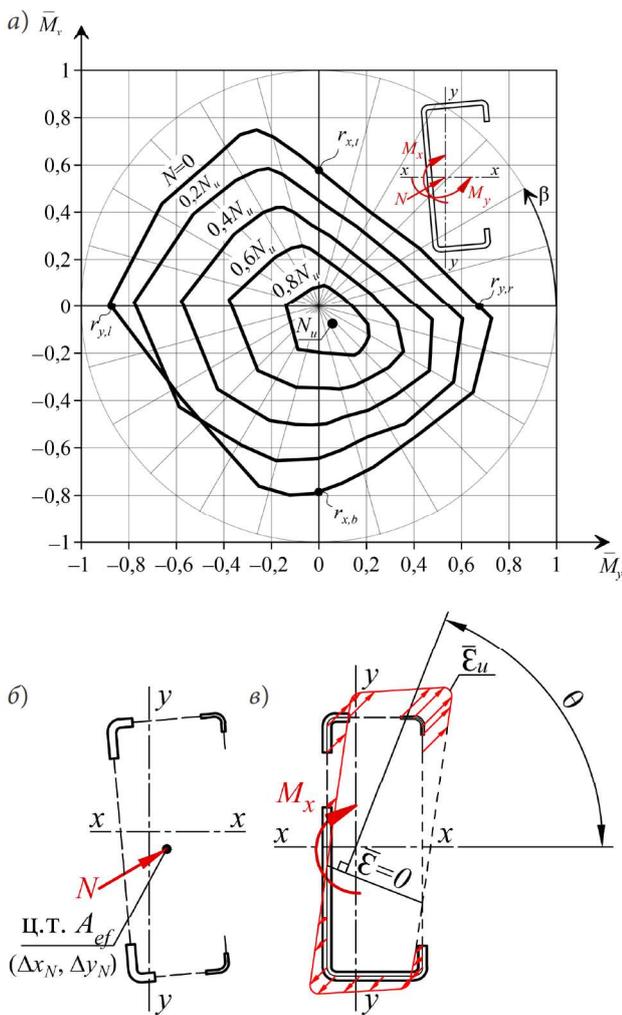


Рис. 3. Предельные состояния по прочности при трехпараметрическом нагружении С-профиля ЛСТК: а — изолинии $N = \text{const}$ при сжатии с изгибом профиля без осей симметрии; б — смещение центра тяжести эффективного сечения A_{ef} ; в — схема к расчету деформированного состояния

формации, при этом параметр ϑ отвечает за поворот плоскости изгибной деформации относительно плоскости xOz . Под плоскостью изгибной деформации имеется в виду плоскость, в которой лежит радиус кривизны оси стержня, проведенный из точки, принадлежащей рассматриваемому сечению. Для симметричного поперечного сечения при $\vartheta = 0^\circ$ возникает только момент M_y , а при $\vartheta = 90^\circ$ — только момент M_x . Параметр k_M рассчитывается следующим образом:

- для каждой опасной точки с номером i (как правило, достаточно рассмотреть угловые) вычисляются два значения:

$$\begin{cases} k_{c_i} = \frac{(1 - k_N)}{\rho_i \cdot \cos(\omega_i - \vartheta)}, \\ k_{t_i} = \frac{(-1 - k_N)}{\rho_i \cdot \cos(\omega_i - \vartheta)}, \end{cases} \quad (12)$$

где $\rho_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}$ и $\omega_i = f(x_i, y_i)$ — координаты точки (x_i, y_i) в полярной системе координат, центр которой совмещен с центром тяжести сечения, а углы отсчитываются относительно направления оси $0x$;

- в качестве значения k_M принимается минимальное значение из всех неотрицательных k_{c_i} и k_{t_i} .

По физическому смыслу величина k_{c_i} показывает уклон плоскости деформации $\varepsilon(x, y)$, при котором в рассматриваемой точке (x_i, y_i) будет достигнута максимальная сжимающая относительная деформация $\varepsilon_c = \varepsilon_{\max}$, а величина k_{t_i} — уклон, при котором будет достигнута максимальная растягивающая деформация $\varepsilon_t = -\varepsilon_{\max}$.

