

РАЗРАБОТКА АВТОМАТИЗИРОВАННОГО АЛГОРИТМА ВЕРОЯТНОСТНОГО АНАЛИЗА НАДЕЖНОСТИ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ

DEVELOPMENT OF AN AUTOMATED ALGORITHM FOR PROBABILISTIC RELIABILITY ANALYSIS OF ROD SYSTEMS

Представлен алгоритм вероятностного анализа надежности стержневых систем на основе метода Монте-Карло. Математические модели предельных состояний сформированы по действующим нормам и включают совместную оценку надежности стержней и узлов с учетом случайности нагрузок, прочности стали, сварных швов и геометрии сечений. Алгоритм автоматизирован в среде MATLAB и апробирован на стальных фермах из парных уголков и гнутосварных профилей при числе реализаций 10^6 , что позволило получить сопоставимые по массе и надежности варианты без излишней консервативности модели последовательной системы.

Ключевые слова: вероятностное проектирование, метод Монте-Карло, случайные параметры, ферма.

This article presents an algorithm for probabilistic reliability analysis of rod systems based on the Monte Carlo method. Mathematical models of limit states are formulated in accordance with current design standards and include a combined assessment of the reliability of members and joints, taking into account the randomness of loads, steel strength, weld strength, and cross-section geometry. The algorithm is automated in MATLAB and tested on steel trusses made of paired angles and cold-formed welded sections using 10^6 realizations, which made it possible to obtain alternatives comparable in weight and reliability without the excessive conservatism of the series system model.

Keywords: probabilistic design, Monte Carlo method, random parameters, truss.

Введение

Надежность строительного объекта понимают как его способность выполнять заданные функции в течение расчетного срока эксплуатации. Наиболее распространенными в инженерно-строительной практике показателями надежности являются индекс надежности и вероятность безотказной работы, оценка которых осуществляется на основе вероятностных расчетов [1]. В ГОСТ 27751–2014 «Надежность строительных конструкций и оснований. Основные положения» в разделе 14 отмечается, что следует применять вероятностно-статистические методы для обоснования нормативных и расчетных характеристик материалов и оснований, нагрузок и коэффициентов соче-

таний, однако конкретный порядок такого обоснования не регламентирован. Зарубежные нормы широко используют метод частных коэффициентов надежности, причем сами эти коэффициенты получены на базе вероятностных подходов.

Классические вероятностные методы имеют ряд принципиальных ограничений. Большинство из них опирается на гипотезу о нормальном распределении случайных величин. Вместе с тем по результатам многолетних наблюдений и исследований по анализу снеговых нагрузок отмечается, что снеговую нагрузку целесообразнее описывать распределением Гумбеля [2–8]. Многочисленные исследования показывают также, что результаты испытаний стальных образ-

цов по прочности лучше всего согласуются с логнормальным распределением¹ [9–13].

При применении метода статистических испытаний для достижения требуемого уровня точности и достоверности оценок необходимы большие объемы данных [14–16]. На практике, особенно для новых или уникальных систем, получение достаточной статистики часто недостижимо [17–20]. При использовании приближенных методик основная проблема связана с линеаризацией функции предельного состояния, что приводит к существенным погрешностям в области «хвостов» распределений [15, 17, 21, 22].

Метод Монте-Карло характеризуется высокой вычислительной трудоемкостью: с ростом числа случайных параметров объем требуемых расчетов возрастает по геометрическому закону. Для оценки очень малых вероятностей отказа (например, порядка 10^{-6}) требуется проведение миллионов и даже миллиардов испытаний, что для реальных расчетных схем может быть вычислительно неприемлемо [23, 24].

Отдельную сложность представляет моделирование надежности систем [3, 25]. Для одиночного элемента задача прозрачна: вероятность безотказной работы P оценивается по формуле (1), а точность определяется объемом выборки и принятыми допущениями:

$$P = 1 - P_f = 1 - \frac{N_f}{N}, \quad (1)$$

где P_f — вероятность отказа элемента; N_f — количество отказов; N — количество испытаний.

¹ JCSS Probabilistic Model Code. Part 3: Material Properties. 3.* Static Properties of Structural Steel (Rolled Sections) / Joint Committee on Structural Safety. Zurich, 2001, pp. 22–24.

