

УДК 69.04

© Г. И. Белый, д-р техн. наук, профессор  
© М. О. Лобовский, аспирант  
(Санкт-Петербургский государственный  
архитектурно-строительный университет,  
Санкт-Петербург, Россия)  
E-mail: office@erkon.ru, lobovskiy.m@mail.ru

DOI 10.23968/1999-5571-2025-22-4-26-34

© G. I. Belyy, Dr. Sci. Tech., Professor  
© M. O. Lobovskiy, post-graduate student  
(Saint Petersburg State University  
of Architecture and Civil Engineering,  
St. Petersburg, Russia)  
E-mail: office@erkon.ru, lobovskiy.m@mail.ru

## УСТОЙЧИВОСТЬ ДВУХВЕТВЕВЫХ РЕШЕТЧАТЫХ ЭЛЕМЕНТОВ СТАЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ОБЩЕМ ЗАГРУЖЕНИИ

### STABILITY OF TWO-BRANCHED LATTICE ELEMENTS OF STEEL STRUCTURES UNDER GENERAL LOADING

Получено аналитическое решение задачи общей устойчивости двухветвевых элементов стальных конструкций с учетом обеспечения устойчивости ветви между узлами решетки (местной устойчивости) при произвольном распределении изгибающих моментов по длине стержня. При этом физическая нелинейность по оси наиболее нагруженной ветви от предела пропорциональности до предела текучести компенсируется дополнительными эксцентриситетами продольной силы. Использование фактической схемы нагружения элемента позволило вскрыть существенные резервы устойчивости, что является весьма важным при оценке технического состояния металлических конструкций эксплуатируемых зданий и сооружений.

*Ключевые слова:* решетчатый стержневой элемент, колонна поперечной одноэтажной рамы, общая устойчивость, устойчивость ветвей между узлами решетки, приведенная условная гибкость, аналитический метод расчета.

There is obtained an analytical solution to the problem of the overall stability of two-branched element of steel structures, taking into account ensuring the stability of the branch between the lattice nodes (local stability) with an arbitrary distribution of bending moments along the length of the rod. Herewith, the physical nonlinearity along the axis of the most loaded branch from the limit of proportionality to the yield point is compensated by additional eccentricities of the longitudinal force. The use of the actual loading scheme of the element made it possible to reveal significant reserves of stability, which is very important when assessing the technical condition of metal structures of operated buildings and structures.

*Keywords:* lattice core element, column of a transverse single-storey frame, general stability, stability of branches between grid nodes, reduced conditional flexibility, analytical calculation method.

#### Введение

Расчет двухветвевых решетчатых элементов стальных конструкций на общую устойчивость по СП 16.13330.2017<sup>1</sup> выполняется при действии продольной силы с равными концевыми эксцентриситетами, которые

рекомендуется определять по максимальному значению моментов  $e_x^0 = M_{y,\max}^0 / N^0$ , что в подавляющем большинстве случаев не соответствует фактическому нагружению и приводит к заниженным результатам. Для устранения этого недостатка выделение из конструкции элемента и его расчет следует вести не по расчетной, а по фактической длине с использованием формы потери устойчи-

<sup>1</sup> СП 16.13330.2017. Стальные конструкции. Актуализированная редакция СНиП II-23-81 (с поправками и изменениями № 1, 2, 3, 4). М.: Стандартинформ, 2017. 139 с.

ности, вытекающей, как и расчетная длина, из соответствующего решения бифуркационной задачи устойчивости конструкции.

Деформированное состояние элемента в плоскости, параллельной решеткам, в этом случае может быть описано «деформационным» уравнением относительно перемещений  $u(\bar{z})$ :

$$EJ_{y,ef}u^{IV} + N^0u^{II}(\bar{z}) = -q_x^0(\bar{z}), \quad (1)$$

где  $J_{y,ef}$  — приведенный к сплошному сечению момент инерции;  $q_x^0(\bar{z})$  — распределенная по длине элемента поперечная нагрузка;  $\bar{z} = z/l$ .

Следуя процедуре выделения элемента из конструкции, общее решение уравнения (1) представим в виде комбинации частных решений [1]: бифуркационной задачи устойчивости при действии параметрических сил [2] и задачи недеформационного расчета при действии активных моментов  $M_y^0(\bar{z})$ , вызывающих продольный изгиб, и распределенной нагрузки  $q_x^0(\bar{z})$ .

Параметрическими, по терминологии А. Р. Ржаницына [2], называют нагрузки, при действии которых рассматриваются задачи о бифуркации форм равновесия, активными — нагрузки (усилия), при любой величине которых бифуркация не возникает.

Комбинация частных решений в нашем случае получает вид:

$$u(\bar{z}) = U_y\varphi_y(\bar{z}) + U_n\varphi_n(\bar{z}), \quad (2)$$

где  $\varphi_y(\bar{z})$  — форма потери устойчивости, соответствующая наименьшему критическому параметру;  $U_y$  — амплитуда перемещений, с точностью до которой решаются бифуркационные задачи устойчивости;  $\varphi_n(\bar{z})$  — форма деформирования элемента при действии активных сил;  $U_n$  — амплитуда перемещений, находящаяся в линейной зависимости от тех же сил.

Подставляя (2) в уравнение (1), получим

$$L_u = (EJ_{y,ef}u_y^{IV} + N^0[u_y^{II}(\bar{z}) + u_n^{II}(\bar{z})]) = 0. \quad (3)$$

Уравнение (3) в этом случае описывает деформированное состояние элемента, имеющего начальное искривление  $u_n(\bar{z})$ , вызван-

ное действием активных нагрузок, загруженного только параметрической силой  $N^0$ .

Применив к (3) процедуру метода Бубнова–Галеркина  $\int_0^1 L_u\varphi_y(\bar{z})d\bar{z} = 0$ , можно определить  $U_y$  с точностью, до которой решаются бифуркационные задачи устойчивости.

