

УДК 624.074.433

© В. Г. Соколов, д-р техн. наук, доцент
© И. О. Разов, канд. техн. наук, доцент
(Тюменский индустриальный университет)
E-mail: Razov1990@yandex.ru

© V. G. Sokolov, Dr. Sci. Tech., Associate Professor
© I. O. Razov, PhD in Sci. Tech., Associate Professor
(Tyumen Industrial University)
E-mail: Razov1990@yandex.ru

СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ТОНКОСТЕННЫХ ГАЗОПРОВОДОВ БОЛЬШОГО ДИАМЕТРА ПРИ ПОЛУПОДЗЕМНОЙ ПРОКЛАДКЕ

FREE VIBRATIONS OF THIN-WALLED LARGE-DIAMETER GAS PIPELINES AT SEMI-UNDERGROUND LAYING

Решается задача о свободных изгибных колебаниях тонкостенного газопровода большого диаметра, уложенного в грунт на глубину, равную диаметру трубы. Газопровод рассматривается как цилиндрическая оболочка, подверженная действию стационарного внутреннего рабочего давления, параметра продольной сжимающей силы и распределенной неоднородной нагрузки, вызванной отпором грунта на внешнюю поверхность трубы.

Ключевые слова: газопровод, свободные колебания, продольная сила, упругое грунтовое основание.

The paper presents a solution of the problem of free bending vibrations of a thin-walled large-diameter pipeline laid in the ground to a depth equal to the pipe diameter. The pipeline is regarded as a cylindrical shell subjected to the action of stationary internal operating pressure, the parameter of the longitudinal compressive force, and non-uniform distributed load caused by bearing pressure of soil directed to the outer surface of the pipe.

Keywords: gas pipeline, free vibrations, longitudinal force, elastic soil foundation.

Трубопроводный транспорт является важнейшей составляющей топливно-энергетического комплекса страны и наиболее эффективным средством доставки углеводородов от места добычи до потребителя. В настоящее время в нашей стране реализуется строительство новых и развитие существующих сетей магистральных трубопроводов, выполненных из современных тонкостенных труб диаметром свыше 1000 мм. В зависимости от региона, климатических и геологических условий существуют различные типы технологических решений при укладке трубопроводов: подводный, надземный [11], наземный [10], подземный и полуподземный трубопроводы. Для каждого типа укладки существуют свои особенности расчета и сбора нагрузок, учитываемые при эксплуатации. Полуподземная схема укладки (рис. 1) применяется при пересечениях

трубопроводом заболоченных и солончаковых участков, при наличии подстилающих скальных пород, а также при пересечениях с другими коммуникациями [6, 8]. Согласно технологическому регламенту обсыпка трубопровода выполняется из минерального и гидрофобизированного грунта. Целью данной обсыпки являются предотвращение смерзания изоляции с грунтом, деаэрация электролита почвы, уменьшение опасности биокоррозии и т. д.

Динамический расчет тонкостенных трубопроводов и по сей день является актуальной проблемой [2, 3]. Как показывает практика, трубопроводы в процессе эксплуатации подвергаются опасным динамическим воздействиям и вибрациям. Длительное воздействие повышенной вибрации в сочетании с другими факторами может стать причиной усталостного разрушения

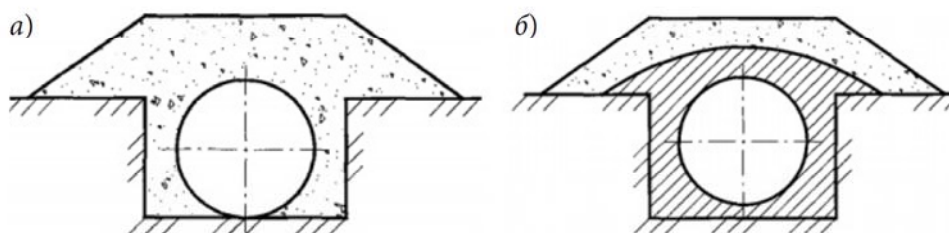


Рис. 1. Полуподземная укладка трубопровода: а — в обсыпке минеральным грунтом; б — в обсыпке гидрофобизированным грунтом