Однако при переходе к системному уровню возникают дополнительные методические вопросы. Например, если для каждого стержня рассматриваемой фермы (рис. 1) вероятность безотказной работы равна 0,99, а общее число стержней составляет 39, то при трактовке фермы как последовательной системы (отказ одного стержня приводит к отказу всей конструкции) надежность составит

$$P_{\text{фермы}} = \prod P_{\text{элемент}} = P_{\text{элемент}}^{39} = 0,99^{39} \approx 0,6757. \quad (2)$$

Такая модель, хотя и обеспечивает запас по надежности, во многих практических задачах оказывается чрезмерно консервативной. Для стержневых систем проблема усугубляется тем, что грубые оценки надежности отдельных элементов при переходе к системе приводят к накоплению погрешностей [26, 27]. В результате расчет надежности таких систем на основе упрощенных гипотез (например, о нормальности распределений) и приближенных методов может давать существенно недостоверные оценки целевых показателей.

Методы

В качестве основного инструмента вероятностного анализа в настоящей работе используется метод статистического моделирования Монте-Карло. Предлагаемая методика включает следующие этапы:

1. Для рассматриваемого класса конструкций формируется совокупность нормативных математических моделей предельных состояний в соответствии с требованиями действующих стандартов. Реализованные в программном комплексе математические модели основаны на расчетных формулах

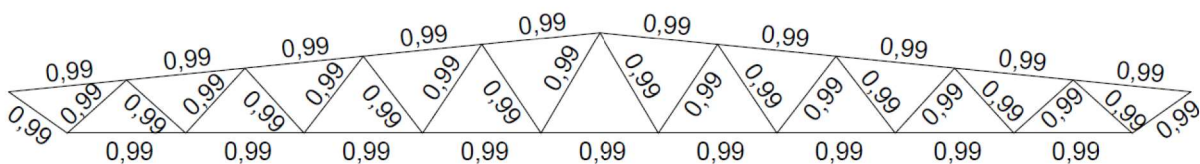


Рис. 1. Ферма как пример последовательной системы

Таблица 1

Основания для реализованных математических моделей

Проверка	Нормативный документ	№ пункта
Прочность стержня	СП16.13330.2017	7.1.1
Устойчивость стержня	СП16.13330.2017	7.1.3
Местная устойчивость стержня	СП16.13330.2017	7.3.2, 7.3.8
Проверка прочности сварных швов фермы из уголков	СП16.13330.2017	14.1.16
Прочность сварных швов и местная устойчивость узлов фермы из ГСП	СП 294.1325800.2017	14.3.2

действующих нормативных документов (табл. 1).

2. Все входящие в математические модели расчетные параметры рассматриваются как случайные величины и задаются с использованием выбранных законов распределения вероятностей.

3. Методом Монте-Карло генерируются выборки значений всех расчетных характеристик. Для каждого набора значений решается система уравнений равновесия МКЭ [28]:

$$KU = F, \quad (3)$$

где K — глобальная матрица жесткости; U — вектор перемещений; F — вектор нагрузок.

Усилие в стержне S определяется по закону Гука как

$$S = \frac{EA}{L} \Delta L, \quad (4)$$

где E — модуль упругости; A — площадь поперечного сечения; L — расчетная длина стержня; ΔL — его удлинение, вычисляемое как

$$\Delta L = c^T U_{\text{лок}}. \quad (5)$$

Здесь $c = [-\cos \theta, -\sin \theta, \cos \theta, \sin \theta]$ — вектор направляющих косинусов, $U_{\text{лок}} = [u_1, v_1, u_2, v_2]^T$ — вектор перемещений узлов стержня.

4. Каждый сгенерированный набор параметров подставляется в математические модели, выполняются проверки по всем предельным состояниям.

5. Если результат хотя бы одной из проверок предельного состояния неудовлетворителен, соответствующая реализация интерпретируется как отказ конструкции, при этом регистрируются причины отказа по отдельным критериям.

6. Процедура повторяется заданное число раз, а надежность системы оценивается как вероятность безотказной работы по всем генерациям.

В рамках предлагаемого подхода для повышения корректности оценки надежности совокупность отказов, возникающих в пределах одной генерации, рассматривается как единичный отказ, а общая надежность определяется соотношением

$$P = 1 - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I[\exists i : g_i(x) \leq 0], \quad (6)$$

где $I[\]$ — индикаторная функция, принимающая значение 1 при отказе хотя бы одного элемента; $g_i(x)$ — функции резерва прочности.