Таким образом, в решении (2) становятся известными все составляющие перемещений при совместном действии активных и параметрических нагрузок, что позволяет вести расчет решетчатых элементов на общую устойчивость при упругой работе материала.

Следует заметить также, что изложенное общее аналитическое решение [1] в сочетании с алгоритмом «Сечение» [3] позволило прямым [4] и обратным [5] численно-аналитическими методами решить ряд новых задач устойчивости элементов конструкций [6–11].

Ко второму недостатку практических рекомендаций<sup>1</sup> следует отнести раздельную проверку общей и местной (ветвей) устойчивости, которая свидетельствует, как заметил В. В. Горев [12], о внутренней противоречивости. Проверка общей устойчивости предполагает наличие искривления ветви между узлами решетки, а проверка местной устойчивости отвергает ее. Это не гарантирует обеспечение устойчивости ветвей при проверке общей устойчивости в плоскости решетки. В. В. Горев, анализируя это противоречие, предложил метод расчета по деформированной схеме, не требующей раздельной проверки устойчивости [12–14], который, как показано в работе [15], приводит к несколько заниженным результатам.

Учитывая изложенное, в данной статье для выявления резервов общей устойчивости при достоверном обеспечении устойчивости ветвей рассматривается загрузка элемента продольной силой с различными значениями концевых эксцентриситетов. При этом заметим, что в ряде работ (см., например, [12, 16]) уже рассматривалась такая

схема нагружения, однако полученные в них результаты исследования по различным причинам не нашли практического применения.

Кроме того, на примере расчета решетчатой колонны поперечной рамы одноэтажного производственного здания покажем вариант деформационного расчета с использованием фактических длины и формы потери устойчивости элемента, которые позволяют учитывать реальное распределение изгибающих моментов по его длине.

**1. Устойчивость двухветвевых решетчатых элементов, нагруженных продольной силой с различными значениями концевых эксцентриситетов**

Устойчивость шарнирно закрепленного двухветвевое элемента, нагруженного продольной силой с различными значениями концевых эксцентриситетов  $e_{x0}^0$  и  $e_{xl}^0$  (рис. 1), будем рассматривать с учетом обеспечения устойчивости наиболее нагруженной между узлами решетки ветви.

При этом физическую нелинейность по оси ветви от предела пропорциональности  $\bar{\epsilon}_{пл} = \frac{\epsilon R_y E}{R_y} = 0,8$  до предела текучести  $\bar{\epsilon}_B = 1,7$  будем компенсировать дополнительными концевыми эксцентриситетами [15]:

$$e_{y,\phi}^0 = (0,008 + 0,037\bar{\lambda}_{y,ef})a, \quad (4)$$

где  $\bar{\lambda}_{y,ef} = \lambda_{y,ef} \sqrt{E/R_y}$  — приведенная условная гибкость;  $a$  — расстояние от оси решетчатого элемента до оси наиболее нагруженной ветви.

Дифференциальное уравнение равновесия элемента при таком нагружении примет вид:

$$EJ_{y,ef} u'' + N^0 u = -N^0 e_{x0}^0 [K_{d,\phi} - (1-n)\bar{z}], \quad (5)$$

где  $n = e_{y0}^0 / e_{yl}^0$  — соотношения эксцентриситетов, которые в практике расчета принимают  $-0,8 \leq n \leq 1$  [17];  $K_{d,\phi}$  — коэффициент, учитывающий физическую нелинейность, который при  $\phi_{y,v} \geq 0,8$  принимается

$$K_{d,\phi} = 1 + \frac{e_{y,\phi}^0 (\phi_{y,v} - 0,8)}{e_{y0}^0 \cdot 0,2}, \quad (6)$$

где  $\phi_{y,v}$  — коэффициент устойчивости центрально сжатой ветви между узлами решетки.

Аппроксимирующую функцию задачи общей устойчивости представим в виде комбинации решений задачи недеформационного расчета и бифуркационной задачи устойчивости, предложенной в [1]:

$$u = U_H \left\{ \frac{4}{3} \left[ \begin{matrix} (3K_{d,\phi} - 1 + n)\bar{z} - \\ -3K_{d,\phi}\bar{z}^2 + (1-n)\bar{z}^3 \end{matrix} \right] \right\} + U_y \sin \pi \bar{z}, \quad (7)$$

где  $U_H = \frac{N^0 l^2}{8EJ_{y,ef}} e_{x0}^0$ ;  $U_y$  — неизвестная амплитуда перемещений при действии параметрических нагрузок;  $\sin \pi \bar{z}$  — форма потери устойчивости.

Для определения  $U_y$  общее решение (7) подставим в уравнение (5), в результате чего получим

$$L_u = EJ_{y,ef} \cdot u'' + N^0 (u_H + u_y) = 0. \quad (8)$$

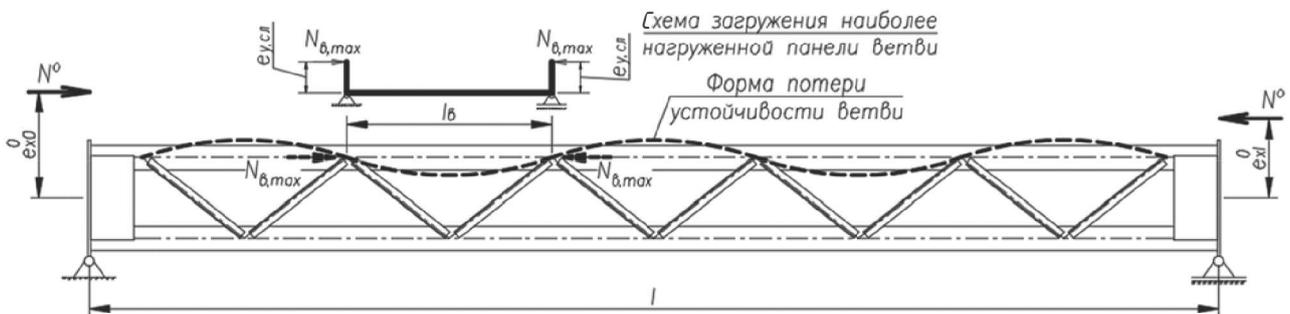


Рис. 1. Схема нагружения решетчатого элемента, где  $\phi_{y,v}$  определяется с учетом случайного эксцентриситета  $e_{y,сл} = \frac{l_B}{750} - \frac{i_{y,v}}{20}$

