

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ И ДИНАМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ОДНОРОДНЫХ И НЕОДНОРОДНЫХ ТОРОИДАЛЬНЫХ ОБОЛОЧЕК В УПРУГОЙ СРЕДЕ

PARAMETRIC VIBRATIONS AND DYNAMIC STABILITY OF HOMOGENEOUS AND INHOMOGENEOUS TOROIDAL SHELLS IN ELASTIC MEDIUM

Исследуются параметрические колебания и динамическая устойчивость однородных и неоднородных (двухслойных) тороидальных оболочек, взаимодействующих с упругой средой. Рассматриваются наземное и подземное размещение оболочек. Расчетные модели соответствуют криволинейным участкам магистральных трубопроводов диаметром 1020–1420 мм для транспортировки жидкости или газа. Трубопроводы подвергаются статическим и динамическим нагрузкам, влияющим на их надежность. Динамические воздействия могут быть вызваны работой насосных или компрессорных станций, сейсмической активностью и другими факторами. Повышение ресурса трубопроводов связано с устранением вредных колебаний, которые приводят к нарушению изоляции, коррозионному растрескиванию и усталостному разрушению. В сложных случаях возможны аварии с экономическими и экологическими последствиями. Цель работы — изучение параметрического резонанса и динамической устойчивости оболочек при взаимодействии с окружающей средой. На основе уравнения Матье и методики Боголюбова–Митропольского определены границы областей динамической неустойчивости для различных вариантов размещения оболочек. Учитываются нестационарное внутреннее давление, продольная сжимающая сила и упругое основание грунта.

Ключевые слова: динамический расчет, однородные и неоднородные (двухслойные) тороидальные оболочки, продольная сила, упругое основание грунта, полубезмоментная теория оболочек, собственные частоты колебаний, трубопровод, поток протекающей жидкости.

The paper studies parametric vibrations and dynamic stability of homogeneous and inhomogeneous (two-layered) toroidal shells interacting with an elastic medium. The above-ground and underground shells' positions are considered. The computational models correspond to curvilinear sections of trunk pipelines of 1020–1420 mm diameter for liquid or gas transportation. Pipelines are subjected to static and dynamic loads affecting their reliability. Dynamic impacts can be caused by the operation of pumping or compressor stations, seismic activity and other factors. Increase of pipelines resource is connected with elimination of harmful vibrations that lead to insulation failure, corrosion cracking and fatigue failure. In complex cases, accidents with economic and environmental consequences are possible. The aim of the study is investigation of parametric resonance and dynamic stability of shells in interaction with the environment. Based on the Mathieu equation and the Bogoliubov–Mitropolsky methodology, the boundaries of the dynamic instability are determined for different shell arrangements. Unsteady internal pressure, longitudinal compressive force and elastic ground base are taken into account.

Keywords: dynamic calculation, homogeneous and inhomogeneous (two-layer) toroidal shells, longitudinal force, elastic soil base, semi-integral shell theory, natural frequencies of oscillations, pipeline, flowing fluid.

Введение

Тонкостенные трубопроводы большого диаметра, взаимодействующие с упругой средой и транспортирующие жидкость, представляют собой сложные динамические

системы, поведение которых определяется сочетанием геометрических, механических и гидродинамических факторов. В условиях пульсирующего потока жидкости такие системы подвержены параметрическим ко-

лебаниям и могут демонстрировать нелинейное динамическое поведение, включая внутренние резонансы, бифуркации и хаотические режимы. Исследование этих явлений имеет важное значение для обеспечения надежности и безопасности инженерных сооружений, таких как магистральные трубопроводы, системы тепло- и водоснабжения, а также оборудования в нефтегазовой и энергетической отраслях.

Параметрические колебания возникают при изменении параметров системы во времени, например, из-за пульсации давления или скорости потока жидкости. Эти колебания могут приводить к появлению зон динамической неустойчивости, где даже небольшие возмущения вызывают значительные отклонения трубопровода от равновесного состояния. Особую сложность представляет анализ систем с внутренними резонансами, когда частоты различных форм колебаний оказываются связаны целочисленными соотношениями. Например, трехкратный внутренний резонанс возникает, когда частота второй формы колебаний примерно в три раза превышает частоту первой формы при определенной скорости потока [1, 2]. Такие явления существенно усложняют динамику системы и требуют применения продвинутых аналитических и численных методов для их описания.

Моделирование нелинейных колебаний трубопроводов, особенно в условиях упругой среды, представляет собой нетривиальную задачу, требующую учета множества факторов: геометрической нелинейности, влияния окружающей среды, внутреннего давления и пульсации потока. Для решения уравнений движения часто используются метод Галеркина, а также современные вычислительные подходы, включая машинное обучение и нейронные сети [3, 6]. Эти методы позволяют исследовать сложные динамические режимы, предсказывать появление новых зон неустойчивости и разрабатывать

рекомендации по проектированию устойчивых систем.

Одной из ключевых проблем является определение критических условий, при которых система теряет устойчивость. Увеличение внутреннего давления и коэффициента возбуждения пульсации может значительно снижать критическую скорость потока, что делает систему более уязвимой к внешним воздействиям [4, 5]. Это особенно важно для трубопроводов большого диаметра, которые часто эксплуатируются в экстремальных условиях. Понимание механизмов потери устойчивости позволяет разрабатывать эффективные методы контроля и управления динамическим поведением таких систем. Вопросы параметрических колебаний и динамической устойчивости рассмотрены также в работах [11–14, 23–25].

Существующие расчеты, как правило, базируются на стержневой теории и затрагивают отдельные аспекты надежности эксплуатации трубопроводов. Развитие современного изготовления труб идет по пути уменьшения материалоемкости и, как следствие, уменьшения толщины стенки, что выдвигает новые задачи для строительной механики. Существенным становится влияние внутреннего рабочего давления и деформации поперечного сечения на динамические характеристики и устойчивость трубопроводов. Следовательно, необходимо использовать такие расчетные модели, которые будут наиболее полно отражать реальную работу конструкции. Такими моделями являются замкнутые цилиндрические и тороидальные оболочки, их применимость была доказана в работах [7–10].