Результаты и обсуждение

Для практической реализации предложенного подхода разработан расчетный программный комплекс на платформе MATLAB, предназначенный для вероятностного анализа надежности стержневых систем.

В качестве примера рассматривается расчетная схема фермы пролетом 12 м при шаге 3 м. Геометрия фермы, закрепление в пространстве и унификация стержней по группам приведены на рис. 2. Исходные данные для расчетов приняты согласно табл. 2.

Постановка задачи формулируется следующим образом: запроектировать фермы (см. рис. 2) с требуемой вероятностью безотказной работы $\geq 0,99$, $\geq 0,999$, $\geq 0,9999$. Рассмотрим два конструктивных решения данной стержневой системы — из парных уголков (шифр схем — L) и из гнутосварных профилей (ГСП, шифр схем — T).

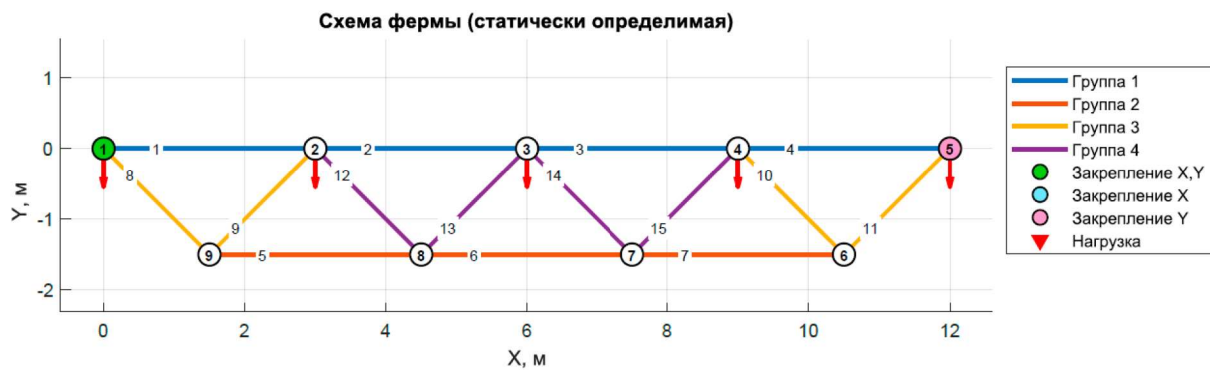


Рис. 2. Ферма для примеров

Таблица 2

Параметры случайных величин

Случайная величина	Распределение вероятности	Параметры
Собственный вес	Постоянная величина	По данным сортамента
Вес покрытия	Нормальное	$m = 35,6 \text{ кг/м}^2$; $\nu = 0,05$
Вес прогонов (12П)	Равномерное	$[0,1; 0,3] \text{ т/м}$
Снеговая нагрузка	Гумбеля	$a = 0,27959$; $b = 0,85249$
Прочность стали	Логнормальное	$m = 255 \text{ МПа}$; $\nu = 0,05$
Прочность сварных швов	Логнормальное	$m = 200 \text{ МПа}$; $\nu = 0,05$
Модуль упругости	Нормальное	$m = 206 \text{ ГПа}$; $\nu = 0,06$
Геометрические размеры сечений (b, h, t, r)	Усеченное нормальное распределение	m — из сортамента; $\nu = 0,05$; границы усечения — допуски по ГОСТу для нормальной точности проката

Таблица 3

Результаты анализа надежности ферм

Сечение Тип фермы	Верхний пояс (гр. 1)	Пижний пояс (гр. 2)	Опорный раскос (гр. 3)	Раскос (гр. 4)	Вероятность безотказной работы всей фермы	Масса фермы, кг
L1	LL80×6_10	LL50×5_10	LL60×5_10	LL50×5_10	0,991081	193,10
L2	LL90×6_10	LL50×5_10	LL60×5_10	LL50×5_10	0,999018	204,74
L3	LL90×6_10	LL60×5_10	LL70×5_10	LL50×5_10	0,999994	218,82
T1	T90×4	T90×4	T70×3	T50×3	0,994454	308,16
T2	T90×4	T90×4	T80×3	T50×3	0,999739	316,13
T3	T90×4	T90×4	T80×4	T50×3	0,999981	334,38

Примечание. Расшифровка обозначения сечений: уголки LL80×6_10 — парные уголки 80×6 с зазором 10 мм; ГСП T90×4 — квадратная труба 90×4.