После применения к (8) алгоритма метода Бубнова–Галеркина  $\int_0^1 L_u \sin \pi \bar{z} d\bar{z} = 0$  и получения  $U_y$  решение (7) примет вид

$$u = \frac{\varphi_{ed} \bar{\lambda}_{y,ef}^2}{8} e_{y0}^0 \times \left\{ \frac{4}{3} \left[ (3K_{d,\phi} - 1 + n) \bar{z} - 3K_{d,\phi} \bar{z}^2 + (1-n) \bar{z}^3 \right] + \frac{16(2K_{d,\phi} - 1 + n)}{\pi^3} \frac{\varphi_{ed} \bar{\lambda}_{y,ef}^2 / \pi^2}{1 - \varphi_{ed} \bar{\lambda}_{y,ef}^2 / \pi^2} \sin \pi \bar{z} \right\}, \quad (9)$$

где  $\varphi_{ed} = N^0 / R_y A$  — коэффициент продольной силы.

Учитывая (9), деформационный изгибающий момент в любом сечении  $\bar{z}$  определяется

$$M_y(\bar{z}) = N^0 e_{x0}^0 \left\{ K_{d,\phi} - (1-n) \bar{z} + \frac{u(\bar{z})}{e_{x0}^0} \right\}. \quad (10)$$

При этом его максимальное значение устанавливается в сечении  $\bar{z}_*$ , в котором  $Q_y(\bar{z}) = \frac{dM_y(\bar{z})}{d\bar{z}} = 0$ . Выполнив эту процедуру, получим уравнение относительно  $\bar{z}_*$ :

$$\cos \pi \bar{z}_* = \left( \frac{(1-n)}{2(2K_{d,\phi} - 1 + n)} \frac{(1 - \varphi_{ed} \bar{\lambda}_{y,ef}^2 / \pi^2)}{\varphi_{ed} \bar{\lambda}_{y,ef}^2 / \pi^2} \times \left( \frac{\pi^2}{\varphi_{ed} \bar{\lambda}_{y,ef}^2} - \frac{\pi^2}{12(1-n)} \times \left[ 3K_{d,\phi} - 1 + n - 6K_{d,\phi} \bar{z}_* + 3(1-n) \bar{z}_*^3 \right] \right) \right). \quad (11)$$

Анализируя уравнение (11), можно увидеть, что наиболее нагруженную панель ветви можно определить по результатам решения деформационной задачи (определения  $\varphi_{ed}$ ) при обеспечении устойчивости ветви:

$$N_{B,\max} \leq \varphi_{y,B} R_y A_B, \quad (12)$$

где  $N_{B,\max}$  — максимальное значение продольного усилия в ветви, определяемое действием  $N$  и деформационным моментом  $M_y(\bar{z})$  по (10);  $A_B$  — площадь сечения ветви.

Для определения  $\varphi_{ed}$  используем равенство (12), которое в развернутом виде и безразмерных параметрах приобретает вид:

$$\varphi_{ed} \left\{ 1 + m_{y0}^0 \left[ K_{d,\phi} - (1-n) \bar{z} \right] + \frac{\varphi_{ed}^2 \bar{\lambda}_{y,ef}^2}{8} \cdot m_{y0}^0 \times \left\{ \frac{4}{3} \left[ (3K_{d,\phi} - 1 + n) \bar{z} - 3K_{d,\phi} \bar{z}^2 + (1-n) \bar{z}^3 \right] + \frac{16(2K_{d,\phi} - 1 + n) \varphi_{ed} \bar{\lambda}_{y,ef}^2 / \pi^2}{\pi^3 (1 - \varphi_{ed} \bar{\lambda}_{y,ef}^2 / \pi^2)} \sin \pi \bar{z} \right\} \right\} = \varphi_{y,B}, \quad (13)$$

где  $m_{y0}^0 = e_{y0}^0 / a$  — относительный эксцентриситет силы на левой опоре (см. рис. 1).

Преобразовав (13) в кубическое уравнение относительно  $\varphi_{ed}$ , получим

$$\varphi_{ed}^3 c + \varphi_{ed}^2 a - \varphi_{ed} b + 1 = 0, \quad (14)$$

где  $c = \frac{\bar{\lambda}_{y,ef}^4}{\pi^4 \varphi_{y,B}} m_{y0}^0 (K_2 - K_3)$

$$a = \frac{\bar{\lambda}_{y,ef}^2}{\pi^2 \varphi_{\phi B}} \left[ 1 + m_{y0}^0 (K_1 - K_2) \right];$$

$$b = \frac{K_1}{\varphi_{y,B}} + \frac{\bar{\lambda}_{y,ef}^2}{\pi^2};$$

$$K_1 = 1 + m_{y0}^0 \left[ K_{d,\phi} - (1-n) \bar{z} \right];$$

$$K_2 = \frac{\pi^2}{6} \left[ (3K_{d,\phi} - 1 + n) \bar{z} - 3K_{d,\phi} \bar{z}^2 + (1-n) \bar{z}^3 \right];$$

$$K_3 = \frac{1}{\pi} 2(2K_{d,\phi} - 1 + n) \sin \pi \bar{z}.$$

Решение уравнения (14) показало, что пренебрежение его первым членом приводит в наиболее нагруженных панелях к завышению  $\varphi_{ed}$  до 2,5 %, что в практическом применении является вполне приемлемым, тогда

$$\varphi_{ed} = \frac{b}{2a} - \sqrt{\frac{b^2}{4a^2} - \frac{1}{a}}. \quad (15)$$

Коэффициент устойчивости элемента принимается по наименьшему значению  $\varphi_{ed,\min}$  в сечении  $\bar{z}_*$  (панели), определяемом по (11), где действует  $M_y(\bar{z}_*)_{\max}$ , вычисляемый по (10).

