

# Строительная механика и расчет сооружений

УДК 624.042

© Д. Н. Низомов, д-р техн. наук, профессор  
(Институт геологии, сейсмостойкого строительства  
и сейсмологии Национальной  
академии наук Таджикистана,  
Душанбе, Таджикистан)  
E-mail: tiees@mail.ru

© И. К. Каландарбеков, д-р техн. наук, профессор  
© И. И. Каландарбеков, канд. техн. наук  
(Таджикский технический университет  
им. акад. М. С. Осими,  
Душанбе, Таджикистан)  
E-mail: kalandarbekov-55@mail.ru, iftikhor791@mail.ru

DOI 10.23968/1999-5571-2025-22-3-60-67

© J. N. Nizomov, Dr. Sci. Tech., Professor  
(Institute of Geology, Earthquake Engineering  
and Seismology National Academy  
of Sciences of the Republic of Tajikistan,  
Dushanbe, Tajikistan)  
E-mail: tiees@mail.ru

© I. K. Kalandarbekov, Dr. Sci. Tech., Professor  
© I. I. Kalandarbekov, PhD in Sci. Tech.  
(Tajik Technical University  
named after Academician M. S. Osimi,  
Dushanbe, Tajikistan)  
E-mail: kalandarbekov-55@mail.ru, iftikhor791@mail.ru

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ «ПЛАТФОРМА– МОДЕЛЬ ЗДАНИЯ» С СЕЙСМОИЗОЛИРУЮЩИМ ПОЯСОМ

### NUMERICAL MODELING OF THE «PLATFORM–BUILDING MODEL» SYSTEM WITH SEISMIC ISOLATION BELT

Представлены результаты численного моделирования динамической задачи, связанной с расчетом модели здания с сейсмоизолирующим поясом. Разработаны математическая модель и компьютерная программа, которые позволяют проводить исследования при различных динамических воздействиях. Приведены результаты, полученные при действии гармонической нагрузки. Применением метода последовательных аппроксимаций система дифференциальных уравнений движения преобразуется в систему алгебраических уравнений, которая решается на каждом шаге по времени. Найдены результаты численного моделирования при различных расположениях плоскости скольжения. Полученные результаты будут использованы в дальнейшем при экспериментальных исследованиях на физических моделях зданий с применением виброплатформ. Такой подход позволит не только подтвердить адекватность математической модели, но и получить дополнительные сведения о работе сейсмоизолирующих конструкций в условиях, приближенных к реальным сейсмическим воздействиям. Полученные данные могут быть применены при проектировании зданий в сейсмоопасных районах для повышения их устойчивости и безопасности.

*Ключевые слова:* модель здания, скользящий пояс, сила трения, математическое моделирование, виброплатформа, коэффициент жесткости, плоскость скольжения, коэффициент затухания.

The paper presents the results of numerical modeling of the dynamic problem related to the calculation of a building model with a seismic-isolating belt. There has been developed a mathematical model describing the interaction of structural elements of the building with the seismic isolation system under various dynamic effects, including seismic vibrations of different intensity and frequency characteristics. The results obtained under the action of harmonic loading are presented. By applying the method of successive approximations, the system of differential equations of motion is transformed into a system of algebraic equations, which is solved at each time step. The results of numerical modeling at different locations of the sliding plane are found. The obtained results will be used in further experimental studies on physical models of buildings with the use of vibration platforms. This approach will allow not only to confirm the adequacy of the mathematical model, but also to obtain additional data on the performance of seismic isolating structures under conditions close to real seismic effects. The obtained data can be applied to the design of buildings in earthquake-prone areas to improve their stability and safety.

*Keywords:* building model, sliding belt, friction force, mathematical modeling, vibration platform, stiffness coefficient, sliding plane, damping coefficient.

### Введение

Повышение сейсмической безопасности и снижение затрат на антисейсмические мероприятия возможны в случае интенсивного совершенствования методов, способов и технических средств защиты зданий и сооружений от сейсмических воздействий, что является важной проблемой, решение которой имеет большое научно-практическое значение [2–7, 9–20].

Применение системы сейсмозащиты в виде сейсмоизолирующего пояса для зданий жесткой конструктивной схемы позволяет снизить расчетные сейсмические нагрузки на несущие конструкции [14]. Особенность работы конструкции со скользящим поясом состоит в том, что при горизонтальных сейсмических силах, превышающих силы трения скольжения, здание начинает двигаться относительно фундамента. Поэтому для ограничения относительных смещений и предотвращения возможного отрыва здания от фундамента устанавливаются упругие ограничители горизонтальных и вертикальных перемещений [8].

### Математическое моделирование

Рассматривается многомассовая расчетная модель здания с элементами сухого тре-

ния, где плоскость скольжения расположена между массами  $m_1$  и  $m_2$  (рис. 1). Масса  $m_2$  расположена непосредственно над скользящим поясом. Предполагается, что модель здания в общем виде испытывает кинематическое возмущение в опорной части  $z_0(t)$  и действие горизонтальной вибрационной нагрузки  $p(t)$ , приложенной к массе  $m_1$ . Между массами  $m_1$  и  $m_2$  существует связь в виде сил сухого трения при смещении массы  $m_2$  относительно массы  $m_1$  в пределах зазора  $\Delta_1$ .

В момент времени, когда абсолютная величина относительного смещения при скольжении  $|z_2 - z_1|$  становится больше  $\Delta_1$ , но при этом остается меньше  $\Delta_2$ , в работу включаются упругие демпферы с коэффициентом жесткости  $k_{12}$ . Следовательно, при выполнении условия  $\Delta_1 < |z_2 - z_1| \leq \Delta_2$  в уравнения равновесия масс  $m_1$  и  $m_2$ , помимо сил инерции  $F_I$ , затухания  $F_C$ , упругости  $F_S$ , трения  $F_{I2}$ , входит сила упругости ограничителя  $F_{S12}$ .