элементов линейной части трубопровода. Таким образом, для выполнения динамического расчета необходимо знать динамические характеристики самого тонкостенного магистрального газопровода большого диаметра, например, спектр его собственных частот. Расчеты, выполняемые по СНиП [7] и другим нормативным документам, как правило, базируются на стержневой теории и затрагивают отдельные аспекты надежности эксплуатации трубопроводов [12]. По этой расчетной схеме не удастся учесть влияние некоторых важных факторов, свойственных реальным тонкостенным трубопроводам, а именно деформацию поперечного сечения и влияние внутреннего рабочего давления на динамические характеристики и устойчивость трубопровода. Поэтому для расчета тонкостенных трубопроводов большого диаметра принята расчетная схема в виде тонкостенной цилиндрической оболочки конечной длины L , радиусом срединной поверхности R и толщиной стенки h . Эта оболочка подвержена действию постоянного внутреннего рабочего давления p_0 , влиянию неоднородного упругого отпора грунта на поперечное сечение и продольной сжимающей силы F . Неоднородное влияние упругого отпора грунта на поперечное сечение трубопровода в первом приближении описывается по закону (рис. 2):

$$q_k = kRw(1 - \alpha \cos \theta), \quad (1)$$

где q_k — нагрузка, вызванная отпором грунта на внешнюю стенку трубы; k — коэффициент жесткости упругой среды, Н/м³; w — радиальное перемещение срединной поверхности оболочки, отнесенное к радиусу R ; α — коэффициент, зависящий от характеристик грунта, определяемый экспериментально для каждого конкретного случая; θ — безразмерная координата в окружном направлении.

На основании геометрически нелинейного варианта полубезмоментной теории цилиндрических оболочек [1, 2], находящиеся в деформированном состоянии, уравнение движения оболочки в усилиях имеет вид

$$\frac{\partial^2 T_1}{\partial \xi^2} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\tau \frac{\partial M_2}{\partial \theta} \right) - \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left(\frac{R_2^*}{R_1^*} T_1 \right) - \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left(R_2^* \frac{\partial^2 M_2}{\partial \theta^2} \right) - \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{R_2^*} \frac{\partial M_2}{\partial \theta} \right) + R \frac{\partial X_1}{\partial \xi} - R \frac{\partial X_2}{\partial \theta} - \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} (R_2^* X_3) = 0, \quad (2)$$

где $X_1 = -Rh\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$, $X_2 = -Rh\rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}$,

$$X_3 = -Rh\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + p_0 - kRw(1 - \alpha \cos \theta);$$

$\xi = \frac{x}{R}$ — безразмерная координата цилиндрической оболочки в продольном направлении; ρ — плотность материала оболочки; R_1^* и R_2^* — радиусы кривизны оболочки в деформированном состоянии (индекс 1 обозначает продольное направление, индекс 2 — окружное) [11]:

$$\frac{1}{R_1^*} = \frac{1}{R} \left(1 - \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \right), \quad \frac{1}{R_2^*} = \frac{1}{R} \left(1 - \frac{\partial \vartheta_2}{\partial \theta} \right); \quad (3)$$

ϑ_2 — угол поворота касательной к срединной линии поперечного сечения; τ — кручение срединной поверхности; T_1 — продольное нормальное усилие; M_2 — изгибающий момент.

Для перехода к решению задачи в перемещениях имеем основные соотношения полубезмоментной теории оболочек [9]:

$$T_1 = E h \varepsilon_1, \quad M_2 = D \chi_2, \quad (4)$$

где E — модуль упругости материала оболочки; ε_1 — продольная деформация, представленная в виде двух частей [9]:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_0 + \frac{\partial u}{\partial \xi}, \quad \varepsilon_0 = \frac{F}{EA}. \quad (5)$$

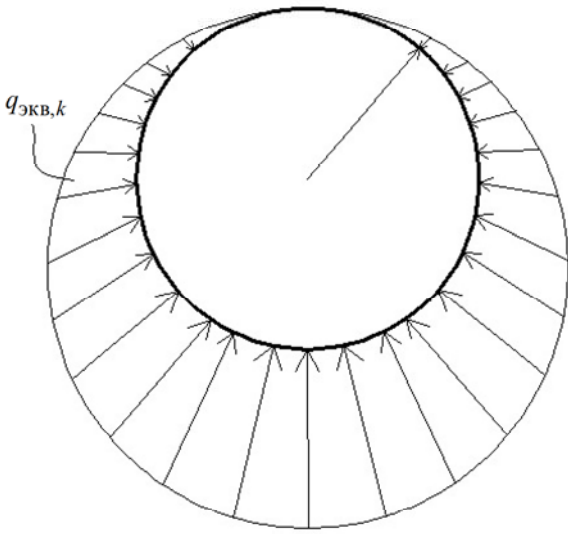


Рис. 2. Распределение неоднородного давления грунта на периметр поперечного сечения газопровода

Исходная деформация ε_0 определена в предположении недеформируемости поперечных сечений оболочки; A — площадь поперечного сечения.