Таким образом, с помощью аналитического решения деформационных задач, основанного на комбинации решений частных задач, в котором физическая нелинейность компенсируется дополнительным эксцен-

триситетом продольной силы и учитывается коэффициентом  $K_{d,\phi}$  по (6), можно получить коэффициенты устойчивости с учетом фактического распределения изгибающих моментов по длине элемента, определяемые по наименьшему значению  $\varphi_{ed,min}$  в сечении  $\bar{z}_*$  (панели), где действует  $M_y(\bar{z}_*)_{max}$ , вычисляемый по (10).

Выявление резервов общей устойчивости проиллюстрируем сравнением коэффициентов, полученных при действии продольной силы с различными значениями конечных эксцентриситетов (см. рис. 1),  $\varphi_{ed}$  и  $\varphi_{ed,cn}$

когда эксцентриситеты равны и определяются по максимальному моменту. На графиках рис. 2 и 3 показаны зависимости резервов устойчивости от условной приведенной гибкости  $\bar{\lambda}_{y,ef}$  для различных значений  $m_{y0}^0 = m_{y,max}^0$  при  $n = e_{y0}^0 / e_{yl}^0$ , равном +0,5; ±0; -0,5; -0,8. Видно, что по мере снижения  $n$  от +0,5 до -0,8 резервы составляют:

- при малых значениях эксцентриситетов ( $m_{y0}^0 = 0,5...1,0$ ) — от 11 до 43 %, когда  $\bar{\lambda}_{y,ef} = 2...5$ ;
- при средних их значениях ( $m_{y0}^0 = 2...4$ ) — от 14 до 48 %, когда  $\bar{\lambda}_{y,ef} = 2,5...5$ .

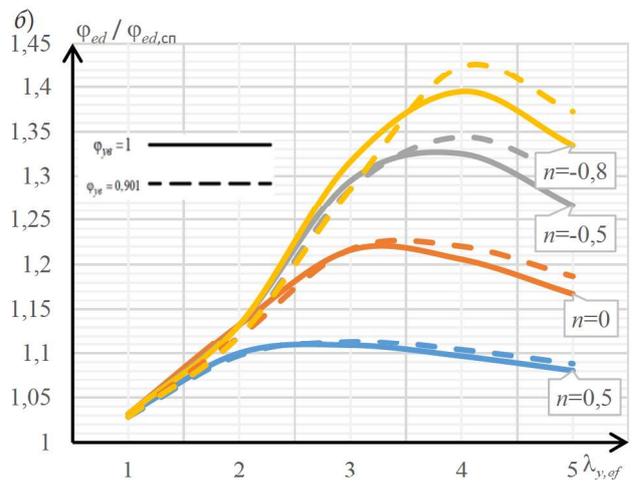
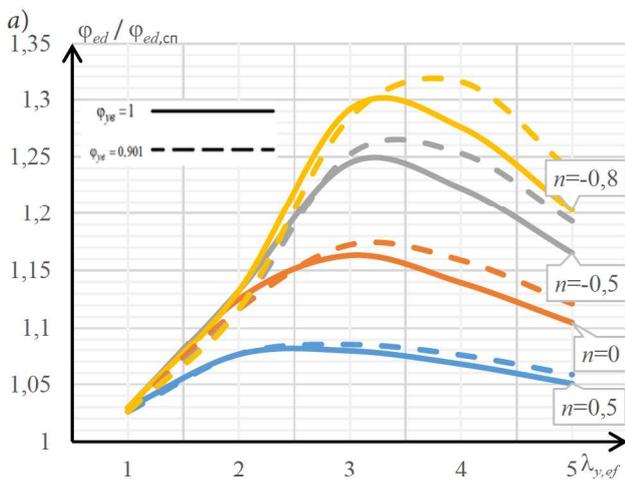


Рис. 2. Резервы устойчивости при: а —  $m_{y0}^0 = 0,5$ ; б —  $m_{y0}^0 = 1,0$

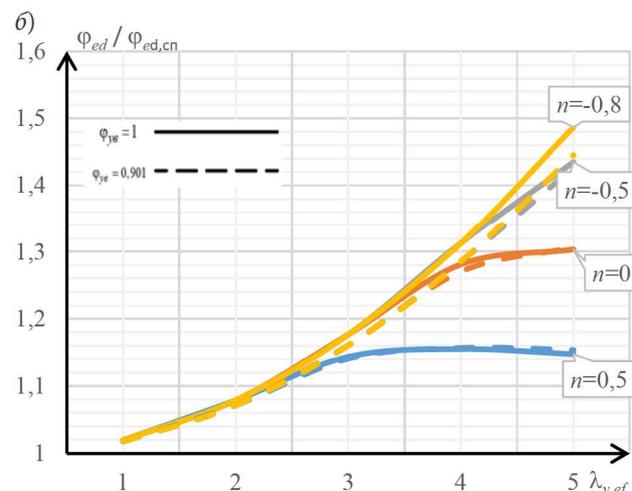
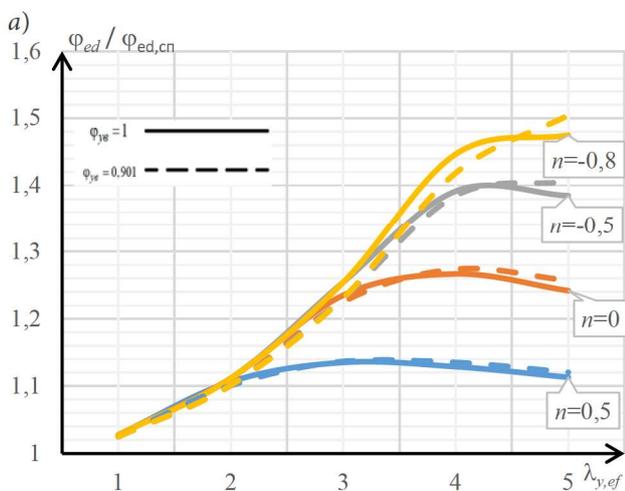