Исходя из условий динамического равновесия масс  $m_1$  и  $m_2$  при скольжении (рис. 1, б), в соответствии с принципом Даламбера получим

$$-F_{I1} - F_{C1} - F_{S1} + F_{I2} + F_{S12} + p(t) = 0; \quad (1)$$

$$-F_{I2} - F_{C2} - F_{S2} - F_{21} - F_{S21} = 0. \quad (2)$$

Здесь

$$F_{I1} = m_1(\ddot{z}_1 + \ddot{z}_0); \quad F_{C1} = c_1\dot{z}_1; \quad F_{S1} = r_{11}z_1; \quad (3)$$

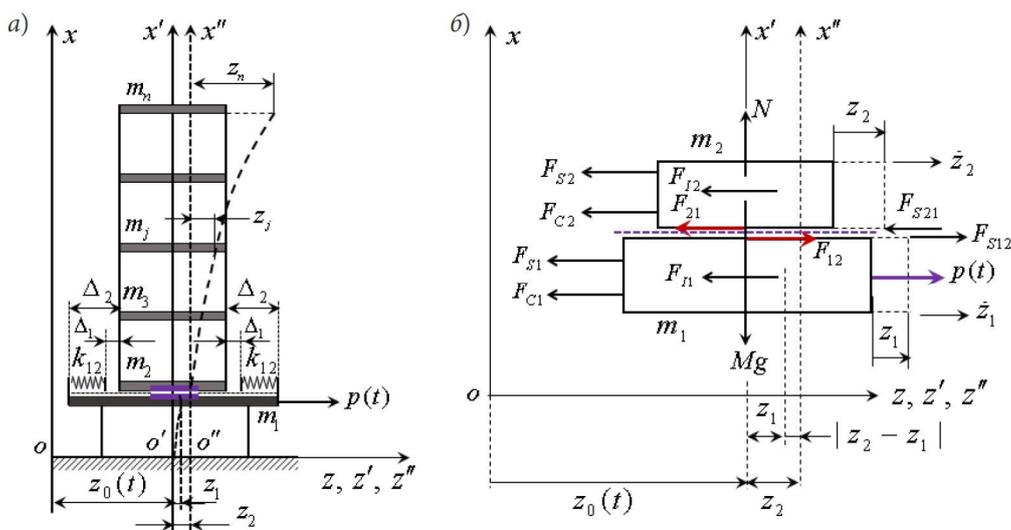


Рис. 1. Модель здания с сейсмоизолирующим поясом (а) и сила трения скольжения между массами  $m_1$  и  $m_2$  (б)

$$F_{I2} = m_2(\ddot{z}_2 + \ddot{z}_0); F_{C2} = c_2\dot{z}_2; F_{S2} = r_{22}z_2 + r_{23}z_3; \quad (4)$$

$$F_{12} = F_{21} = F \operatorname{sgn}(\dot{z}_2 - \dot{z}_1); F_F = \mu N; N = Mg; \quad (5)$$

$$M = m_2 + m_3 + \dots + m_n;$$

$$F_{S12} = F_{S21} = k_{12}(|z_2 - z_1| - \Delta_1) \operatorname{sgn}(z_2 - z_1) = F_R \operatorname{sgn}(z_2 - z_1); \quad (6)$$

$$F_R = k_{12}(|z_2 - z_1| - \Delta_1);$$

$$v_{21} = \dot{z}_2 - \dot{z}_1;$$

$$\operatorname{sgn}(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) = \operatorname{sgn}(v_{21}) = \begin{cases} 1, & v_{21} > 0, \\ 0, & v_{21} = 0, \\ -1, & v_{21} < 0, \end{cases} \quad (7)$$

где  $\mu$  — коэффициент трения скольжения;  $N$  — сила реакции опоры;  $c_j$  — коэффициент затухания;  $F_F$  — сила трения скольжения;  $M$  — суммарная масса здания.

Для остальных степеней свободы уравнения динамического равновесия записываются в виде

$$F_{I3} + F_{C3} + F_{S3} = 0, \quad (8)$$

...

$$F_{In} + F_{Cn} + F_{Sn} = 0. \quad (9)$$

Внося (3)–(7) в (1), (2), (8) и (9), получаем систему дифференциальных уравнений

$$m_1\ddot{z}_1 + c_1\dot{z}_1 + r_{11}z_1 - F_F \operatorname{sgn}(v_{21}) - F_R \operatorname{sgn}(z_{21}) = -m_1\ddot{z}_0(t) + p(t); \quad (10)$$

$$m_2\ddot{z}_2 + c_2\dot{z}_2 + r_{22}z_2 + r_{23}z_3 + F_F \operatorname{sgn}(v_{21}) + F_R \operatorname{sgn}(z_{21}) = -m_2\ddot{z}_0(t); \quad (11)$$

$$m_i\ddot{z}_i + c_i\dot{z}_i + \sum_{j=2}^n r_{ij}z_j = -m_i(\ddot{z}_0 + \ddot{z}_2), \quad i = 3, 4, \dots, n; \quad (12)$$

$$v_{21} = \dot{z}_2 - \dot{z}_1, \quad z_{21} = z_2 - z_1, \quad F_R = k_{02}(|z_{21}| - \Delta_1),$$

где  $r_{ij}$  — реакция, возникающая в  $i$ -й связи основной системы метода перемещений при единичном перемещении связи  $j$ . Очевидно, что при условии  $|z_2 - z_1| \leq \Delta_1$  реакция упругого ограничителя равняется нулю ( $F_R = 0$ ), а при условии  $|z_2 - z_1| \geq \Delta_2$  в работу включаются жесткие упоры и движение системы прекращается.