Соотношения между деформациями и перемещениями полубезмоментной теории имеют вид [9]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial \theta} + w = 0; \quad \frac{\partial v}{\partial \xi} + \frac{\partial u}{\partial \theta} = 0; \quad \vartheta_2 = \frac{\partial w}{\partial \theta} - v; \\ \tau = -\frac{1}{R} \frac{\partial \vartheta_2}{\partial \xi}; \quad \chi_2 = -\frac{1}{R} \frac{\partial \vartheta_2}{\partial \theta}. \end{aligned} \quad (6)$$

Подставим соотношения (3)–(6) в уравнение (2), после математических преобразований получим линеаризованное уравнение, в котором отброшены члены, нелинейные относительно неизвестных функций, но в то же время сохранены члены, нелинейные относительно параметра внутреннего рабочего давления p_0 [1]. В результате дифференциальное уравнение движения оболочки в перемещениях принимает вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^3 u}{\partial \xi^3} + h_v^2 \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} (\vartheta_2 + \frac{\partial^2 \vartheta_2}{\partial \theta^2}) + 2 \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} (\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \varepsilon_0) - \\ - \frac{R}{Eh} p_0 \frac{\partial^3 \vartheta_2}{\partial \theta^3} + \frac{R^2 k}{Eh} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - \\ - \frac{R^2 k \alpha}{Eh} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \cos \theta + \frac{2kR^2}{Eh} \frac{\partial w}{\partial \theta} \sin \theta + \frac{kR^2 \alpha w \cos \theta}{Eh} - \\ - \frac{R^2 \rho}{E} (\frac{\partial^3 u}{\partial \xi \partial t^2} - \frac{\partial^2 v}{\partial \theta \partial t^2} - \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial t^2}) = 0, \end{aligned} \quad (7)$$

где u, v, w — компоненты перемещения срединной поверхности оболочки, отнесенные к радиусу R ; h_v — параметр относительной толщины оболочки:

$$h_v = \frac{h}{R\sqrt{12(1-\nu^2)}}, \quad (8)$$

где ν — коэффициент Пуассона.

Полученное уравнение (7) содержит четыре неизвестные функции координат и времени t : u, v, w и ϑ_2 . Для получения полной системы уравнений дополним уравнение (7) уравнениями (5), (6). Далее решаем полученную систему методом разделения переменных (методом Фурье). Представим функцию $w(\xi, \theta, t)$ для случая шарнирного опирания концов оболочки, удовлетворяющего условию периодичности по окружной координате θ , в виде [9]

$$w = \sum_m \sum_n f(t) \sin(\tilde{\lambda}_n \xi) \cos(m\theta), \quad (9)$$

где $\tilde{\lambda}_n = \frac{n\pi R}{L}$; $m, n = 1, 2, \dots$ — волновые числа в окружном и продольном направлениях.

Остальные компоненты перемещения и угол поворота касательной определяются из соотношений полубезмоментной теории оболочек (2)–(4) [9, 11]:

$$\begin{aligned} u = -\sum_m \sum_n \frac{\tilde{\lambda}_n}{m^2} f(t) \cos(\tilde{\lambda}_n \xi) \cos(m\theta), \\ v = -\sum_m \sum_n \frac{1}{m} f(t) \sin(\tilde{\lambda}_n \xi) \sin(m\theta), \\ \vartheta_2 = -\sum_m \sum_n \frac{m^2 - 1}{m} f(t) \sin(\tilde{\lambda}_n \xi) \sin(m\theta). \end{aligned} \quad (10)$$

Полагая свободные колебания оболочки гармоническими, имеем

$$f''(t) = -\omega_{mn}^2 \sin \omega_{mn} t, \quad (11)$$

где ω_{mn} — круговая частота свободных изгибных колебаний оболочки по формам, $m, n = 1, 2, 3, \dots$