Распределение деформации по (11) обеспечивает возможность анализа всей поверхности прочности перебором значений параметров на интервалах $k_N \in [-1; 1]$ и $\vartheta \in [-\pi; \pi]$, а также ограничивает максимальные сжимающие и растягивающие деформации величиной ε_{\max} по модулю. Нетрудно заметить, что при $k_N = -1$ или при $k_N = 1$ имеем $k_M = 0$, но если $k_N = -1$, то $N = N_{t,u}$ отрицательна и изгибающие моменты $M_x = M_y = 0$, а если $k_N = 1$, то $N = N_{c,u}$ положительна и изгибающие моменты равны $M_x = -N_{c,u} \cdot \Delta y_N$ и $M_y = -N_{c,u} \cdot \Delta x_N$. Скорректируем значения изгибающих моментов таким образом, чтобы при действии $N = N_{c,u}$ они обращались в ноль:

$$\begin{cases} M_x^{cor} = \begin{cases} M_x + N \cdot \Delta y_N, & N > 0 \\ M_x, & N \leq 0 \end{cases} \\ M_y^{cor} = \begin{cases} M_y + N \cdot \Delta x_N, & N > 0 \\ M_y, & N \leq 0 \end{cases} \end{cases} \quad (13)$$

Для определения параметров деформированного состояния решаем систему нелинейных уравнений с двумя неизвестными:

$$\begin{cases} \alpha(k_N, \vartheta) = \alpha_{req}, \\ \beta(k_N, \vartheta) = \beta_{req}, \end{cases} \quad (14)$$

где

$$\alpha(k_N, \vartheta) = \arctg \frac{1}{m_{cor}} = \arctg \frac{\bar{N}}{\sqrt{M_x^{cor2} + M_y^{cor2}}};$$

$$\beta(k_N, \vartheta) = \arctg \frac{m_x^{cor}}{m_y^{cor}} = \arctg \left(\frac{\bar{M}_x^{cor}}{\bar{M}_y^{cor}} \right);$$

$m_{cor} = \sqrt{m_x^{cor2} + m_y^{cor2}}$ — суммарный относительный скорректированный эксцентриситет; $\bar{M}_{x(y)}^{cor} = \frac{M_{x(y)}^{cor}}{W_{x(y)}^{min} R_y}$ — безразмерное скорректированное значение изгибающего момента.

При использовании скорректированных значений моментов параметр $\alpha(k_N, \vartheta)$ принимает все значения на интервале $\alpha \in [-90^\circ; 90^\circ]$ при варьировании параметра $k_N \in [-1; 1]$ для любых значений параметра ϑ , а параметр $\beta(k_N, \vartheta)$ принимает все значения на интервале $\beta \in [-180^\circ; 180^\circ]$ при варьировании параметра ϑ , при условии что $\sqrt{M_x^{cor2} + M_y^{cor2}} > 0$, а значит, система (14) может быть решена аналогично системе (6) путем последовательных решений нелинейных уравнений с одним неизвестным, которые аналогичны (7) и (8).

Выводы

Для решения задач прочности и устойчивости обратным методом деформированное состояние в сечении может быть записано параметрически одним из двух предложенных способов: (1) для симметричных сечений или (11) для несимметричных сечений.

Параметры деформированного состояния в симметричном сечении при действии продольной силы и одного изгибающего момента определяются решением нелинейного уравнения (3), а при действии продольной силы и двух изгибающих моментов — решением системы нелинейных уравнений (6), которое сведено к решению нелинейного

уравнения (8), на каждой итерации которого решается нелинейное уравнение (7). Для расчета несимметричных сечений решается система нелинейных уравнений (14) аналогично системе (6). Предложенный порядок расчета обеспечивает наличие решения на заранее известном интервале, что позволяет использовать эффективные численные методы, гарантирующие сходимость итерационного процесса.

Решение задач устойчивости выполняется аналогично решению задач прочности, но с использованием опорных эксцентриситетов. Коэффициенты использования прочности и устойчивости могут быть определены по формулам (9) и (10).

Библиографический список

1. Белый Г. И. Развитие методов расчета стержневых элементов стальных конструкций при многопараметрическом нагружении // Вестник гражданских инженеров. 2020. № 3 (80). С. 43–54. DOI 10.23968/1999-5571-2020-17-3-43-54.
2. Белый Г. И., Гарипов А. И. Совершенствование расчета элементов стальных конструкций на прочность при общем нагружении // Промышленное и гражданское строительство. 2024. № 8. С. 24–33. DOI 10.33622/0869-7019.2024.08.24-33.
3. Гарипов А. И. Усовершенствованный инженерный метод проверки прочности ЛСТК // Вестник гражданских инженеров. 2024. № 6 (107). С. 33–44. DOI 10.23968/1999-5571-2024-21-6-33-44.
4. Смирнов М. О. Совершенствование обратного численно-аналитического метода расчета ЛСТК на устойчивость при внецентренном сжатии // Вестник гражданских инженеров. 2021. № 1 (84). С. 46–52. DOI 10.23968/1999-5571-2021-18-1-46-52.
5. Белый Г. И., Ведерникова А. А. Исследование прочности и устойчивости трубобетонных элементов конструкций обратным численно-аналитическим методом // Вестник гражданских инженеров. 2021. № 2 (85). С. 26–35. DOI 10.23968/1999-5571-2021-18-2-26-35.
6. Белый Г. И., Лобовский М. О. Устойчивость ветвей решетчатых элементов стальных конструкций // Вестник гражданских инженеров. 2023. № 2 (97). С. 18–29. DOI 10.23968/1999-5571-2023-20-2-18-29.
7. Белый Г. И., Матвеев Е. А. Совершенствование метода расчета поврежденных элементов стальных

конструкций // Вестник МГСУ. 2024. Т. 19. Вып. 4. С. 544–556. DOI 10.22227/1997-0935.2024.4.544-556.