Если модуль относительного смещения  $|z_{21}| \neq 0$ , то скольжение надземных конструкций относительно фундамента возможно в том случае, когда сумма сил, действующих на массы  $m_2, m_3, \dots, m_n$ , больше силы трения скольжения [1]:

$$|F| - F \geq F; \quad (13)$$

$$F_\Sigma = F_{It} + F_{It+\Delta t} + F_R \operatorname{sgn}(z_{21});$$

$$F_{It} = m_2\ddot{z}_2(t) + \sum_{j=3}^n m_j [\ddot{z}_j(t) + \ddot{z}_2(t)];$$

$$F_{I(t+\Delta t)} = \left( m_2 + \sum_{j=3}^n m_j \right) \ddot{z}_0(t + \Delta t);$$

$$F_F = \mu(m_2 + m_3 + \dots + m_n)g,$$

где  $F_1$  — заданное минимальное значение силы инерции, при которой происходит скольжение массы  $m_2$  относительно  $m_1$ .

### Численное моделирование

Применяя метод последовательной аппроксимации по времени [10, 11], где скорость и ускорения представляются в виде

$$\dot{z}_i = \frac{\beta_1}{\tau}(z_i - z_{i-1}) - \beta_2\dot{z}_{i-1} - \tau\beta_3\ddot{z}_{i-1}; \quad (14)$$

$$\ddot{z}_i = \frac{\alpha_1}{\tau^2}(z_i - z_{i-1}) - \frac{\alpha_2}{\tau}\dot{z}_{i-1} - \alpha_3\ddot{z}_{i-1}; \quad (15)$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 4, \quad \alpha_3 = 1, \quad \beta_1 = 2, \quad \beta_2 = 1, \quad \beta_3 = 0,$$

из (10)–(12) получим систему алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} r_{11}^*z_1 &= m_1 \cdot u_1 + c_1 \cdot v_1 + F_F \operatorname{sgn}(v_{21}) + F_R \operatorname{sgn}(z_{21}) - \\ &\quad - m_1\ddot{z}_0(t) + p(t); \\ r_{22}^*z_2 + r_{23}z_3 &= \\ &= m_2 \cdot u_2 + c_2 \cdot v_2 - F_F \operatorname{sgn}(v_{21}) - F_R \operatorname{sgn}(z_{21}) - m_2\ddot{z}_0(t); \\ r_{32}z_2 + r_{33}^*z_3 + r_{34}z_4 &= \\ &= m_3 \cdot u_3 + c_3 \cdot v_3 - m_3(\ddot{z}_0 + \ddot{z}_2); \end{aligned} \quad (16)$$

$$r_{43}z_3 + r_{44}^*z_4 + r_{45}z_5 = m_4 \cdot u_4 + c_4 \cdot v_4 - m_4(\ddot{z}_0 + \ddot{z}_2);$$

...

$$r_{n,n-1}z_{n-1} + r_{nn}^*z_n = m_n \cdot u_n + c_n \cdot v_n - m_n(\ddot{z}_0 + \ddot{z}_2);$$

$$r_{jj}^* = \left( m_j \frac{\alpha_1}{\tau^2} + c_j \frac{\beta_1}{\tau} + r_{jj} \right); \quad (17)$$

$$u_j = \frac{\alpha_1}{\tau^2} z_j + \frac{\alpha_2}{\tau} \dot{z}_j + \alpha_3 \ddot{z}_j; \quad (18)$$

$$v_j = \frac{\beta_1}{\tau} z_j + \beta_2 \dot{z}_j + \beta_3 \tau \ddot{z}_j, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (19)$$

Если перемещения  $z_1, \dots, z_n$  в левой части системы (16) соответствуют моменту времени  $t_k$ , то  $u_j, v_j$  — ускорения и скорость массы  $m_j$  — соответствуют предыдущему моменту времени  $(t_k - \tau)$ . Этому же моменту времени соответствуют сила трения и сила упругости ограничителя, входящие в правую часть первых двух уравнений системы (16). При этом

заданные функции  $\ddot{z}_0(t)$  и  $p(t)$  соответствуют моменту времени  $t_k$ .

В случае, когда скользящая плоскость расположена на уровне фундаментной плиты (рис. 2), или то же самое, если предположить, что жесткости стоек виброплатформы (см. рис. 1) стремятся к бесконечности, уравнение динамического равновесия массы  $m_1$  (рис. 2, б) представляется в виде

$$-F_{I1} - F_{C1} - F_{S1} - F_{I0} - F_{S01} + p(t) = 0, \quad (20)$$

где  $F_{I1} = m_1(\ddot{z}_0 + \ddot{z}_1)$ ;  $F_{C1} = c_1 \dot{z}_1$ ;  $F_{S1} = r_{11}z_1 + r_{12}z_2$ ;  $F_{I0} = F_F \operatorname{sgn}(v_1)$ ;

$$\begin{aligned} F_{S01} &= k_{01}(|z_1| - \Delta_1) \operatorname{sgn}(z_1) = F_R \operatorname{sgn}(z_1); \\ F_F &= \mu Mg; \\ F_R &= k_{01}(|z_1| - \Delta_1); \end{aligned} \quad (21)$$

где  $v_1$  — скорость движения массы  $m_1$ .