В данной работе получена методика расчета, позволяющая исследовать динамическую устойчивость тонкостенных магистральных трубопроводов с потоком жидкости и газа на базе единой расчетной модели тороидальной оболочки при наземном и подземном размещении.

Методика расчета

Рассматривается расчетная модель участка трубопровода в виде тороидальной оболочки при наземном и подземном исполнении. Геометрическая модель изображена на рис. 1, модель размещения в упругой среде — на рис. 2–4, неоднородная двухслойная оболочка — на рис. 5.

Обозначим r_0 расчетное значение радиуса исходной поверхности неоднородной оболочки; R — радиус продольной оси, проходящей через центр тяжести ее поперечных сечений. Материал считается изотропным с плотностью $\rho = \text{const}$, модулем упругости E и коэффициентом Пуассона ν ; h — толщина оболочки, h_1 — толщина внешнего слоя оболочки, h_2 — толщина внутреннего слоя оболочки (трубы). Величина отношения h/r считается малой, что позволяет использовать соотношения теории оболочек, основанной на гипотезах Кирхгофа–Лява. На рис. 1 изображен участок тороидальной оболочки со срединной поверхностью в тороидальных криволинейных координатах β, Θ , где β означает центральный угол тора, а Θ — угол в поперечном сечении оболочки ($0 \leq \Theta \leq 2\pi$), угол β изменяется в пределах $0 \leq \beta \leq \pi$ [10, 16].

Оболочка подвергается воздействию нестационарного внутреннего рабочего давления $p(t)$:

$$p(t) = p_0(1 + \mu \cos \gamma t), \quad (1)$$

где p_0 — внутреннее рабочее давление; $\mu \leq 0,5$ — коэффициент возбуждения [11];

γ — частота возбуждения, соответствующая характеристикам перекачивающей станции.

Нестационарное давление приводит к возбуждению стационарную продольную сжимающую силу, коэффициент упругого отпора окружающей среды к нестационарным, которые определяются выражениями:

$$F(t) = F(1 + \mu \cos \gamma t); \quad (2)$$

$$k(t) = k_s(1 + \mu \cos \gamma t), \quad (3)$$

а для оболочек с жидкостью дополнительно и скорость потока протекающей жидкости:

$$V(t) = V_0(1 + \mu \cos \gamma t), \quad (4)$$

где F — продольная сжимающая сила; k_s — коэффициент упругого отпора среды.

Используя предложенную ранее методику [15, 16, 19–21] по определению собственных частот без учета побочных коэффициентов решение сводится к разделяющейся системе дифференциальных уравнений Матье:

$$\varphi''(t) + 2\zeta_0 \varphi'(t) + \omega_{mn}^2(1 - \delta_{mn} \cos \gamma t) \varphi(t) = 0, \quad (5)$$

где ω_{mn}^2 — квадрат частоты собственных колебаний тороидальной оболочки, определяется выражениями:

- для тороидальной оболочки с потоком газа [17]:

$$\omega_{mn}^2 = \frac{\mu_0^4 n^4 k_\beta^3 h_v^2 + m^4 (m^2 - 1) (m^2 - 1 + p^* - q_{si}^*)}{\rho^* r h (\mu_0^2 n^2 h_v^2 + m^4 + m^2) + \mu_{bj}^* m^4} + \frac{\left(k_{si}^* m^4 - P \mu_0^4 h_v^2 n^2 k_\beta m^4 + \right.}{\left. + T_{tor}^* \mu_0^2 n^2 k_\beta m^4 + 0,5 \mu_0^2 m^2 (m^2 + 1) \right)}{\rho^* r h (\mu_0^2 n^2 h_v^2 + m^4 + m^2) + \mu_{bj}^* m^4}; \quad (6)$$

- для тороидальной оболочки с потоком жидкости [17]:

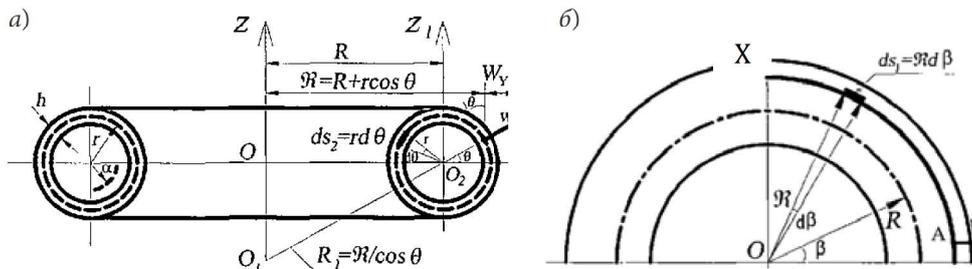


Рис. 1. Криволинейный участок трубопровода в тороидальных координатах [10, 16]: а — в плоскости Z-Y; б — в плоскости X-Y