Рис. 3. Резервы устойчивости при: а —  $m_{y0}^0 = 2,0$ ; б —  $m_{y0}^0 = 4,0$

## 2. Расчет решетчатой колонны промышленного здания, имеющей различные опорные закрепления

На примере расчета колонны поперечных рам одноэтажных промышленных зданий, защемленной в фундаменте и неподвижно-шарнирно закрепленной в уровне ригеля, нагруженной продольной силой в сочетании с продольным и поперечным изгибом (рис. 4), покажем способ определения достоверных результатов устойчивости решетчатых элементов.

Следуя методу расчета [1], представим:

- функцию потери устойчивости:

$$u_y = U_y (4,5\bar{z}^2 - 3,5\bar{z}^3 - 4\bar{z}^4 + 3\bar{z}^5), \quad (16)$$

позволяющую получить критический параметр силы  $N^0$  с точностью до 0,9 %;

- перемещение точек оси стержня, полученное расчетом по недеформированной схеме, при действии:

– изгибающего момента на уровне шарнирного закрепления  $M_{y,l}^0 = N^0 e_x^0$  (см. рис. 4):

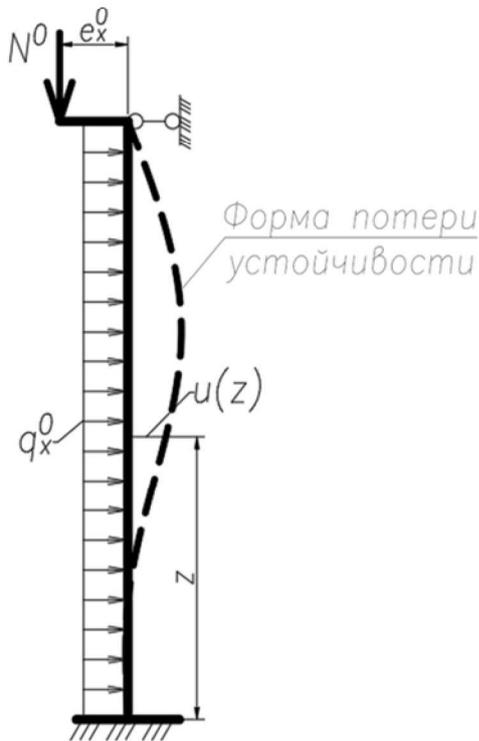


Рис. 4. Расчетная модель колонны

$$u_{н,м} = +U_{н,м}(\bar{z}^2 - \bar{z}^3); \quad (17)$$

– равномерно распределенной нагрузки  $q_x^0$ :

$$u_{н,г} = +U_{н,г} \frac{1}{6}(3\bar{z}^2 - 5\bar{z}^3 + 2\bar{z}^4), \quad (18)$$

где  $U_{н,м} = \frac{N^0 e_x^0 l^2}{4EJ_{y,ef}}$ ;  $U_{н,г} = \frac{q l^4}{8EJ_{y,ef}}$ .

Имея решения частных задач (16), (17) и (18) и выполнив процедуру деформационного расчета, изложенного в п. 1, получим выражение для определения усилий в наиболее нагруженной ветви в любом сечении  $\bar{z}$  (панели), которое можно представить в виде

$$\Phi_{ed} \left\{ \begin{array}{l} 1 + \frac{K_{d,\phi} m_{y0}^0}{2} \times \\ \left[ (1 - 3\bar{z}) + \frac{n_q}{2} (1 - 5\bar{z} + 4\bar{z}^2) + \right. \\ \left. 1,1(1 + 2,19n_q) \frac{\Phi_{ed}^2 \bar{\lambda}_{y,ef}^2}{\pi^2} \right. \\ \left. + \frac{\Phi_{ed}^2 \bar{\lambda}_{y,ef}^2}{\left( 1 - \frac{\Phi_{ed}^2 \bar{\lambda}_{y,ef}^2}{\pi^2} \right)} \times \right. \\ \left. \times (0,45 - 1,05\bar{z} - 2,4\bar{z}^2 + 3\bar{z}^3) \right] \end{array} \right\} \leq \Phi_{y,в}, \quad (19)$$

где  $n_q = \frac{q_x^0 l^2}{2M_{y,l}^0}$  — отношение моментов в защемлении колонны при действии активных нагрузки  $q_x^0$  и момента  $M_{y,l}^0 = N^0 e_x^0$ .

При этом заметим, что условная приведенная гибкость  $\bar{\lambda}_{y,ef}$  определяется по расчетной длине.

Левая часть неравенства (19) представляет собой результат действия нагрузок, а правая,  $\Phi_{ed}$ , характеризует устойчивость ветви между узлами решетки.