Уравнение (20) с учетом (21) приобретает вид

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{z}_1 + c_1 \dot{z}_1 + r_{11}z_1 + r_{12}z_2 + F_F \operatorname{sgn}(v_1) + F_R \operatorname{sgn}(z_1) = \\ = -m_1 \ddot{z}_0(t) + p(t). \end{aligned} \quad (22)$$

Уравнения движений остальных масс модели, представленной на рис. 2, а, записываются в общем виде

$$\begin{aligned} m_j \ddot{z}_j + c_j \dot{z}_j + r_{j,j-1}z_{j-1} + r_{jj}z_j + r_{j,j+1}z_{j+1} = \\ = -m_j(\ddot{z}_0 + \ddot{z}_j); \end{aligned} \quad (23)$$

$$j = 2, 3, \dots, n-1;$$

$$m_n \ddot{z}_n + c_n \dot{z}_n + r_{n,n-1}z_{n-1} + r_{nn}z_n = -m_n(\ddot{z}_0 + \ddot{z}_1). \quad (24)$$

Подставив (14) и (15) в (22)–(24), получим систему уравнений, которая представляется в виде

$$\begin{aligned} r_{11}^* z_1 + r_{12} z_2 &= m_1 \cdot u_1 + c_1 \cdot v_1 - p v_1 - p z_1 - m_1 \ddot{z}_0(t) + p(t); \\ p v_1 &= F_F \operatorname{sgn}(v_1), \quad p z_1 = F_R \operatorname{sgn}(z_1); \\ r_{21} z_1 + r_{22}^* z_2 + r_{23} z_3 &= m_2 \cdot u_2 + c_2 \cdot v_2 - m_2(\ddot{z}_0 + \ddot{z}_1); \\ r_{32} z_2 + r_{33}^* z_3 + r_{34} z_4 &= m_3 \cdot u_3 + c_3 \cdot v_3 - m_3(\ddot{z}_0 + \ddot{z}_1); \\ r_{43} z_3 + r_{44}^* z_4 + r_{45} z_5 &= m_4 \cdot u_4 + c_4 \cdot v_4 - m_4(\ddot{z}_0 + \ddot{z}_1); \\ &\dots \\ r_{n,n-1} z_{n-1} + r_{nn}^* z_n &= m_n \cdot u_n + c_n \cdot v_n - m_n(\ddot{z}_0 + \ddot{z}_1). \end{aligned} \quad (25)$$

По известным значениям  $u, v, p v, p z$  в момент времени  $t_{n-1} = (n-1)\tau$  и заданным значениям  $\ddot{z}_0, p$  в момент времени  $t_n = n\tau$ , из решения системы уравнений (25) определяется вектор перемещений, соответствующий моменту времени  $t_n = n\tau$ , а затем для этого же момента времени по формулам (14), (15) вычисляются скорости  $\dot{z}_i$  и ускорения  $\ddot{z}_i$ . По найденным значениям перемещений, скоростей и ускорений формируются векторы правой части с компонентами  $u, v, p v, p z$ , соответствующие моменту времени  $t_n = n\tau$ . Далее решается система уравнений и определяются перемещения, соответствующие моменту времени  $t_n = (n+1)\tau$ , и т. д.

Систему уравнений (16) и (25) можно представить в матричной форме

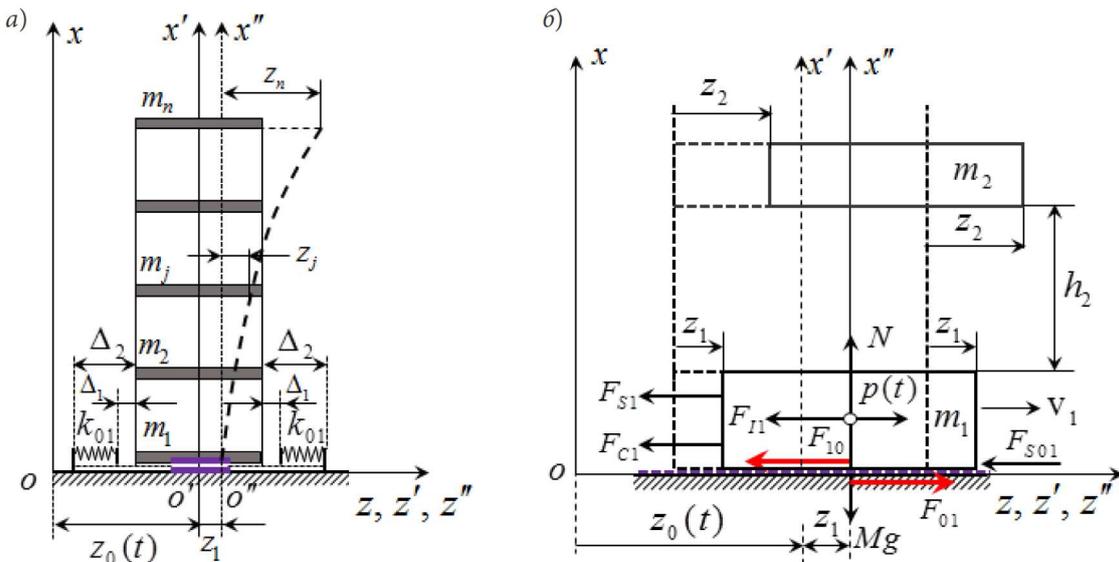


Рис. 2. Модель здания со скользящим поясом на уровне фундаментной плиты (а) и силы, действующие на массу  $m_1$  (б)

$$\mathbf{R}^* \mathbf{Z}_k = \mathbf{B}_k; \quad (26)$$

$$\mathbf{R}^* = \mathbf{R} + \mathbf{R}_1, \mathbf{R}_1 = \text{diag}(\kappa_1 \ \kappa_2 \ \dots \ \kappa_n); \quad (27)$$

$$\kappa_j = \alpha_1 m_j / \tau^2 + \beta_1 c_j / \tau;$$

$$\mathbf{B}_k = \mathbf{M}\mathbf{U}_{k-1}^* + \mathbf{C}\mathbf{V}_{k-1}^* + \mathbf{F}_{k-1} - \mathbf{M}\ddot{\mathbf{Z}}_{0,k} + \mathbf{P}_k; \quad (28)$$