По исходным данным было сгенерировано по 1 000 000 значений всех случайных параметров, входящих в математические модели предельных состояний. Итоговые показатели надежности и массы конструкций приведены в табл. 3 и на рис. 3.

Анализ результатов показывает ожидаемую закономерность. Для ферм из парных уголков надежность в основном определяется прочностью и общей устойчивостью стержней; отказы по узлам фиксируются редко. Для ферм из гнутосварных профилей,

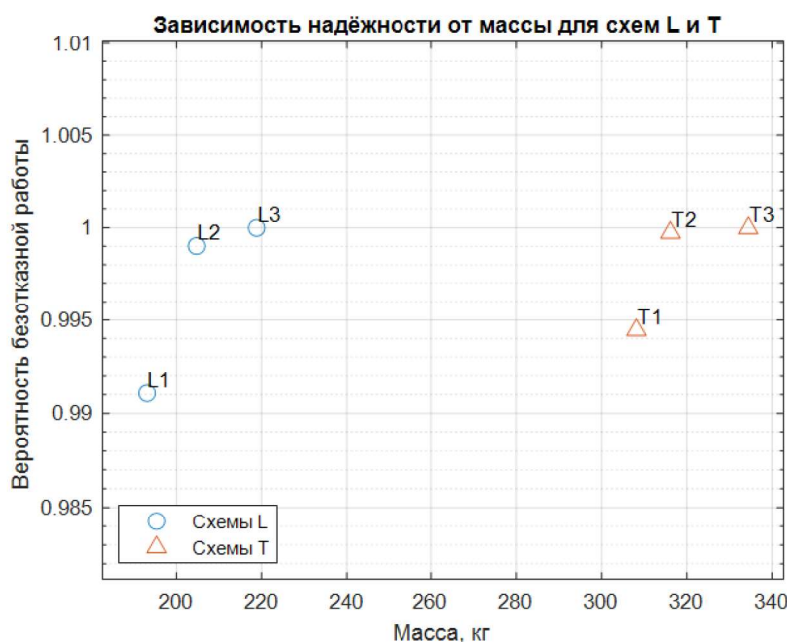


Рис. 3. Результаты анализа надежности ферм

напротив, вклад узловых проверок оказывается доминирующим: вероятность безотказной работы конструкций в значительной степени контролируется прочностью сварных швов и местной устойчивостью узлов.

Выводы

1. Разработан и автоматизирован алгоритм комплексного вероятностного расчета стержневых систем, учитывающий различные функции распределения вероятностей.

2. Разработанный алгоритм позволяет сравнивать и количественно выражать уровень надежности различных конструктивных решений стержневых систем.

3. Предложенный системный подход определения вероятности отказа позволяет оценить надежность стержневых систем без излишней консервативности, принятой в гипотезе о последовательной системе.

Библиографический список

1. Соловьев С. А., Соловьева А. А. Надежность строительных конструкций: история, анализ, прогноз. М.: АСВ, 2025. 468 с.
2. Беленя Е. И. Действительная работа и расчет поперечных рам стальных каркасов одноэтажных

производственных зданий: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. М., 1959. 26 с.

3. Болотин В. В. Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. М.: Стройиздат, 1982. 351 с.

4. Пшеничкин А. П. Основы вероятностно-статистической теории взаимодействия сооружений с неоднородными грунтовыми основаниями. Волгоград: ВолгГАСУ, 2006. 207 с.

5. Гордеев В. Н., Лантух-Лященко А. И., Пашинский В. А., Перельмутер А. В., Пичугин С. Ф. Нагрузки и воздействия на здания и сооружения / под общ. ред. А. В. Перельмутера. 3-е изд., перераб. М.: АСВ, 2011. 528 с.

6. Пичугин С. Ф. Надежность стальных конструкций производственных зданий. М.: АСВ, 2011. 455 с.

7. Пшеничкина В. А. Вероятностный расчет зданий повышенной этажности на динамические воздействия. Волгоград: ВолгГАСА, 1996. 118 с.