Приняв равенство в (19), придем к квадратному уравнению относительно  $\Phi_{y,в}$ , значения которого можно определить по (15) с новыми данными величин, составляющих квадратное уравнение:

$$a_q = \frac{\bar{\lambda}_{y,ef}^2}{\pi^2 \Phi_{y,в}} \left[ 1 + \frac{K_{d,\phi} m_{y0}^0}{2} (K_4(z) - K_6 K_5(z)) \right];$$

$$b_q = \frac{1 + \frac{K_{d,\phi} m_{y0}^0}{2} K_4(z)}{\Phi_{y,в}} + \frac{\bar{\lambda}_{y,ef}^2}{\pi^2}, \quad (20)$$

где

$$K_4 = (1 - 3\bar{z}) + \frac{n_q}{2}(1 - 5\bar{z} + 4\bar{z}^2);$$

$$K_5 = 0,45 - 1,05\bar{z} - 2,4\bar{z}^2 + 3\bar{z}^3;$$

$$K_6 = 1,1(1 + 2,19n_q). \quad (21)$$

На рис. 5 и 6 показано сопоставление коэффициентов устойчивости, полученных при использовании фактической и «нормативной»<sup>1</sup> расчетной моделей колонны в зависимости от соотношения опорных (в защемлении) моментов  $n_q = \frac{q_x^0 l^2}{2M_{y,l}^0}$  при действии  $q_x^0$  и  $M_{y,l}^0 = N^0 e_x^0$  (см. рис. 4). Сплошные линии

относятся к  $\varphi_{y,B} = 1$ , который принимается в СП 16.13330.2017<sup>1</sup> при определении коэффициента общей устойчивости  $\varphi_{ed}$ , а пунктирные — при  $\varphi_{y,B} = 0,901$ .

Анализируя графики рис. 5 и 6, можно констатировать, что при  $\varphi_{y,B} = 1$  и малых значениях  $n_q$ , равных 0,125...0,5, резервы устойчивости, как и в предыдущем примере, являются весьма существенными: при  $\bar{\lambda}_{y,ef} = 2...5$  составляют от 8 до 51 %. Большие из них относятся к  $\bar{\lambda}_{y,ef} = 3,5...4,5$  и  $m_{y,0}^0 = 1,0...2,0$  (см. рис. 6). При доминирующем влиянии  $q_x^0$  ( $n_q = 1...2$ ) резервы уменьшаются в 2–3 раза.

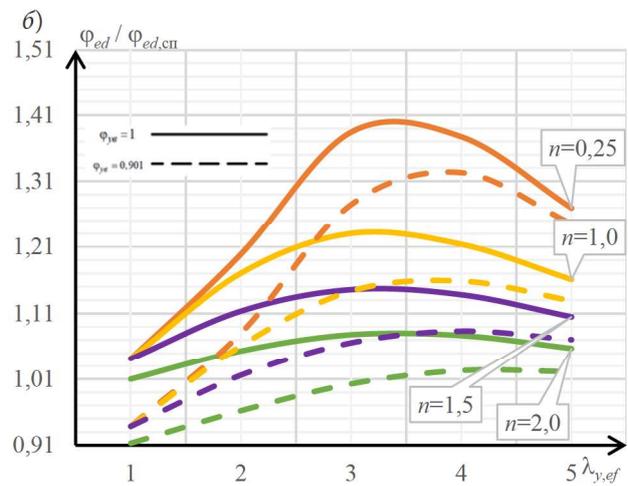
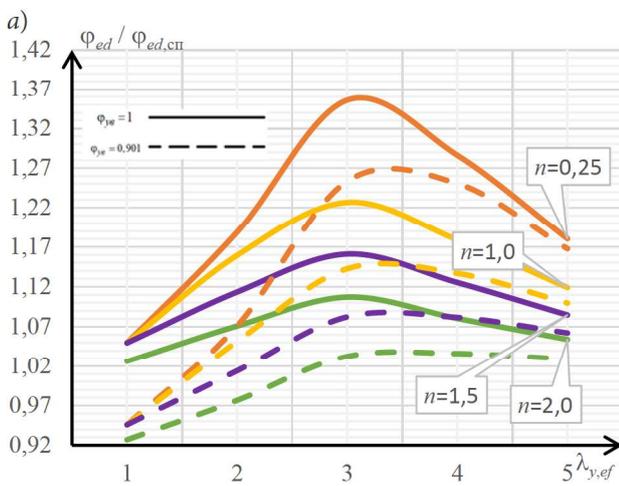


Рис. 5. Резервы устойчивости при  $n_q = 0,25...2,0$  с относительными эксцентриситетами: а —  $m_{y,0}^0 = 0,25$ ; б —  $m_{y,0}^0 = 0,5$

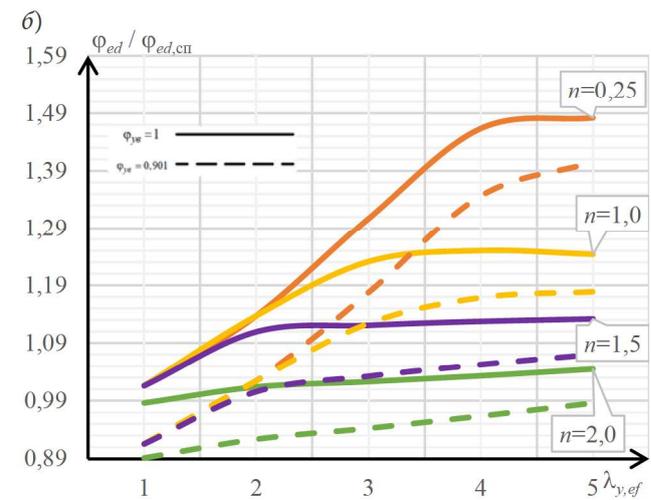
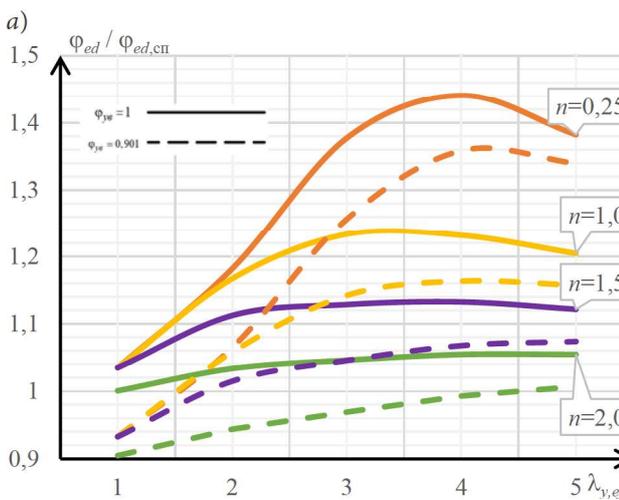