$$\mathbf{U}_{k-1}^* = \frac{\alpha_1}{\tau^2} \mathbf{Z}_{k-1} + \frac{\alpha_2}{\tau} \dot{\mathbf{Z}}_{k-1} + \alpha_3 \ddot{\mathbf{Z}}_{k-1}; \quad (29)$$

$$\mathbf{V}_{k-1}^* = \frac{\beta_1}{\tau} \mathbf{Z}_{k-1} + \beta_2 \dot{\mathbf{Z}}_{k-1} + \tau\beta_3 \ddot{\mathbf{Z}}_{k-1}; \quad (30)$$

$$\ddot{\mathbf{Z}}_{0,k} \quad \mathbf{I}\ddot{z}_0(t_k), \mathbf{P}_n = \{p_1 \ p_2 \ \dots \ p_n\}^T; \quad (31)$$

$$\mathbf{F}_{k-1} = \mathbf{F}_{1,k-1} + \mathbf{F}_{2,k-1};$$

$$k = 1, 2, 3, \dots, K.$$

Векторы силы трения скольжения для моделей, показанных на рис. 1 и 2, соответственно записываются в виде

$$\mathbf{F}_{1,k-1} = \mu Q_1 \{ \text{sgn}(v_{21}) \ -\text{sgn}(v_{21}) \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \}^T_{k-1}; \quad (32)$$

$$\mathbf{F}_{1,k-1} = \mu Q_2 \{ -\text{sgn}(v_1) \ 0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \}^T_{k-1}, \quad (33)$$

где  $v_{21} = v_2 - v_1$  — разность скоростей движения масс  $m_2$  и  $m_1$ , например, если  $v_{21} > 0$ , то  $\text{sgn}(v_{21}) = 1$ . Из (32) следует, что на массы  $m_2$  и  $m_1$  при других равных условиях действуют силы равные, но противоположенные по направлению. Сила трения в (33), соответствующая модели, представленной на рис. 2, зависит только от скорости движения массы  $m_1$  относительно основания —  $v_1$ . Векторы силы упругой реакции ограничителей для моделей, представленных на рис. 1 и 2, записываются в виде

$$\mathbf{F}_{2,k-1} = F_{21} \{ \text{sgn}(z_{21}) \ -\text{sgn}(z_{21}) \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \}^T_{k-1}; \quad (34)$$

$$\mathbf{F}_{2,k-1} = F_{10} \{ -\text{sgn}(z_1) \ 0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \}^T_{k-1}; \quad (35)$$

$F_{21} = k_{12}(|z_2 - z_1| - \Delta_1)$ ;  $F_{10} = k_{01}(|z_1| - \Delta_1)$ , где  $z_{21} = z_2 - z_1$  — разность относительных перемещений масс  $m_2$  и  $m_1$  для модели здания, установленной на виброплатформе (см. рис. 1), при условии

$$|z_{21}| \leq \Delta_1, F_{21} = 0.$$

Сила упругой реакции  $F_{10}$  в (35) для модели, представленной на рис. 2, также будет равняться нулю, если  $|z_1| \leq \Delta_1$ . Следовательно, в случае, когда модули  $z_{21}$  и  $z_1$  становятся больше заданной величины  $\Delta_1$ , в правой части системы уравнений появляется дополнительная сила.

Векторы относительных ускорений и скоростей, полученных путем последовательных аппроксимаций, представляются в виде

$$\mathbf{U}_k = \frac{\alpha_1}{\tau^2} (\mathbf{Z}_k - \mathbf{Z}_{k-1}) + \frac{\alpha_2}{\tau} \dot{\mathbf{Z}}_{k-1} + \alpha_3 \ddot{\mathbf{Z}}_{k-1}; \quad (36)$$

$$\mathbf{V}_k = \frac{\beta_1}{\tau} (\mathbf{Z}_k - \mathbf{Z}_{k-1}) + \beta_2 \dot{\mathbf{Z}}_{k-1} + \tau\beta_3 \ddot{\mathbf{Z}}_{k-1}; \quad (37)$$

$$k = 1, 2, 3, \dots, K.$$

Вектор полных ускорений определяется как сумма векторов

$$\mathbf{W}_k = \mathbf{U}_k + \mathbf{I}\ddot{z}_{0,k}, \quad (38)$$

где  $\mathbf{I}$  — единичный вектор-столбец;  $\ddot{z}_{0,k}$  — ускорение основания, соответствующее моменту времени  $t_k$ .

Векторы-столбцы инерционных и упругих сил, а также изгибающий момент и поперечная сила в опорной части модели, соответствующие моменту времени  $t_k$ , могут быть представлены так:

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{M}\mathbf{U}_k, \mathbf{Q}_k = \mathbf{R}\mathbf{Z}_k, M_{0,k} = \mathbf{X}\mathbf{S}_k, Q_{0,k} = \mathbf{e}\mathbf{S}_k; \quad (39)$$

$$\mathbf{X} = (x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n), \mathbf{e} = (1 \ 1 \ \dots \ 1),$$

где  $\mathbf{X}$  — вектор-строка координат точек приложения сосредоточенных масс;  $\mathbf{e}$  — единичный вектор-строка.

На основе изложенного алгоритма составлена компьютерная программа CULON-5(PM) на языке Фортран и получены результаты расчета модели здания со скользящим поясом.