8. Золина Т. В. Вероятностный расчет одноэтажного промышленного здания, оборудованного мостовым краном, с учетом пространственной работы его каркаса // Вестник Волгоградского гос. архитектурно-строительного ун-та. Сер.: Строительство и архитектура. 2012. Вып. 28 (47). С. 7–13.

9. Torrent R. J. The log-normal distribution: A better fitness for the results of mechanical testing of materials // Matériaux et Construction. 1978. Vol. 11 (4). Pp. 235–245.

10. Bazaras Ž., Lukoševičius V., Vilkauskas A., Česnavičius R. Probability assessment of the mechanical and low-cycle properties of structural steels and aluminium // *Metals*. 2021. Vol. 11 (6). 918. 19 p.
11. Sakai T., Nakajima M., Tokaji K., Hasegawa N. Statistical distribution patterns in mechanical and fatigue properties of metallic materials // *Materials Science Research International*. 1997. Vol. 3 (2). Pp. 63–74.
12. Sekulski Z. Statistical properties of the yield strength of normal strength hull structural steel plates // *Annals of 'Dunărea de Jos' University of Galați: Fascicle XI, Shipbuilding*. 2019. Vol. 42. Pp. 55–64.
13. Bartlett F. M., Dexter R. J., Graeser M. D., Jelinek J. J., Schmidt B. J., Galambos T. V. Updating standard shape material properties database for design and reliability // *Engineering Journal*. 2003. Vol. 40 (1). Pp. 2–14.
14. Jahani E., Shayanfar M. A., Barkhordari M. A. A new adaptive importance sampling Monte Carlo method for structural reliability // *KSCE Journal of Civil Engineering*. 2013. Vol. 17 (1). Pp. 210–215.
15. Safety, Reliability and Risk Analysis: Beyond the Horizon / ed. by R. D. J. M. Steenbergen, P. H. A. J. M. van Gelder, S. Miraglia, A. C. W. M. Vrouwenvelder. 1st ed. Leiden: CRC Press, 2014. 758 p.
16. Robens-Radermacher A., Unger J. F. Efficient reliability analysis coupling importance sampling using adaptive subset simulation and PGD model reduction // *Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics*. 2019. Vol. 19 (1). e201900169. DOI 10.1002/pamm.201900169.
17. Grandhi R. V., Wang L. Structural Reliability Analysis and Optimization: Use of Approximations. NASA Contractor Report CR-1999-209154. Washington, DC: NASA, 1999. 324 p.
18. El Maani R., Radi B., El Hami A. Vibratory reliability analysis of an aircraft's wing via fluid–structure interactions // *Aerospace*. 2017. Vol. 4 (3). 40.
19. Kabir S., Papadopoulos Y. A review of applications of fuzzy sets to safety and reliability engineering // *International Journal of Approximate Reasoning*. 2018. Vol. 100. Pp. 29–55.
20. Zhang H., Dai H., Beer M., Wang W. Structural reliability analysis on the basis of small samples: An interval quasi-Monte Carlo method // *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2013. Vol. 37 (1–2). Pp. 137–151. DOI 10.1016/j.ymssp.2012.03.001.
21. Kim N. H., Ramu P., Queipo N. V. Tail modeling in reliability-based design optimization for highly safe structural systems // *Proceedings of 47th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics & Materials Conference*. Newport, RI, 2006. AIAA Paper 2006-1825. DOI 10.2514/6.2006-1825.
22. Hu Z., Du X. Reliability methods for bimodal distribution with first-order approximation // *ASCE-ASME Journal of Risk and Uncertainty in Engineering Systems, Part B: Mechanical Engineering*. 2018. Vol. 5 (1). 011005. 8 p. DOI 10.1115/1.4040000.
23. Ravishankar B., Smarslok B. P., Haftka R. T., Sankar B. V. Error estimation and error reduction in separable Monte-Carlo method // *AIAA Journal*. 2010. Vol. 48 (11). Pp. 2624–2630. DOI 10.2514/1.J050439.
24. Au S.-K., Beck J. L. Estimation of small failure probabilities in high dimensions by subset simulation // *Probabilistic Engineering Mechanics*. 2001. Vol. 16 (4). Pp. 263–277. DOI 10.1016/S0266-8920(01)00019-4.
25. Райзер В. Д. Теория надежности в строительном проектировании. М.: АСВ, 1998. 302 с.
26. Соловьева А. А., Соловьев С. А. Вероятностный анализ надежности ферм статистическим генерированием данных // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2023. № 5 (310). С. 2–11. DOI 10.37538/0039-2383.2023.5.2.11.
27. Соловьев С. А., Копейкин О. Е., Соловьева А. А. Вероятностный метод проектирования стальных ферм на заданный уровень надежности и долговечности // *Вестник МГСУ*. 2025. Т. 20, № 5. С. 655–666. DOI 10.22227/1997-0935.2025.5.655-666.
28. Гринберг Е. И., Монахов В. А. Автоматизированный расчет шарнирных ферм в смешанной форме МКЭ // *Региональная архитектура и строительство*. 2010. № 1. С. 53–57.