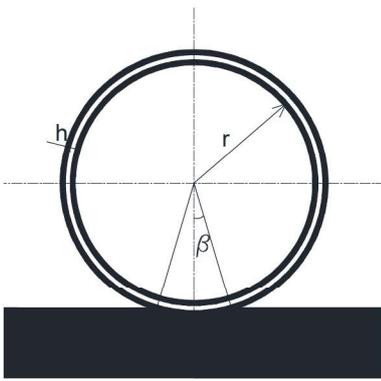


Рис. 2. Наземное исполнение

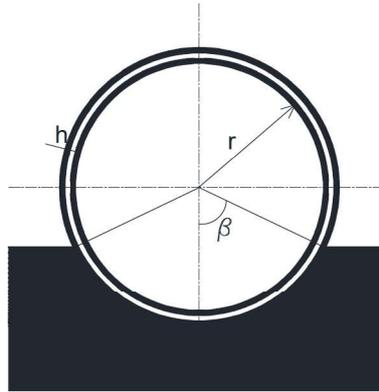


Рис. 3. Частично заглубленное исполнение

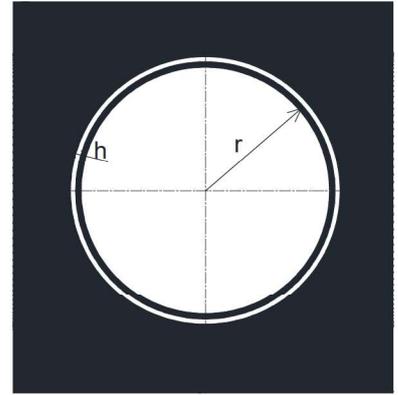


Рис. 4. Подземное исполнение

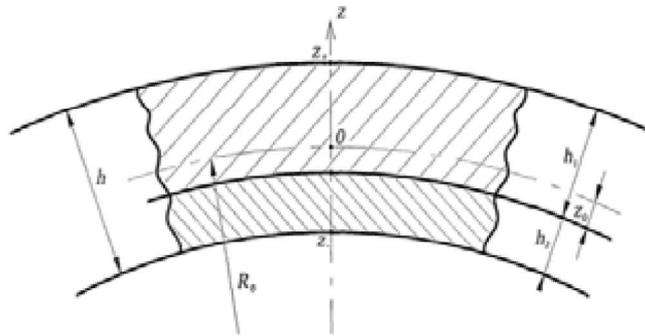


Рис. 5. Расположение исходной поверхности неоднородной (двухслойной) оболочки

$$\omega_{mn}^2 = \frac{\mu_0^4 n^4 k_\beta^3 h_v^2 + m^4 (m^2 - 1) (m^2 - 1 + p^* - q_{si}^*)}{\rho^* r h (\mu_0^2 n^2 h_v^2 + m^4 + m^2) + \mu_{bj}^* m^4 + \rho_v^* \Phi_n r^2 m^4} + \frac{\left(k_{si}^* m^4 - P \mu_0^4 h_v^2 n^2 k_\beta m^4 + T_{tor}^* \mu_0^2 n^2 k_\beta m^4 + 0,5 \mu_0^2 m^2 (m^2 + 1) - \rho_v \Phi_n \mu_0 h_v V^2 m^4 n^2 \right)}{\rho^* r h (\mu_0^2 n^2 h_v^2 + m^4 + m^2) + \mu_{bj}^* m^4 + \rho_v^* \Phi_n r^2 m^4}, \quad (7)$$

где $p^* = p_0 G$; $\rho^* = \rho_0 G$; $G = \frac{r}{Eh \cdot h_v^2}$; $\mu_0 = \frac{r}{Rh_v}$; $\mu_{bj}^* = \mu_{bj} G$; $P = \frac{F}{F_M}$; $\rho_v^* = \rho_v G$; $q_{si}^* = q_{si} G$; $T^* = 2\alpha_m \Delta T$; k_β — коэффициент, влияющий на длину криволинейного участка (принимает значения от 0 до 1. При $k_\beta = 1$ центральный угол β соответствует 180°); $k_{s1}^* = \frac{k_s Gr}{\pi} |z_m|$ — параметр упругого основания (для случая наземного и частично заглубленного

размещения оболочки) [18]; z_m — коэффициент, зависящий от геометрических характеристик вдавливания трубы в упругое основание [18]; $k_s 2^* = k_s Gr$ — параметр упругого отпора среды (для случая подземного размещения оболочки) [20]; q_{si} — определяется в зависимости от модели размещения оболочки в упругой среде, например, как в работе [20].

Для неоднородной (двухслойной) оболочки с потоком жидкости с учетом [22] после преобразования получим

$$\omega_{mn}^2 = \frac{\left(\mu_0^4 n^4 k_\beta^3 h_v^2 + \eta_0 m^4 (m^2 - 1) \times \left(m^2 - 1 + \frac{p^* - q_{si}^*}{\eta_0} \right) + k_s^* m^4 - P \mu_0^4 h_v^2 n^2 k_\beta m^4 \right)}{\rho^* r h (\mu_0^2 n^2 h_v^2 + m^4 + m^2) + \mu_{bj}^* m^4 + \rho_v^* \Phi_n r^2 m^4} +$$

$$+ \frac{\left(T_{tor}^* \mu_0^2 n^2 k_\beta m^4 + 0,5 \mu_0^2 m^2 (m^2 + 1) - \right.}{\left. - \rho_v \Phi_n \mu_0 k_\beta h_v V^2 m^4 n^2 \right)}{\rho^* r h (\mu_0^2 n^2 k_\beta h_v^2 + m^4 + m^2) + \mu_{bj}^* m^4 + \rho_v^* \Phi_n r^2 m^4}, \quad (8)$$

где $h_v = \frac{h}{r_0 \sqrt{12(1-v^2)}}$; $\eta_0 = \frac{12D_0}{h^2 B}$; $G = \frac{r}{E_0 h h_v^2}$;

$\mu_0 = \frac{r_0}{R h_v}$; $\rho^* = \rho_{sr} G$; $p^* = p_0 G$; $\rho_v^* = \rho_v G$;

δ_{mn} — коэффициент возбуждения:

- для тороидальной оболочки с газом:

$$\delta_{mn} = \frac{P \mu_0^4 h_v^2 n^2 k_\beta m^4 - k_{si}^* m^4 - p^* m^4 (m^2 - 1)}{A1_{mn}} \mu, \quad (9)$$

где

$$A1_{mn} = \mu_0^4 n^4 k_\beta^3 h_v^2 + m^4 (m^2 - 1) \left(m^2 - 1 + p^* - q_{si}^* \right) + k_{si}^* m^4 - P \mu_0^4 h_v^2 n^2 k_\beta m^4 + T_{tor}^* \mu_0^2 n^2 k_\beta m^4 + 0,5 \mu_0^2 m^2 (m^2 + 1);$$