Подставляя (9)–(10) в уравнение (7) и приравнявая коэффициенты при одинаковых тригонометрических функциях $\cos(m\theta)$ при $m = 1, 2, 3, \dots$, получим бесконечную систему однородных линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных амплитудных значений b_m радиальной составляющей перемещения w . Коэффициенты при неизвестных в этих уравнениях обозначим a_j , в результате получим

$$\begin{aligned} \text{при } m = 1 \quad a_{1,1} b_1 + a_{1,2} b_2 = 0, \\ \text{при } m = 2 \quad a_{2,1} b_1 + a_{2,2} b_2 + a_{2,3} b_3 = 0, \\ \text{при } m = 3 \quad a_{3,2} b_2 + a_{3,3} b_3 + a_{3,4} b_4 = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Полученную систему однородных линейных алгебраических уравнений запишем в компактной форме:

$$a_{m,m-1}b_{m-1} + a_{m,m}b_m + a_{m,m+1}b_{m+1} = 0, \quad (13)$$

где $m = 1, 2, 3, \dots; m - 1 > 0$; коэффициент a_{ij} определяется выражениями:

$$\begin{aligned} a_{m,m} &= A_{mn} - B_{mn}\omega_{mn}^2; \\ a_{m,m\pm 1} &= -\frac{m^2(m\pm 1)^2}{2}k^*\alpha; \\ A_{mn} &= \lambda_n^4 + m^4(m^2 - 1)(m^2 - 1 + p^*) + \\ &+ k^*m^4 - \lambda_n^4 m^4 P/n^2; \end{aligned} \quad (14)$$

$$B_{mn} = \rho^* R \cdot h(\lambda_n^2 h_v + m^2 + m^4),$$

$$\text{где } p^* = p_0 \frac{R}{Ehh_v^2}, \rho^* = \rho_0 \frac{R}{Ehh_v^2}, k^* = \frac{R^2 k}{Ehh_v^2}.$$

Коэффициенты данной системы уравнений (13) являются безразмерными при внутреннем рабочем давлении p_0 в МПа, коэффициенте жесткости упругой среды k в Н/м³ и плотности материала оболочки ρ_0 в $\frac{\text{кН}}{\text{м}^4} \text{с}^2$.

Для детального анализа полученной системы однородных линейных алгебраических уравнений (13) воспользуемся известным математическим аппаратом, используемым в работах [1, 2, 5, 12], и представим систему уравнений в матричной форме:

$$\begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & 0 & 0 & \dots \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & 0 & \dots \\ 0 & a_{3,2} & a_{3,3} & a_{3,4} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_1 \\ b_1 \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix} = 0. \quad (15)$$

Поскольку решение этой однородной системы линейных алгебраических уравнений отлично от нуля, так как величины амплитудных значений радиального перемещения срединной поверхности оболочки $b_{mn} \neq 0$, определитель коэффициентов однородной системы (15) должен равняться нулю [12]:

$$\begin{vmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & 0 & 0 & \dots \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & 0 & \dots \\ 0 & a_{3,2} & a_{3,3} & a_{3,4} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} = 0. \quad (16)$$

Таким образом, поставленная задача определения частот собственных колебаний заданного

прямолинейного участка газопровода по оболочечным формам колебаний сводится к задаче на собственные значения матрицы коэффициентов системы однородных линейных алгебраических уравнений (15). Для ее решения определитель (16) системы (15) приводится к виду характеристического уравнения n -й степени для квадратной матрицы A n -го порядка [12].

Рассмотрим усеченную систему однородных линейных алгебраических уравнений, полученную из (15) при $m = 1, 2, 3$. В матричной форме эта система имеет вид [12]:

$$AB = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,1} & a_{1,1} \\ a_{1,1} & a_{1,1} & a_{1,1} \\ a_{1,1} & a_{1,1} & a_{1,1} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = 0. \quad (17)$$

Усечение бесконечной системы линейных алгебраических уравнений (15) на точности решения задачи существенно не отразится, так как эта система является регулярной [4]. Исследование, проведенное в соответствии с методикой [4], показало, что сумма модулей коэффициентов второстепенных членов каждой строки матрицы A , деленная на модуль коэффициентов при главном диагональном члене, оказывается меньше единицы при любом значении коэффициента жесткости упругой среды k .