References

1. Solov'ev S. A., Solov'eva A. A. *Nadezhnost' stroitel'nykh konstruktsiy: istoriya, analiz, prognoz* [Reliability of building structures: history, analysis, forecast]. Moscow, ASV Publ., 2025, 468 p.
2. Belenya E. I. *Deystvitel'naya rabota i raschet poperechnykh ram stal'nykh karkasov odnoetazhnykh proizvodstvennykh zdaniy*. Avtoref. diss. dokt. tekhn. nauk [Actual work and calculation of transverse frames of steel frames of one-story production buildings. Author's thesis of Dr. Sci. Tech. diss.]. Moscow, 1959, 26 p.
3. Bolotin V. V. *Metody teorii veroyatnostey i teorii nadezhnosti v raschetakh sooruzheniy* [Methods of probability theory and reliability theory in calculations of structures]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1982, 351 p.
4. Pshenichkin A. P. *Osnovy veroyatnostno-statisticheskoy teorii vzaimodeystviya sooruzheniy s neodnorodnymi gruntovymi osnovaniyami* [Fundamentals of the probabilistic-statistical theory of interaction of structures with heterogeneous soil bases]. Volgograd, VolgGASU Publ., 2006, 207 p.

5. Gordeev V. N., Lantukh-Lyashchenko A. I., Pashinskiy V. A., Perel'muter A. V., Pichugin S. F. *Nagruzki i vozdeystviya na zdaniya i sooruzheniya* [Loads and impacts on buildings and structures]. Ed. by Perel'muter A. V. 3-rd ed., revised. Moscow, ASV Publ., 2011, 528 p.
6. Pichugin S. F. *Nadezhnost' stal'nykh konstruksiy proizvodstvennykh zdaniy* [Reliability of steel structures of industrial buildings]. Moscow, ASV Publ., 2011, 455 p.
7. Pshenichkina V. A. *Veroyatnostniy raschet zdaniy povyshennoy etazhnosti na dinamicheskie vozdeystviya* [Probabilistic calculation of high-rise buildings for dynamic impacts]. Volgograd, VolGASA Publ., 1996, 118 p.
8. Zolina T. V. *Veroyatnostniy raschet odnoetazhnogo promyshlennogo zdaniya, oborudovannogo mostovym kranom, s uchetom prostranstvennoy raboty ego karkasa* [Probabilistic calculation of a one-storey industrial building equipped with a bridge crane, taking into account the spatial work of its frame]. *Vestnik Volgogradskogo gos. arkhitekturno-stroitel'nogo un-ta. Ser.: Stroitel'stvo i arkhitektura – Bulletin of the Volgograd State architectural and construction university. Ser.: Construction and architecture*, 2012, iss. 28 (47), pp. 7–13.
9. Torrent R. J. The log-normal distribution: A better fitness for the results of mechanical testing of materials. *Matériaux et Construction*, 1978, vol. 11 (4), pp. 235–245.
10. Bazaras Ž., Lukoševičius V., Vilkauskas A., Česnavičius R. Probability assessment of the mechanical and low-cycle properties of structural steels and aluminium. *Metals*, 2021, vol. 11 (6), 918, 19 p.
11. Sakai T., Nakajima M., Tokaji K., Hasegawa N. Statistical distribution patterns in mechanical and fatigue properties of metallic materials. *Materials Science Research International*, 1997, vol. 3 (2), pp. 63–74.
12. Sekulski Z. Statistical properties of the yield strength of normal strength hull structural steel plates. *Annals of 'Dunărea de Jos' University of Galați: Fascicle XI, Shipbuilding*, 2019, vol. 42, pp. 55–64.
13. Bartlett F. M., Dexter R. J., Graeser M. D., Jelinek J. J., Schmidt B. J., Galambos T. V. Updating standard shape material properties database for design and reliability. *Engineering Journal*, 2003, vol. 40 (1), pp. 2–14.
14. Jahani E., Shayanfar M. A., Barkhordari M. A. A new adaptive importance sampling Monte Carlo method for structural reliability. *KSCE Journal of Civil Engineering*, 2013, vol. 17 (1), pp. 210–215.