#### Пример расчета. Вынужденные колебания системы «платформа–модель здания»

Рассмотрим расчетную модель, представленную на рис. 1, при следующих данных:

$$E_1 = 2,1 \cdot 10^7 \text{ т/м}^2; E_2 = 0,5 \cdot 10^6 \text{ т/м}^2;$$

$$m_1 = 1,223 \text{ тс}^2/\text{м}; m_2 = m_3 = m_4 = 0,103 \text{ тс}^2/\text{м};$$

$$m_5 = 0,096 \text{ тс}^2/\text{м}; h_1 = 0,435 \text{ м};$$

$$h_2 = h_3 = h_4 = 0,75 \text{ м};$$

$$k_1 = 4 \times 12 E_1 I_1 / h_1^3 = 0,13 \cdot 10^5 \text{ т/м};$$

$$k_2 = k_3 = k_4 = 8 \times 12 E_2 I_2 / h_2^3 = 0,95 \cdot 10^3 \text{ т/м}.$$

Плоскость скольжения расположена между массами  $m_1$  и  $m_2$ . Предполагается, что вибратор с двумя эксцентриками, установленный на нижнюю поверхность стола платформы, создает гармоническую нагрузку

$$p(t) = p_0 \sin \theta t; p_0 = 2m_e e \theta^2; \theta = 2\pi n_0 / 60,$$

где  $m_e$  — масса неуравновешенного груза;  $e$  — эксцентриситет неуравновешенного груза;  $n_0$  — число оборотов двигателя в минуту;  $\theta$  — круговая частота вращения двигателя. Ниже приводятся результаты, которые получены при  $m_e = 10$  кг;  $e = 12$  см;  $\theta = 62,8$  рад/с;  $\mu = 0,1$ ;  $\xi = 0,05$ .

На рис. 3 показаны результаты численного решения динамической задачи системы от действия вибрационной нагрузки в случае отсутствия скольжения, когда массы находятся в состоянии «залипания». Особенность этой динамической модели состоит в том, что масса платформы в четыре раза больше, чем суммарная масса модели.

По-видимому, этим и объясняется характер колебательного процесса в начальной стадии  $0 < t < 0,5$  с. Далее процесс стабилизируется, и вынужденные колебания массы  $m_1$  и  $m_4$  про-

ходят в противоположных фазах с периодом, равным 0,1 с. На рис. 4 представлены результаты, полученные для системы с учетом скольжения. Видно, что кривая колебаний платформы (кривая  $z_1$ ) имеет почти гармонический характер с периодом 0,1 с. Колебания массы  $m_2$  (кривая  $z_2$ ) происходят примерно с таким же периодом и амплитудой, но имеют более сложный характер. Это объясняется значительным влиянием силы трения скольжения на массу  $m_2$ , так как она значительно меньше, чем масса  $m_1$ .

### Выводы

Таким образом, на основе полученных результатов можно заключить, что численное моделирование с применением метода последовательных аппроксимаций позволяет проводить исследования зданий с сейсмоизолирующим поясом при различных динамических воздействиях. Достоверность ре-

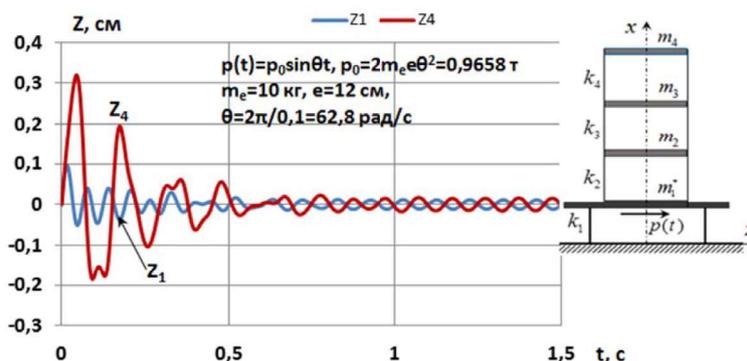


Рис. 3. Графики перемещений системы от вибрационной нагрузки при отсутствии скольжения

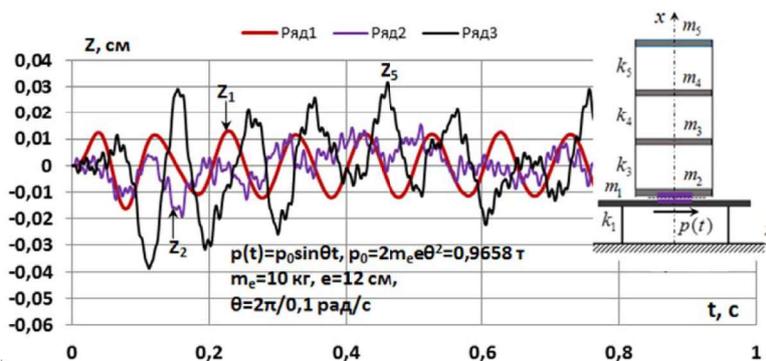


Рис. 4. Графики перемещений системы с учетом скольжения между массами  $m_1$  и  $m_2$

зультатов может быть подтверждена экспериментальными исследованиями на модели с использованием виброплатформы.