- для тороидальной оболочки с жидкостью:

$$\delta_{mn} = \frac{\left(P \mu_0^4 h_v^2 n^2 k_\beta m^4 + V^2 \mu_0 h_v \rho_v^* \Phi_n^* m^4 n^2 k_\beta - \right.}{\left. - k_{si}^* m^4 - p^* m^4 (m^2 - 1) \right)}{A2_{mn}} \mu,$$

где

$$A2_{mn} = \mu_0^4 n^4 k_\beta^3 h_v^2 + m^4 (m^2 - 1) \left(m^2 - 1 + p^* - q_{si}^* \right) + k_{si}^* m^4 - P \mu_0^4 h_v^2 n^2 k_\beta m^4 + T_{tor}^* \mu_0^2 n^2 k_\beta m^4 - V^2 \mu_0 h_v \rho_v^* \Phi_n^* m^4 n^2 k_\beta + 0,5 \mu_0^2 m^2 (m^2 + 1); \quad (10)$$

- для неоднородной (двухслойной) тороидальной оболочки с газом:

$$\delta_{mn} = \frac{P \mu_0^4 h_v^2 n^2 k_\beta m^4 - k_{si}^* m^4 - p^* m^4 (m^2 - 1)}{A3_{mn}} \mu,$$

где

$$A3_{mn} = \mu_0^4 n^4 k_\beta^3 h_v^2 + \eta_0 m^4 (m^2 - 1) \times \left(m^2 - 1 + \frac{p^* - q_{si}^*}{\eta_0} \right) + k_{si}^* m^4 - P \mu_0^4 h_v^2 n^2 k_\beta m^4 + T_{tor}^* \mu_0^2 n^2 k_\beta m^4 + 0,5 \mu_0^2 m^2 (m^2 + 1); \quad (11)$$

- для неоднородной (двухслойной) тороидальной оболочки с жидкостью:

$$\delta_{mn} = \frac{\left(P \mu_0^4 h_v^2 n^2 k_\beta m^4 + V^2 \mu_0 h_v \rho_v^* \Phi_n^* m^4 n^2 k_\beta - \right.}{\left. - k_{si}^* m^4 - p^* m^4 (m^2 - 1) \right)}{A4_{mn}} \mu, \quad (12)$$

где

$$A4_{mn} = \mu_0^4 n^4 k_\beta^3 h_v^2 + \eta_0 m^4 (m^2 - 1) \left(m^2 - 1 + \frac{p^* - q_{si}^*}{\eta_0} \right) + k_{si}^* m^4 - P \mu_0^4 h_v^2 n^2 k_\beta m^4 + T_{tor}^* \mu_0^2 n^2 k_\beta m^4 - V^2 \mu_0 h_v \rho_v^* \Phi_n^* m^4 n^2 k_\beta + 0,5 \mu_0^2 m^2 (m^2 + 1);$$

$2\zeta_0$ — коэффициент демпфирования для тороидальной оболочки с газом и жидкостью соответственно:

$$2\zeta_0 = \frac{\eta m^2}{\left[r \rho_0 h \left(\frac{\mu_0^2 n^2 k_\beta h_v^2}{m^2} + m^2 + 1 \right) + \mu_{bj} m^2 \right]}; \quad (13)$$

$$2\zeta_0 = \eta m^2 / \left[r \rho_0 h \left(\frac{\mu_0^2 n^2 k_\beta h_v^2}{m^2} + m^2 + 1 \right) + \mu_{bj} m^2 + \rho_v \Phi_n r^2 m^2 \right]. \quad (14)$$

Решение уравнения Матье (5) получено Н. Н. Боголюбовым–Ю. А. Митропольским и представляет собой неравенства для нахождения границ первой, второй, третьей и последующей областей неустойчивости:

- главная, первая область неустойчивости:

$$1 - \sqrt{\frac{\delta_{mn}^2}{4} - \frac{4(2\zeta_0)^2}{\omega_0^2}} < \left(\frac{2\omega_{mn}}{\omega_0} \right)^2 < 1 + \sqrt{\frac{\delta_{mn}^2}{4} - \frac{4(2\zeta_0)^2}{\omega_0^2}}; \quad (15)$$

- вторая область неустойчивости:

$$4 + \frac{2(\delta_{mn})^2}{3} - \sqrt{\delta_{mn}^4 - \frac{64(2\zeta_{mn})^2}{\omega_0^2}} < \left(\frac{2\omega_{mn}}{\omega_0} \right)^2 < 4 + \frac{2(\delta_{mn})^2}{3} + \sqrt{\delta_{mn}^4 - \frac{64(2\zeta_{mn})^2}{\omega_0^2}}; \quad (16)$$

- третья область неустойчивости:

$$9 + \frac{81(\delta_{mn})^2}{64} - \sqrt{\frac{3^{12}(\delta_{mn})^6}{2^{18}} - \frac{324(2\zeta_0)^2}{\omega_0^2}} < \left(\frac{2\omega_{mn}}{\omega_0} \right)^2 < 9 + \frac{81(\delta_{mn})^2}{64} + \sqrt{\frac{3^{12}(\delta_{mn})^6}{2^{18}} - \frac{324(2\zeta_0)^2}{\omega_0^2}}. \quad (17)$$

Полученная система уравнений Матье позволяет исследовать динамическую устойчивость оболочки при различных значениях

волновых чисел $m, n = 1, 2, \dots$ при помощи построения областей динамической неустойчивости типа диаграмм Айнса–Стретта, которые определяются следующими соотношениями частот свободных колебаний ω_{mn} и частот возбуждения γ : $\omega_{mn} = \frac{\gamma}{2}i$; $i = 1, 2, 3, \dots$

Основная, наиболее широкая область называется главной областью динамической неустойчивости, которая реализуется при коэффициенте $i = 1$, то есть при $\omega_{mn} = \gamma/2$. Второстепенные области неустойчивости при $i > 1$ имеют значительно меньшую ширину и обычно перекрываются главной областью. Решение уравнений Матье (5) для главной области динамической неустойчивости представляет собой неравенство

$$1 - \frac{\delta_{mn}}{2} < \left(\frac{2\omega_{mn}}{\gamma}\right)^2 < 1 + \frac{\delta_{mn}}{2}. \quad (18)$$

Основанная на этом решении методика построения главных областей динамической неустойчивости заключается в определении положения верхней и нижней границ этих областей. В соответствии с (18) имеем:

- верхняя граница, определенная равенством,

$$\gamma^2 = 4\omega_{mn}^2 \left(1 - \frac{\delta_{mn}}{2}\right)^{-1}; \quad (19)$$

- нижняя граница:

$$\gamma^2 = 4\omega_{mn}^2 \left(1 + \frac{\delta_{mn}}{2}\right)^{-1}. \quad (20)$$

Результаты

Выполним тестовые расчеты для стальной тороидальной однородной оболочки с по-

током жидкости и газа, представим полученные значения в виде графиков на рис. 6. Введем определение: оболочки с потоком жидкости будем называть водопроводами, а с потоком газа — газопроводами.