8. Ridders C. J. F. A New Algorithm for Computing a Single Root of a Real Continuous Function // IEEE Transactions on Circuits and Systems. 1979. Vol. CAS-26. Pp. 979–980.

9. Brent R. P. Algorithms for Minimization without Derivatives. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, 1973. 195 p.

10. Press W. H., Teukolsky S. A., Vetterling W. T., Flannery B. P. Numerical Recipes. The art of Scientific Computing. 3rd edition. New York: Cambridge University Press, 2007. Pp. 442–486.

11. Broyden C. G. A Class of Methods for Solving Nonlinear Simultaneous Equations // Mathematics of Computation. 1965. Vol. 19 (92). Pp. 577–593.

12. Белый Г. И., Гарипов А. И. Теоретические основы проверки устойчивости тонкостенных элементов стальных конструкций // Промышленное и гражданское строительство. 2025. № 4. С. 33–42. DOI 10.33622/0869-7019.2025.04.33-42.

References

1. Belyi G. I. *Razvitie metodov rascheta sterzhnevnykh elementov stal'nykh konstruksiy pri mnogoparametricheskom zagruzhении* [Development of calculation of rod elements of steel structures under multi-parameter loading]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2020, no. 3 (80), pp. 43–54. DOI 10.23968/1999-5571-2020-17-3-43-54.

2. Belyi G. I., Garipov A. I. *Sovershenstvovanie rascheta elementov stal'nykh konstruksiy na prochnost' pri obshchem zagruzhении* [Improvement of calculation of steel structure elements for strength under general loading]. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo – Industrial and Civil Engineering*, 2024, no. 8, pp. 24–33. DOI 10.33622/0869-7019.2024.08.24-33.

3. Garipov A. I. *Usovershenstvovanniy inzhenerniy metod proverki prochnosti LSTK* [Improved engineering method for checking the strength of Light Steel Thin-Walled Constructions (LSTC)]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2024, no. 6 (107), pp. 33–44. DOI 10.23968/1999-5571-2024-21-6-33-44.

4. Smirnov M. O. *Sovershenstvovanie obratnogo chislenno-analiticheskogo metoda rascheta LSTK na ustoychivost' pri*

vnetsentrennom szhatii [Perfection of the inverse numerical-analytical method of calculation of LSTC on stability at off-center compression]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2021, no. 1 (84), pp. 46–52. DOI 10.23968/1999-5571-2021-18-1-46-52.

5. Belyi G. I., Vedernikova A. A. *Issledovanie prochnosti i ustoychivosti trubobetonykh elementov konstruksiy obratnym chislenno-analiticheskim metodom* [Investigation of strength and stability of pipe-concrete structural elements by inverse numerical-analytical method]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2021, no. 2 (85), pp. 26–35. DOI 10.23968/1999-5571-2021-18-2-26-35.

6. Belyi G. I., Lobovskiy M. O. *Ustoychivost' vetvey reshchatykh elementov stal'nykh konstruksiy* [Stability of branch lattice elements of steel structures]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2023, no. 2 (97), pp. 18–29. DOI 10.23968/1999-5571-2023-20-2-18-29.

7. Belyi G. I., Matveev E. A. *Sovershenstvovanie metoda rascheta povrezhdennykh elementov stal'nykh konstruksiy* [Improvement of the method of calculation of damaged elements of steel structures]. *Vestnik MGSU – Bulletin of MSCU*, 2024, vol. 19, iss. 4, pp. 544–556. DOI 10.22227/1997-0935.2024.4.544-556.

8. Ridders C. J. F. A New Algorithm for Computing a Single Root of a Real Continuous Function. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 1979, vol. CAS-26, pp. 979–980.

9. Brent R. P. Algorithms for Minimization without Derivatives. Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice Hall Publ., 1973, 195 p.

10. Press W. H., Teukolsky S. A., Vetterling W. T., Flannery B. P. *Numerical Recipes. The Art of Scientific Computing*. 3rd edition. New York, Cambridge University Press Publ., 2007, pp. 442–486.

11. Broyden C. G. A Class of Methods for Solving Nonlinear Simultaneous Equations. *Mathematics of Computation*, 1965, vol. 19 (92), pp. 577–593.

12. Belyi G. I., Garipov A. I. *Teoreticheskie osnovy proverki ustoychivosti tonkostennykh elementov stal'nykh konstruksiy* [Theoretical bases for checking the stability of thin-walled elements of steel structures]. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo – Industrial and Civil Engineering*, 2025, no. 4, pp. 33–42. DOI 10.33622/0869-7019.2025.04.33-42.