### Библиографический список

1. Абдурашидов К. С., Жунусов Т. Ж., Карапетыан Б. К., Кириков Б. К. Сейсмостойкость сооружений: современные проблемы сейсмостойкого строительства / отв. ред. Н. Н. Складнев, Я. М. Айзенберг. М.: Наука, 1989. 192 с.
2. Айзенберг Я. М. Сейсмоизоляция. Теория и реальное поведение при землетрясениях // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2006. № 4. С. 28–33.
3. Айзенберг Я. М. Сейсмоизоляция высоких зданий // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2007. № 4. С. 41–44.
4. Айзенберг Я. М., Смирнов В. И., Бычков С. И., Сутырин Ю. А. Эффективные системы сейсмоизоляции. Исследование, проектирование, строительство // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2002. № 1. С. 31–37.
5. Альберт И. У. Методы количественной оценки надежности системы «основание–фундамент–сооружение» с устройствами сейсмоизоляции и сейсмозащиты: дис. ... д-ра техн. наук. СПб., 2010. 223 с.
6. Каландарбеков И. И., Каландарбеков И. К., Низомов Д. Н. Сейсмоизоляция как средство защиты зданий от землетрясений // Наука и инновация. 2017. № 2. С. 133–137.
7. Каландарбеков И. И., Каландарбеков И. К., Низомов Д. Н. Сравнительный анализ различных типов сейсмоизоляции в многоэтажных зданиях // Известия АН РТ. Отделение физ.-мат., хим., геолог. и техн. наук. 2016. № 4 (165). С. 58–64.
8. Килимник Л. Ш., Солдатова Л. Л., Ляхина Л. И. Анализ работы зданий со скользящим поясом с использованием многомассовой расчетной модели // Строительная механика и расчет сооружений. 1986. № 6. С. 96–103.
9. Кузнецова И. О., Ван Хайбинь, Уздин А. М., Шульман С. А. Сейсмоизоляция — способ проектирования сооружений с заданными параметрами предельных состояний и сценариев накопления повреждений // Избранные статьи проф. О. А. Савинова и ключевые доклады, представленные на VI Савиновские чтения. СПб., 2010. С. 105–120.
10. Низомов Д. Н. Метод граничных уравнений в решении статических и динамических задач строительной механики. М.: АВС, 2000. 282 с.
11. Низомов Д. Н., Каландарбеков И. Метод сосредоточенных деформаций. Душанбе: Дониш, 2015. 436 с.

12. Низомов Д. Н., Каландарбеков И. К., Каландарбеков И. И. Моделирование зданий с учетом нелинейной работы сейсмоизоляции // Материалы VIII Междунар. науч.-практ. конф. «Перспективы развития науки и образования». Ч. 1. Душанбе, 2016. С. 234–238.
13. Низомов Д. Н., Каландарбеков И. К., Каландарбеков И. И. Численное моделирование динамической системы «платформа–модель здания» // Вестник гражданских инженеров. 2018. № 3 (68). С. 66–72.
14. Поляков В. С., Килимник Л. Ш., Черкашин А. В. Современные методы сейсмозащиты зданий. М.: Стройиздат, 1989. 320 с.
15. Ковалева Н. В., Рутман Ю. Л., Давыдова Г. В. Определение оптимальных параметров демпфирования в системах сейсмоизоляции // Инженерно-строительный журнал. 2013. № 5 (40). С. 107–115.
16. Савинов О. А. Сейсмоизоляция сооружений // Савинов О. А. Динамические проблемы строительной техники: избранные статьи и доклады. СПб.: Изд-во ВНИИГ, 1993. С. 155–178.
17. Савинов О. А., Уздин А. М. Об учете грунтовых условий в расчетах на сейсмостойкость крупных инженерных сооружений. М.: Стройиздат, 1984. 255 с.
18. Савинов О. А., Сандович Т. А. О некоторых особенностях применения систем сейсмоизоляции зданий и сооружений // Известия ВНИИГ им. Б. Е. Веденеева, сб. науч. тр. 1982. Т. 161. С. 26–39.
19. Уздин А. М., Сандович Т. А., Аль-Насер Мохамад Самих Амин. Основы теории сейсмостойкости и сейсмостойкого строительства зданий и сооружений. СПб.: Изд-во ВНИИГ, 1993. 176 с.
20. Черепинский Ю. Д., Гусев М. Н. Проблемы сейсмостойкости зданий с использованием сейсмоизолирующих конструктивных решений // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2006. № 5. С. 53–55.

### References

1. Abdurashidov K. S., Zhunusov T. Zh., Karapetyan B. K., Kirikov B. K. *Seysmostoykost' sooruzheniy: sovremennyye problemy seysmostoykogo stroitelstva* [Earthquake resistance of structures: modern problems of earthquake-resistant construction]. Ed. by Skladnev N. N., Ayzenberg Ya. M. Moscow, Nauka Publ., 1989, 192 p.
2. Ayzenberg Ya. M. *Seysmoizolyatsiya. Teoriya i real'noe povedenie pri zemletryaseniyaх* [Seismic isolation. Theory and real earthquake behavior]. *Seysmostoykoe stroitel'stvo. Bezopasnost' sooruzheniy Seismic construction. Safety of Structures*, 2006, no. 4, pp. 28–33.
3. Ayzenberg Ya. M. *Seysmoizolyatsiya vysokikh zdaniy* [Seismic isolation of tall buildings]. *Seysmostoykoe stroitel'stvo. Bezopasnost' sooruzheniy – Seismic Construction. Safety of Constructions*, 2007, no. 4, pp. 41–44.