В результате построения областей динамической неустойчивости для наземных и подземных газопроводов наблюдается их различие. Например, область, построенная для подземного газопровода, смещена в сторону увеличения значений γ , что уменьшает возможность возникновения параметрического резонанса. Однако в случае водопровода происходит резкое смещение области неустойчивости вниз, в сторону уменьшения значений γ . Отличие в местоположении газопровода и водопровода составляет порядка трех раз, что в свою очередь повышает возможность возникновения параметрического резонанса для водопровода. Методика определения устойчивого или неустойчивого состояния заключается в нахождении значений (γ, k) внутри или снаружи рассматриваемой области. Если значение (точка) находится за пределами области, то динамическая устойчивость обеспечена. Если внутри области, то наблюдается динамически неустойчивое состояние, в котором при минимальных возмущениях наблюдается экспоненциальное возрастание амплитуды колебаний.

В трубопроводном строительстве широко распространены трубы с защитными покрытиями из стеклопластиков, цементобетона, полимочевины и других типов материалов.

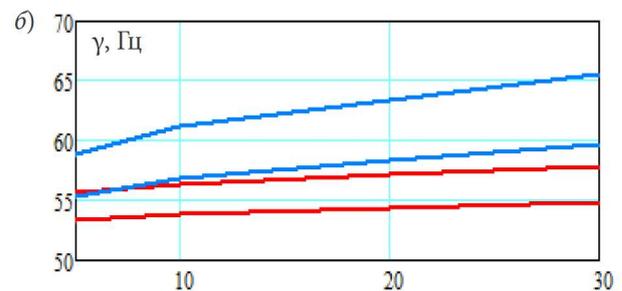
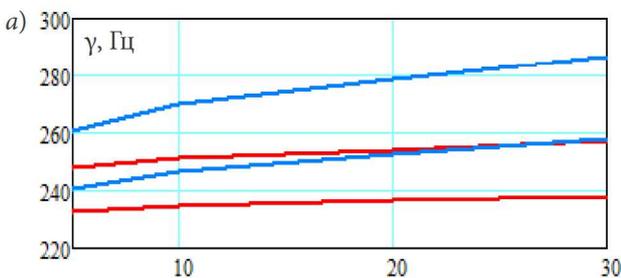


Рис. 6. Главная область динамической неустойчивости для стальной тороидальной оболочки при наземном и подземном размещении при значениях параметра возбуждения $\mu = 0,5$; $p_0 = 4$ МПа; $h/r = 1/50$; $R/r = 8$; $k_s = 5-30$ МПа/м: а — оболочка с газом; б — оболочка с жидкостью

В зависимости от толщины слоя и физико-механических характеристик области динамической неустойчивости будут отличаться. Определим размеры и местоположение этих областей для неоднородной (двухслойной) тороидальной оболочки. В качестве тестовых расчетов рассматриваются два типа покрытий — стеклопластиковое и цементобетонное.

Анализ построенных областей (рис. 7) показывает, что за счет большей жесткости стальная труба с цементобетонным покрытием при увеличении толщины слоя до 20 мм имеет значения границ областей динамической неустойчивости больше, чем для стеклопластикового покрытия. Однако в целом увеличение толщины слоя приводит к снижению областей динамической неустойчивости вниз, в сторону уменьшения значений γ . Такой эффект объясняется возрастанием присоединенной массы покрытия.

Решая систему уравнений (5) относительно времени t при помощи функции Odesolve в MathCAD 15, получим решение, которое можно представить в виде графиков на рис. 8. Эти графики позволяют наглядно

увидеть возрастание амплитуды колебаний в зависимости от времени.

Как следует из графиков, амплитуда колебаний для оболочек с большей изгибной жесткостью при $p_0 = 2$ МПа и $R/r = 15$ возрастает быстрее, чем для менее жестких оболочек: 8 против 23 секунд.

Выводы

Исследованы параметрические колебания и динамическая устойчивость тонкостенных трубопроводов большого диаметра с использованием модели тороидальной оболочки для различных условий размещения.

Разработана методика расчета на основе системы уравнений Матье, позволяющая определять границы областей динамической неустойчивости с учетом нестационарного внутреннего давления продольных сил и коэффициента упругого отпора окружающей среды.

Анализ полученных значений показывает, что расположение областей динамической неустойчивости существенно зависит от типа транспортируемой среды и способа размещения трубопровода: для водопро-

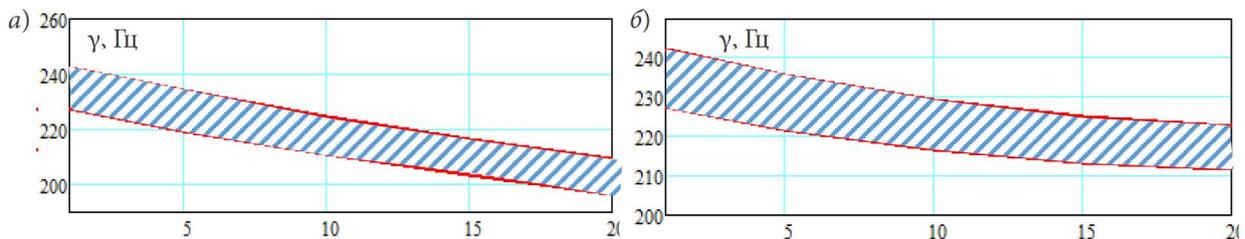


Рис. 7. Главная область динамической неустойчивости для двухслойной тороидальной оболочки для газа при $\mu = 0,5$; $p_0 = 2$ МПа; $R/r_0 = 8$; $k = 5$ МПа/м: а — стеклопластиковое покрытие оболочки; б — цементобетонное покрытие оболочки