Рис. 6. Резервы устойчивости при  $n_q = 0,25...2,0$  с относительными эксцентриситетами: а —  $m_{y,0}^0 = 1,0$ ; б —  $m_{y,0}^0 = 2,0$

Общая устойчивость колонны с учетом обеспечения устойчивости ветви  $\varphi_{y,v} = 0,901$  при  $\bar{\lambda}_{y,ef} = 1...1,5$  практически сводится к проверке устойчивости ветви, которую, в дополнение к общей, рекомендует выполнять СП 16.13330.2017<sup>1</sup>, что и обнаруживается на графиках рис. 5 и 6 (см. пунктирные линии), когда  $\varphi_{ed} / \varphi_{ed,сп} = 0,9...1,0$ .

### Выводы

1. Разработано аналитическое решение задач общей устойчивости двухветвевых решетчатых элементов стальных конструкций при фактическом нагружении с обеспечением устойчивости ветвей.

2. Выявлены существенные резервы общей устойчивости решетчатых элементов, которые могут быть использованы при оценке технического состояния стальных конструкций эксплуатируемых зданий и сооружений.

### Библиографический список

1. Белый Г. И. О расчете упругих стержней по деформированной схеме при действии активных и параметрических нагрузок // Механика стержневых систем и сплошных сред: сб. науч. тр. ЛИСИ. 1980. № 32. С. 41–48.
2. Ржаницын А. Р. Устойчивость равновесия упругих систем. М.: Гостехиздат, 1955. 475 с.
3. Белый Г. И. Развитие методов расчета стержневых элементов стальных конструкций при многопараметрическом нагружении // Вестник гражданских инженеров. 2020. № 3 (80). С. 43–54.
4. Коломиец В. П. Метод определения напряжений и деформаций в сечении балки при сложном нагружении с учетом действительной диаграммы ( $\sigma$ ,  $\epsilon$ ) // Известия вузов. Авиационная техника. 1966. № 1. С. 63–71.
5. Белый Г. И. К деформационному расчету упруго-пластических тонкостенных стержней // Известия вузов. Строительство и архитектура. 1984. № 9. С. 24–27.
6. Родиков Н. Н. Устойчивость сжатых с двухосными эксцентриситетами стержневых элементов конструкций из открытых профилей: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Л., 1987. 22 с.
7. Сотников Н. Г. Прочность и устойчивость элементов стальных конструкций из уголков, имеющих общие и местные дефекты и повреждения: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Л., 1987. 25 с.

8. Сергеев С. Н. Прочность и устойчивость стержневых элементов металлических конструкций с учетом влияния поперечных сил и кручения: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Л., 1987. 22 с.

9. Пяткин П. А. Прочность и пространственная устойчивость усиленных под нагрузкой стержневых элементов конструкций открытого профиля: автореф. дис. ... канд. техн. наук. СПб., 2000. 24 с.

10. Белый Г. И., Смирнов М. О. Обратный численно-аналитический метод расчета легких стальных тонкостенных стержневых элементов // Промышленное и гражданское строительство. 2021. № 3. С. 57–68. DOI 10.33622/0869-7019.2021.03.57-68.

11. Белый Г. И., Ведерникова А. А. Исследование прочности и устойчивости трубобетонных элементов конструкций обратным численно-аналитическим методом // Вестник гражданских инженеров. 2021. № 2 (85). С. 26–35. DOI 10.23968/1999-5571-2021-18-2-26-35.

12. Горев В. В. Разработка общей методики статического расчета сжатых решетчатых металлических конструкций и совершенствование их конструктивной формы: дис. ... д-ра техн. наук. Липецк, 1985. 403 с.

13. Горев В. В. Влияние двухосного эксцентриситета на работу сквозных стержней // Строительная механика и расчет сооружений. 1978. № 4. С. 30–33.

14. Горев В. В. Общая устойчивость сжатых сквозных стержней // Известия вузов. Строительство и архитектура. 1983. № 1. С. 39–40.

15. Белый Г. И. Расчет на устойчивость решетчатых элементов стальных конструкций // Вестник МГСУ. 2022. Т. 17, № 10. С. 1347–1357. DOI 10.22227/1997-0935.2022.10.1347-1357.

16. Тезиков Н. Ю. Работа стальных решетчатых колонн при двухосных эксцентриситетах: дис. ... канд. техн. наук. М., 1994. 183 с.

17. Белый Г. И., Родиков Н. Н. Деформационный расчет внецентренно-сжатых упругопластических двутавровых стержней // Исследования по механике строительных конструкций и материалов: межвуз. темат. сб. тр. Л.: ЛИСИ, 1985. С. 73–78.

### References

1. Belyy G. I. *O raschete uprugikh sterzhney po deformirovannoy skheme pri deystvii aktivnykh i parametricheskikh nagruzok* [On the calculation of elastic rods according to the deformed scheme under the action of active and parametric loads]. *Mekhanika sterzhnevyykh sistem i sploshnykh sred. Trudy LISI* [Mechanics of rod systems and continuous media. Proceedings of the LISI]. 1980, no. 32, pp. 41–48.