4. Ayzenberg Ya. M., Smirnov V. I., Bychkov S. I., Sutyurin Yu. A. *Effektivnye sistemy seismoizolyatsii. Issledovanie, proektirovanie, stroitel'stvo* [Effective systems of seismic isolation. Research, design, construction]. *Seysmostoykoe stroitel'stvo. Bezopasnost' sooruzheniy – Seismic Resistant Construction. Safety of Structures*, 2002, no. 1, pp. 31–37.
5. Al'bert I. U. *Metody kolichestvennoy otsenki nadezhnosti sistemy «osnovanie–fundament–sooruzhenie» s ustroystvami seismoizolyatsii i seymozashchity. Diss. dokt. tekhn. nauk* [Methods of quantitative reliability assessment of the “foundation–foundation–structure” system with seismic isolation and seismic protection provision. Diss. Sci. Tech. diss.]. St. Petersburg, 2010, 223 p.
6. Kalandarbekov I. I., Kalandarbekov I. K., Nizomov D. N. *Seismoizolyatsiya kak sredstvo zashchity zdaniy ot zemletryaseniy* [Seismic isolation as a means of protection of buildings from earthquakes]. *Nauka i innovatsiya – Science and Innovation*, 2017, no. 2, pp. 133–137.
7. Kalandarbekov I. I., Kalandarbekov I. K., Nizomov D. N. *Sravnitel'nyy analiz razlichnykh tipov seismoizolyatsii v mnogoetazhnykh zdaniyakh* [Comparative analysis of different types of seismic isolation in multistory buildings]. *Izvestiya AN RT. Otdeleniefiz.-mat., khim., geolog. i tekhn. nauk – Bulletin of AN RT. Department of physics, chemistry, geology and engineering sciences*, 2016, no. 4 (165), pp. 58–64.
8. Kilimnik L. Sh., Soldatova L. L., Lyakhina L. I. *Analiz raboty zdaniy so skol'zyashchim poiyasom s ispol'zovaniem mnogomassovoyraschetnoy modeli* [Analysis of buildings with sliding belt using multi-mass calculation model]. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy – Structural mechanics and calculation of structures*, 1986, no. 6, pp. 96–103.
9. Kuznetsova I. O., Van Khaybin, Uzdin A. M., Shul'man S. A. *Seismoizolyatsiya — sposob proektirovaniya sooruzheniy s zadannymi parametrami predel'nykh sostoyaniy i stsensariyev nakopleniya povrezhdeniy* [Seismic isolation as a way to design structures with specified parameters of limit states and damage accumulation scenarios]. *Izbrannyye stat'i prof. O. A. Savinova i klyuchevyye doklady, predstavlenyye na VI Savinovskie chteniya* [Selected articles by Prof. O. A. Savinov and key papers presented at the VI Savinov Readings]. St. Petersburg, 2010, pp. 105–120.
10. Nizomov D. N. *Metod granichnykh uravneniy v reshenii staticheskikh i dinamicheskikh zadach stroitel'noy mekhaniki* [Method of boundary equations in solution of static and dynamic problems of structural mechanics]. Moscow, AVS, 2000, 282 p.
11. Nizomov D. N., Kalandarbekov I. *Metod sosredotochennykh deformatsiy* [Method of concentrated deformations]. Dushanbe, Donish Publ., 2015, 436 p.
12. Nizomov D. N., Kalandarbekov I. K., Kalandarbekov I. I. *Modelirovanie zdaniy s uchetom nelineynoy raboty seismoizolyatsii* [Modeling of buildings taking into account nonlinear operation of seismic isolation]. *Trudy VIII Mezhdunar. nauch.-prakt.konf. «Perspektivy razvitiya nauki i obrazovaniya»* [Proceedings of VIII Intern. scientific-practical conf. “Prospects of development of science and education”]. Pt. 1. Dushanbe, 2016, pp. 234–238.
13. Nizomov D. N., Kalandarbekov I. K., Kalandarbekov I. I. *Chislennoe modelirovanie dinamicheskoy sistemy «platforma–model' zdaniya»* [Numerical modeling of dynamic system “platform–building model”]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2018, no. 3 (68), pp. 66–72.
14. Polyakov V. S., Kilimnik L. Sh., Cherkashin A. V. *Sovremennyye metody seymozashchity zdaniy* [Modern methods of seismic modeling.]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1989, 320 p.
15. Kovaleva N. V., Rutman Yu. L., Davydova G. V. *Opreделение optimal'nykh parametrov dempfirovaniya v sistemakh seismoizolyatsii* [Determination of optimal damping parameters in seismic isolation systems]. *Inzhenerno-stroitel'nyy zhurnal Engineering and Construction Journal*, 2013, no. 5 (40), pp. 107–115.
16. Savinov O. A. *Seismoizolyatsiya sooruzheniy* [Seismic isolation of structures]. *Dinamicheskie problemy stroitel'noy tekhnikiyu Izbrannyye stat'i i doklady* [In: Dynamical problems of building engineering Selected articles and reports]. St. Petersburg, VNIIG Publ., 1993, pp. 155–178.
17. Savinov O. A., Uzdin A. M. *Ob uchete gruntovykh usloviy v raschetakh na seysmostoykost' krupnykh inzhenernykh sooruzheniy* [On consideration of ground conditions in calculations on earthquake resistance of large engineering structures]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1984, 255 p.
18. Savinov O. A., Sandovich T. A. *O nekotorykh osobennostyakh primeneniya sistem seismoizolyatsii zdaniy i sooruzheniy* [About some features of application of systems of seismic isolation of buildings and constructions]. *Izvestiya VNIIG im. B. E. Vedeneeva, sb. nauch. tr.* [Bulletin of VNIIG named after B. E. Vedeneyev. Collection of scientific articles]. 1982, vol. 161, pp. 26–39.
19. Uzdin A. M., Sandovich T. A., Al'-Naser Mokhammad Samikh Amin. *Osnovy teorii seysmostoykosti i seysmostoykogo stroitel'stva zdaniy i sooruzheniy* [Fundamentals of the theory of earthquake resistance and earthquake-resistant construction of buildings and structures]. St. Petersburg, VNIIG Publ., 1993, 176 p.
20. Cherepinskiy Yu. D., Gusev M. N. *Problemy seysmostoykosti zdaniy s ispol'zovaniem seismoizoliruyushchikh konstruktivnykh resheniy* [Problems of earthquake resistance of buildings with the use of seismic isolating structural solutions]. *Seysmostoykoe stroitel'stvo. Bezopasnost' sooruzheniy – Seismic construction. Safety of constructions*, 2006, no. 5, pp. 53–55.