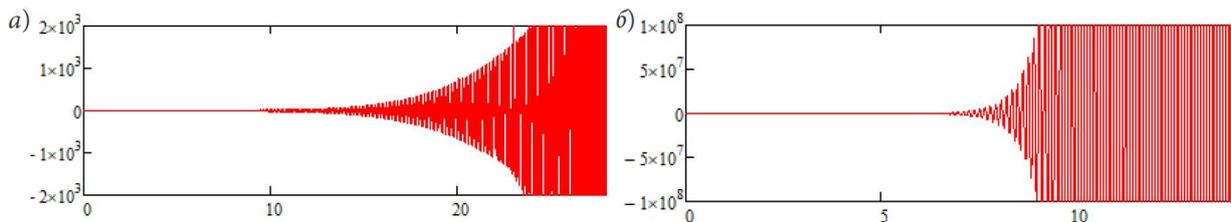


Рис. 8. Область возрастания амплитудных значений в зависимости от времени t для стальной тороидальной оболочки с газом при значениях параметра возбуждения $\mu = 0,5$, $h/r = 1/50$, $k = 5$ МПа/м: а — $p_0 = 0$ МПа, $R/r = 8$; б — $p_0 = 2$ МПа, $R/r = 15$

водов области неустойчивости смещаются в сторону меньших частот возбуждения, увеличивая вероятность параметрического резонанса, тогда как для газопроводов наблюдается противоположная тенденция.

Исследовано влияние защитных покрытий различной толщины и жесткости на динамическую устойчивость трубопроводов. Установлено, что увеличение толщины слоя покрытия снижает области динамической неустойчивости за счет возрастания присоединенной массы, но более жесткие покрытия обеспечивают более высокие значения границ неустойчивости.

Полученные результаты подкреплены численными расчетами и графиками, демонстрирующими изменение амплитудно-временных характеристик колебаний. Разработанная методика может быть использована при проектировании надежных трубопроводных систем и прогнозировании их поведения в реальных условиях эксплуатации.

Библиографический список

1. Panda L. N., Kar R. C. Nonlinear dynamics of a pipe conveying pulsating fluid with combination, principal parametric and internal resonances // *Journal of Sound and Vibration*. 2008. Vol. 309 (3–5). Pp. 375–406. URL: <https://doi.org/10.1016/J.JSV.2007.05.023>
2. Panda L. N., Kar R. C. Nonlinear dynamics of a pipe conveying pulsating fluid with parametric and internal resonances // *Nonlinear Dynamics*. 2007. Vol. 49. Pp. 9–30. URL: <https://doi.org/10.1007/S11071-006-9100-6>
3. Łuczko J., Czerwiński A. Nonlinear three-dimensional dynamics of flexible pipes conveying fluids // *Journal of Fluids and Structures*. 2017. Vol. 70. Pp. 235–260. URL: <https://doi.org/10.1016/J.JFLUIDSTRUCTS.2017.02.002>
4. Khudayarov B. A., Komilova Kh. M., Turaev F. Zh. Dynamic analysis of the suspended composite pipelines conveying pulsating fluid // *Journal of Natural Gas Science and Engineering*. 2020. Vol. 75. 103148. URL: <https://doi.org/10.1016/j.jngse.2020.103148>
5. Khudayarov B. A., Komilova Kh. M., Turaev F. Zh. Numerical Simulation of Vibration of Composite Pipelines Conveying Pulsating Fluid // *International Journal of Applied Mechanics*. 2019. Vol. 11 (9). 1950090. URL: <https://doi.org/10.1142/s175882511950090x>
6. Khudayarov B. A., Turaev F. Zh. Mathematical simulation of nonlinear oscillations of viscoelastic pipelines conveying fluid // *Applied Mathematical Modelling*. 2019. Vol. 66. Pp. 662–679. URL: <https://doi.org/10.1016/J.APM.2018.10.008>
7. Ильин В. П. Параметрические колебания цилиндрических оболочек с потоком жидкости // *Вестник РААСН. ОСН*. 1996. Вып. 1. С. 15–21.
8. Ильин В. П., Соколов В. Г. Исследование параметрического резонанса в трубопроводах, содержащих пульсирующий поток жидкости // *Вопросы механики строительных конструкций и материалов: межвуз. темат. сб. Л.*, 1987. С. 6–10.
9. Соколов В. Г., Разов И. О., Пассек В. В. Влияние параметра тонкостенности поперечного сечения на параметрические колебания магистральных нефте- и газопроводов при наземной прокладке // *Промышленное и гражданское строительство*. 2017. № 12. С. 92–96.
10. Разов И. О., Соколов В. Г., Дмитриев А. В., Березнев А. В. Параметрические колебания подземного и надземного нефтепровода // *Архитектура, строительство, транспорт*. 2023. № 3 (105). С. 48–60.
11. Болотин В. В. Динамическая устойчивость упругих систем. М.: Гостехиздат, 1956. 600 с.
12. Шмидт Г. Параметрические колебания / пер. с нем. В. М. Старжинского; под ред. М. З. Литвина-Седого. М.: Мир, 1978. 336 с.
13. Кондрашев Н. С. Параметрические колебания трубопроводов на упруго-демпфирующих опорах, вызываемые пульсирующим потоком // *Рассеяние энергии при колебаниях механических систем* / под ред. Г. С. Писаренко. Киев: Наукова Думка, 1968. С. 427–433.
14. Ишемгузин И. Е., Габбасов Т. И., Шаммазов И. А., Ситдииков М. Р., Кочеков М. А. Демпфирование параметрических колебаний трубопровода // *Нефтегазовое дело*. 2011. № 3. С. 84–93. EDN OYYFYD.
15. Разов И. О. Исследования свободных колебаний наземных тонкостенных газопроводов большого диаметра // *Вестник гражданских инженеров*. 2013. № 4 (39). С. 100–103.
16. Разов И. О., Соколов В. Г. Свободные колебания тонкостенного криволинейного участка магистрального газопровода при подземной бестраншейной прокладке // *Инновации и инвестиции*. 2023. № 8. С. 281–285. EDN WEYHPE.
17. Разов И. О. Колебания тороидальной оболочки-трубопровода в грунте с учетом продольной сжимающей силы и температуры // *Промышленное и гражданское строительство*. 2024. № 11. С. 63–71. DOI 10.33622/0869-7019.2024.11.63-71. EDN GZKKQL.
18. Разов И. О., Соколов В. Г., Коркишко А. Н., Ермолаев А. Н. Аналитические методы расчета динамических характеристик прямолинейных тонкостенных трубопроводов большого диаметра при наземной про-