15. Safety, Reliability and Risk Analysis: Beyond the Horizon. Ed. by R. D. J. M. Steenbergen, P. H. A. J. M. van Gelder, S. Miraglia, A. C. W. M. Vrouwenvelder. 1st ed. Leiden: CRC Press, 2014, 758 p.
16. Robens-Radermacher A., Unger J. F. Efficient reliability analysis coupling importance sampling using adaptive subset simulation and PGD model reduction. *Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics*, 2019, vol. 19 (1). e201900169. DOI 10.1002/pamm.201900169.
17. Grandhi R. V., Wang L. Structural Reliability Analysis and Optimization: Use of Approximations. *NASA Contractor Report CR-1999-209154*. Washington, DC: NASA, 1999, 324 p.
18. El Maani R., Radi B., El Hami A. Vibratory reliability analysis of an aircraft's wing via fluid–structure interactions. *Aerospace*, 2017, vol. 4 (3), 40.
19. Kabir S., Papadopoulos Y. A review of applications of fuzzy sets to safety and reliability engineering. *International Journal of Approximate Reasoning*, 2018, vol. 100, pp. 29–55.
20. Zhang H., Dai H., Beer M., Wang W. Structural reliability analysis on the basis of small samples: An interval quasi-Monte Carlo method. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2013, vol. 37 (1–2), pp. 137–151. DOI 10.1016/j.ymssp.2012.03.001.
21. Kim N. H., Ramu P., Queipo N. V. Tail modeling in reliability-based design optimization for highly safe structural systems. *Proceedings of 47th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics & Materials Conference*, Newport, RI, 2006. AIAA Paper 2006–1825. DOI 10.2514/6.2006-1825.
22. Hu Z., Du X. Reliability methods for bimodal distribution with first-order approximation. *ASCE-ASME Journal of Risk and Uncertainty in Engineering Systems, Part B: Mechanical Engineering*, 2018, vol. 5 (1), 011005, 8 p. DOI 10.1115/1.4040000.
23. Ravishankar B., Smarslok B. P., Haftka R. T., Sankar B. V. Error estimation and error reduction in separable Monte-Carlo method. *AIAA Journal*, 2010, vol. 48 (11), pp. 2624–2630. DOI 10.2514/1.J050439.
24. Au S.-K., Beck J. L. Estimation of small failure probabilities in high dimensions by subset simulation. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2001, vol. 16 (4), pp. 263–277. DOI 10.1016/S0266-8920(01)00019-4.
25. Rayzer V. D. *Teoriya nadezhnosti v stroitel'nom proektirovanii* [Theory of reliability in building design]. Moscow, ASV Publ., 1998, 302 p.
26. Solov'eva A. A., Solov'ev S. A. *Veroyatnostniy analiz nadezhnosti ferm statisticheskim generirovaniem dannykh* [Probabilistic analysis of truss reliability by statistical data generation]. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy – Construction mechanics and calculation of structures*, 2023, no. 5 (310), pp. 2–11. DOI 10.37538/0039-2383.2023.5.2.11.
27. Solov'ev S. A., Kopeykin O. E., Solov'eva A. A. *Veroyatnostniy metod proektirovaniya stal'nykh ferm*

na zadanniy uroven' nadezhnosti i dolgovechnosti
[Probabilistic method of designing steel trusses for
a given level of reliability and durability]. *Vestnik*
MGSU – Bulletin of MGSU, 2025, vol. 20, no. 5,
pp. 655–666. DOI 10.22227/1997-0935.2025.5.655-
666.

28. Grinberg E. I., Monakhov V. A. *Avtomatizirovanniy*
raschet sharnirnykh ferm v smeshannoy forme MKE
[Automated calculation of articulated trusses in mixed
form FEM]. *Regional'naya arkhitektura i stroitel'stvo –*
Regional Architecture and Construction, 2010, no. 1,
pp. 53–57.