2. Rzhanitsyn A. R. *Ustoychivost' ravnovesiya uprugikh sistem* [Stability of equilibrium of elastic systems]. Moscow, Gostekhizdat Publ., 1955, 475 p.
3. Belyi G. I. *Razvitie metodov rascheta sterzhnevyykh elementov stal'nykh konstruksiy pri mnogoparametricheskom zagruzhении* [Development of methods for calculating rod elements of steel structures during multi-parameter loading]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2020, no. 3 (80), pp. 43–54.
4. Kolomiets V. P. *Metod opredeleniya napryazheniy i deformatsiy v sechenii balki pri slozhnom nagruzhении s uchetom deystvitel'noy diagrammy ( $\sigma$ ,  $\epsilon$ )* [Method for determining stresses and deformations in the beam section under complex loading, taking into account the actual diagram ( $\sigma$ ,  $\epsilon$ )]. *Izvestiya vuzov. Aviatcionnaya tekhnika – Proceedings of Universities. Aircraft*, 1966, no. 1, pp. 63–71.
5. Belyi G. I. *K deformatsionnomu raschetu uprugoplasticheskikh tonkostennykh sterzhney* [To deformation calculation of elastoplastic thin-walled rods]. *Izvestiya vuzov. Stroitel'stvo i arkhitektura – Proceedings of Universities. Construction and architecture*, 1984, no. 9, pp. 24–27.
6. Rodikov N. N. *Ustoychivost' szhatykh s dvukhosnymi ekstsentrisitetami sterzhnevyykh elementov konstruksiy iz otkrytykh profiley. Avtoref. diss. kand. tekhn. nauk* [Stability of rod elements compressed with biaxial eccentricities from open profiles. Author's thesis of PhD in Sci. Tech. diss.]. Leningrad, 1987, 22 p.
7. Sotnikov N. G. *Prochnost' i ustoychivost' elementov stal'nykh konstruksiy iz ugol'kov, imeyushchikh obshchie i mestnye defekty i povrezhdeniya. Avtoref. diss. kand. tekhn. nauk* [Strength and stability of steel structure elements made of angles having common and local defects and damages. Author's thesis of PhD in Sci. Tech. diss.]. Leningrad, 1987, 25 p.
8. Sergeev S. N. *Prochnost' i ustoychivost' sterzhnevyykh elementov metallicheskh konstruksiy s uchetom vliyaniya poperechnykh sil i krucheniya. Avtoref. diss. kand. tekhn. nauk* [Strength and stability of rod elements of metal structures, taking into account the influence of transverse forces and torsion. Author's thesis of PhD in Sci. Tech. diss.]. Leningrad, 1987, 22 p.
9. Pyatkin P. A. *Prochnost' i prostranstvennaya ustoychivost' usilennykh pod nagruzkoy sterzhnevyykh elementov konstruksiy otkrytogo profilya. Avtoref. diss. kand. tekhn. nauk* [Strength and spatial stability of rod elements of open profile reinforced under load. Author's thesis of PhD in Sci. Tech. diss.]. St. Petersburg, 2000, 24 p.
10. Belyi G. I., Smirnov M. O. *Obratniy chislenno-analiticheskiy metod rascheta legkikh stal'nykh tonkostennykh sterzhnevyykh elementov* [Fraternal numerical and analytical method for calculating light steel thin-walled rod elements]. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo – Industrial and Civil Construction*, 2021, no. 3, pp. 57–68. DOI 10.33622/0869-7019.2021.03.57-68.
11. Belyi G. I., Vedernikova A. A. *Issledovanie prochnosti i ustoychivosti trubobetonnnykh elementov konstruksiy obratnym chislenno-analiticheskim metodom* [Study of strength and stability of tubular concrete structural elements by the inverse numerical and analytical method]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2021, no. 2 (85), pp. 26–35. DOI 10.23968/1999-5571-2021-18-2-26-35.
12. Gorev V. V. *Razrabotka obshchey metodiki staticheskogo rascheta szhatykh reshetchatykh metallicheskh konstruksiy i sovershenstvovanie ikh konstruktivnoy formy. Diss. dokt. tekhn. nauk* [Development of a general methodology for static calculation of compressed lattice metal structures and improvement of their structural shape. Dr. Sci. Tech. diss.]. Lipetsk, 1985, 403 p.
13. Gorev V. V. *Vliyanie dvukhosnogo ekstsentrisiteta na rabotu skvoznykh sterzhney* [Influence of biaxial eccentricity on operation of through rods]. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy – Construction Mechanics and Calculation of Structures*, 1978, no. 4, pp. 30–33.
14. Gorev V. V. *Obshchaya ustoychivost' szhatykh skvoznykh sterzhney* [General stability of compressed through rods]. *Izvestiya vuzov. Stroitel'stvo i arkhitektura – Proceedings of the universities. Construction and Architecture*, 1983, no. 1, pp. 39–40.
15. Belyi G. I. *Raschet na ustoychivost' reshetchatykh elementov stal'nykh konstruksiy* [Stability calculation of lattice elements of steel structures]. *Vestnik MGSU – Bulletin MGSU*, 2022, vol. 17, no. 10, pp. 1347–1357. DOI 10.22227/1997-0935.2022.10.1347-1357.
16. Tezikov N. Yu. *Rabota stal'nykh reshetchatykh kolonn pri dvukhosnykh ekstsentrisitetakh. Diss. kand. tekhn. nauk* [Operation of steel lattice columns with biaxial eccentricities. PhD in Sci. Tech. diss.]. Moscow, 1994, 183 p.
17. Belyi G. I., Rodikov N. N. *Deformatsionniy raschet vnetsentrenno-szhatykh uprugoplasticheskikh dvutavrovyykh sterzhney* [Deformation calculation of eccentrically compressed elastoplastic I-beams]. *Issledovaniya po mekhanike stroitel'nykh konstruksiy i materialov. Mezhdvuz. temat. sb. tr.* [Research on the mechanics of building structures and materials. International thematic coll. of works]. Leningrad, LISI Publ., 1985, pp. 73–78.