кладке. М.: ООО «КОНВЕРТ», 2019. 128 с. ISBN 978-5-6043840-6-0. EDN RNRTBO.

19. Соколов В. Г., Разов И. О., Мальцева Т. В. Свободные колебания тонкостенного криволинейного участка магистрального нефтепровода при наземной прокладке // Транспортные сооружения. 2021. Т. 8, № 4. 20 с. DOI 10.15862/08SATS421. EDN VDVQIX.

20. Разов И. О., Соколов В. Г., Дмитриев А. В. Определение частот свободных колебаний для подземного нефтепровода большого диаметра с учетом влияния демпфера // Вестник гражданских инженеров. 2022. № 3 (92). С. 53–61. DOI 10.23968/1999-5571-2022-19-3-53-61. EDN LXDXML.

21. Разов И. О. Влияние температуры окружающей среды на частоты свободных колебаний тонкостенных магистральных газопроводов большого диаметра при наземной прокладке // Вестник гражданских инженеров. 2022. № 6 (95). С. 39–46. DOI 10.23968/1999-5571-2022-19-6-39-46. EDN WDRKTM.

22. Соколов В. Г., Разов И. О., Волюнец С. И. Свободные колебания неоднородных тонких цилиндрических оболочек, заглубленных в грунт // Вести газовой науки. 2021. № 1 (46). С. 190–195. EDN SJSSJH.

23. Вельмисов П. А., Корнеев А. В., Киреев С. В. Исследование динамической устойчивости трубопровода // Журнал Средневолжского математического общества. 2016. Т. 18, № 2. С. 106–114.

24. Djondjorov P. A., Vassilev V. M., Dzhupanov V. Dynamic stability of fluid conveying cantilevered pipes on elastic foundations // Journal of Sound and Vibration. 2001. Vol. 247 (3). Pp. 537–546.

25. Djondjorov P. A. Dynamic stability of pipes partly resting on Winkler foundation // Journal of Theoretical and Applied Mechanics. 2001. Vol. 31 (3). Pp. 101–112.

References

1. Panda L. N., Kar R. C. Nonlinear dynamics of a pipe conveying pulsating fluid with combination, principal parametric and internal resonances. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, vol. 309 (3–5), pp. 375–406. Available at: <https://doi.org/10.1016/J.JSV.2007.05.023>.

2. Panda L. N., Kar R. C. Nonlinear dynamics of a pipe conveying pulsating fluid with parametric and internal resonances *Nonlinear Dynamics*, 2007, vol. 49, pp. 9–30. Available at: <https://doi.org/10.1007/S11071-006-9100-6>.

3. Łuczko J., Czerwiński A. Nonlinear three-dimensional dynamics of flexible pipes conveying fluids. *Journal of Fluids and Structures*, 2017, vol. 70, pp. 235–260. Available at: <https://doi.org/10.1016/J.JFLUIDSTRUCTS.2017.02.002>.

4. Khudayarov B. A., Komilova Kh. M., Turaev F. Zh. Dynamic analysis of the suspended composite pipelines conveying pulsating fluid. *Journal of Natural Gas Science*

and Engineering, 2020, vol. 75, 103148. Available at: <https://doi.org/10.1016/j.jngse.2020.103148>.

5. Khudayarov B. A., Komilova Kh. M., Turaev F. Zh. Numerical Simulation of Vibration of Composite Pipelines Conveying Pulsating Fluid. *International Journal of Applied Mechanics*, 2019, vol. 11 (9), 1950090. Available at: <https://doi.org/10.1142/s175882511950090x>.

6. Khudayarov B. A., Turaev F. Zh. Mathematical simulation of nonlinear oscillations of viscoelastic pipelines conveying fluid. *Applied Mathematical Modelling*, 2019, vol. 66, pp. 662–679. Available at: <https://doi.org/10.1016/J.APM.2018.10.008>.

7. Il'in V. P. *Parametricheskie kolebaniya tsilindricheskikh obolochek s potokom zhidkosti* []. *Vestnik RAASN - OSN - Bulletin of RAASN - OSN*, 1996, iss. 1, pp. 15–21.

8. Il'in V. P., Sokolov V. G. *Issledovanie parametricheskogo rezonansa v truboprovodakh, soderzhashchikh pul'siruyushchiy potok zhidkosti* [Investigation of parametric resonance in pipelines containing a pulsating liquid flow]. *Voprosy mekhaniki stroitel'nykh konstruksiy i materialov: mezhvuz. temat. sb.* [Problems of mechanics of building structures and materials: interuniversity thematic collection. Thematic coll. works]. Leningrad, 1987, pp. 6–10.

9. Sokolov V. G., Razov I. O., Passek V. V. *Vliyaniye parametra tonkostennosti poperechnogo secheniya na parametricheskie kolebaniya magistral'nykh nefte- i gazoprovodov pri nazemnoy prokladke* [Influence of the cross-section thin-wall parameter on parametric vibrations of main oil and gas pipelines at ground laying]. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo – Industrial and Civil Construction*, 2017, no. 12, pp. 92–96.

10. Razov I. O., Sokolov V. G., Dmitriev A. V., Bereznev A. V. *Parametricheskie kolebaniya podzemnogo i nadzemnogo nefteprovoda* [Parametric vibrations of underground and aboveground oil pipeline]. *Arkhitektura, stroitel'stvo, transport – Architecture, Construction, Transportation*, 2023, no. 3 (105), pp. 48–60.

11. Bolotin V. V. *Dinamicheskaya ustoychivost' uprugikh sistem* [Dynamic stability of elastic systems]. Moscow, Gostekhizdat Publ., 1956, 600 p.

12. Shmidt G. *Parametricheskie kolebaniya* [Parametric vibrations]. Transl. from German by Starzhinskiy V. M.; ed. by Litvin-Sedoy M. Z. Moscow, Mir Publ., 1978, 336 p.

13. Kondrashev N. S. *Parametricheskie kolebaniya truboprovodov na uprugo-dempfiruyushchikh oporakh, vzyvaemye pul'siruyushchim potokom* [Parametric vibrations of pipelines on elastic-damping supports induced by pulsating flow]. *Rasseyaniye energii pri kolebaniyakh mekhanicheskikh sistem* [In: Energy dissipation in vibrations of mechanical systems]. Ed. by Pisarenko G. S. Kiev, Naukova Dumka Publ., 1968, pp. 427–433.

14. Ishemguzhin I. E., Gabbasov T. I., Shammazov I. A., Sitdikov M. R., Kochekov M. A. *Dempfirovaniye parametricheskikh kolebaniy truboprovoda* [Damping of parametric pipeline vibrations]. *Neftegazovoe delo – Oil and Gas Business*, 2011, no. 3, pp. 84–93.
15. Razov I. O. *Issledovaniya svobodnykh kolebaniy nazemnykh tonkostennykh gazoprovodov bol'shogo diametra* [Investigations of free vibrations of ground thin-walled gas pipelines of large diameter]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2013, no. 4 (39), pp. 100–103.
16. Razov I. O., Sokolov V. G. *Svobodnye kolebaniya tonkostennogo krivolineynogo uchastka magistral'nogo gazoprovoda pri podzemnoy bestransheynoy prokladke* [Free vibrations of thin-walled curvilinear section of the main gas pipeline at underground trenchless laying]. *Innovatsii i investitsii – Innovations and Investments*, 2023, no. 8, pp. 281–285.
17. Razov I. O. *Kolebaniya toroidal'noy obolochki-truboprovoda v grunte s uchetom prodol'noy szhimayushchey sily i temperatury* [Vibrations of a toroidal shell-pipeline in the ground with consideration of longitudinal compressive force and temperature]. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo – Industrial and Civil Construction*, 2024, no. 11, pp. 63–71. DOI 10.33622/0869-7019.2024.11.63-71.
18. Razov I. O., Sokolov V. G., Korkishko A. N., Ermolaev A. N. *Analiticheskie metody rascheta dinamicheskikh kharakteristik pryamolineynykh tonkostennykh truboprovodov bol'shogo diametra pri nazemnoy prokladke* [Analytical methods of calculation of dynamic characteristics of rectilinear thin-walled pipelines of large diameter at ground laying]. Moscow, Konvert Publ., 2019, 128 p. ISBN 978-5-6043840-6-0.
19. Sokolov V. G., Razov I. O., Mal'tseva T. V. *Svobodnye kolebaniya tonkostennogo krivolineynogo uchastka magistral'nogo nefteprovoda pri nazemnoy prokladke* [Free vibrations of a thin-walled curvilinear section of a trunk oil pipeline at ground laying]. *Transportnye sooruzheniya – Transport Structures*, 2021, vol. 8, no. 4, 20 p. DOI 10.15862/08SATS421.
20. Razov I. O., Sokolov V. G., Dmitriev A. V. *Opreделение chastot svobodnykh kolebaniy dlya podzemnogo nefteprovoda bol'shogo diametra s uchetom vliyaniya dempfera* [Determination of free vibration frequencies for a large-diameter underground oil pipeline taking into account the influence of damper]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2022, no. 3 (92), pp. 53–61. DOI 10.23968/1999-5571-2022-19-3-53-61.
21. Razov I. O. *Vliyanie temperatury okruzhayushchey sredy na chastoty svobodnykh kolebaniy tonkostennykh magistral'nykh gazoprovodov bol'shogo diametra pri nazemnoy prokladke* [Influence of ambient temperature on the frequencies of free vibrations of thin-walled large-diameter gas trunk pipelines at aboveground laying]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2022, no. 6 (95), pp. 39–46. DOI 10.23968/1999-5571-2022-19-6-39-46.
22. Sokolov V. G., Razov I. O., Volynets S. I. *Svobodnye kolebaniya neodnorodnykh tonkikh tsilindricheskikh obolochek, zaglublennykh v grunt* [Free oscillations of inhomogeneous thin cylindrical shells buried in the ground]. *Vesti gazovoy nauki – Bulletin of Gas Science*, 2021, no. 1 (46), pp. 190–195.
23. Vel'misov P. A., Korneev A. V., Kireev S. V. *Issledovanie dinamicheskoy ustoychivosti truboprovoda* [Investigation of dynamic stability of a pipeline]. *Zhurnal Srednevolzhskogo matematicheskogo obshchestva – Journal of the Middle Volga Mathematical Society*, 2016, vol. 18, no. 2, pp. 106–114.
24. Djondjorov P. A., Vassilev V. M., Dzhupanov V. *Dynamic stability of fluid conveying cantilevered pipes on elastic foundations*. *Journal of Sound and Vibration*, 2001, vol. 247 (3), pp. 537–546.
25. Djondjorov P. A. *Dynamic stability of pipes partly resting on Winkler foundation*. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2001, vol. 31 (3), pp. 101–112.