Все элементы матрицы B отличны от нуля ($b_m \neq 0$), следовательно, определитель матрицы коэффициентов A должен равняться нулю [12]:

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{1,1} & a_{1,1} & a_{1,1} \\ a_{1,1} & a_{1,1} & a_{1,1} \\ a_{1,1} & a_{1,1} & a_{1,1} \end{vmatrix} = 0. \quad (18)$$

Поставленная задача определения частот собственных колебаний заданного участка трубопровода сводится к задаче о свободных значениях матрицы A . Приведем определитель (18) к виду характеристического уравнения матрицы A . С этой целью запишем этот определитель, подставив в него значения диагональных элементов $a_{m,m}$ по формулам (14):

$$|A| = \begin{vmatrix} A_{1n} - B_{1n}\omega_{1n}^2 & a_{1,2} & a_{1,3} \\ a_{2,1} & A_{2n} - B_{2n}\omega_{2n}^2 & a_{2,3} \\ a_{3,1} & a_{3,2} & A_{3n} - B_{3n}\omega_{3n}^2 \end{vmatrix} = 0.$$

Умножим каждую строку данного определителя на $\frac{1}{B_{mn}}$. В результате по свойству определителя получим

$$\frac{1}{B_{1n}B_{2n}B_{3n}} \times \begin{vmatrix} A_{1n} - B_{1n}\omega_{1n}^2 & a_{1,2} & a_{1,3} \\ a_{2,1} & A_{2n} - B_{2n}\omega_{2n}^2 & a_{2,3} \\ a_{3,1} & a_{3,2} & A_{3n} - B_{3n}\omega_{3n}^2 \end{vmatrix} = 0.$$

Поскольку множитель $\frac{1}{B_{1n}B_{2n}B_{3n}}$ отличен от нуля, нулю равен определитель, который является характеристическим уравнением матрицы A :

$$|A - \lambda E| = \begin{vmatrix} d_{1,1} - \lambda & d_{1,2} & d_{1,3} \\ d_{2,1} & d_{2,2} - \lambda & d_{2,3} \\ d_{3,1} & d_{3,2} & d_{3,3} - \lambda \end{vmatrix} = 0, \quad (19)$$

где приняты следующие обозначения:

$$\lambda = \omega^2, \quad d_{m,m} = \frac{A_{mm}}{B_{mm}}, \quad d_{m,m\pm 1} = \frac{a_{m,m\pm 1}}{B_{mm}}. \quad (20)$$

Раскрывая определитель вида (19), получаем характеристическое уравнение степени, равной порядку матрицы A , корни которого λ_i , называемые собственными значениями, определяют квадраты частот свободных колебаний рассматриваемого участка газопровода.

Характеристическое уравнение матрицы A порядка k содержит в левой части многочлен k -й степени от λ со старшим коэффициентом, равным единице, то есть степень характеристического уравнения определяется порядком матрицы A [12].

Если взять матрицу 1-го порядка при волновом числе $m = 1$, то из (19) получим линейное характеристическое уравнение относительно λ :

$$d_{1,1} - \lambda = 0. \quad (21)$$

Подставив сюда соответствующие значения по (20), получим равенство [12]:

$$\omega_{1n}^2 = \frac{A_{1n}}{B_{1n}},$$

откуда при значениях коэффициентов по (14) получим формулу для квадрата частоты свободных колебаний прямолинейного участка газопровода при полуподземной прокладке при недеформируемом контуре поперечного сечения (при $m = 1$):

$$\omega_{mn}^2 = \frac{\lambda_n^4 + k^* - \lambda_n^4 P / n^2}{2\rho^* R \cdot h(\lambda_n^2 h_v^2)}. \quad (22)$$

Рассматривая матрицу 2-го порядка при волновых числах $m = 1$ и 2, имеем из (19):

$$\begin{vmatrix} d_{1,1} - \lambda & d_{1,2} \\ d_{2,1} & d_{2,2} - \lambda \end{vmatrix} = 0, \quad (23)$$

откуда получим квадратное характеристическое уравнение:

$$\lambda^2 - (d_{1,1} + d_{2,2})\lambda + (d_{1,1}d_{2,2} - d_{1,2}d_{2,1}) = 0, \quad (24)$$

решение которого дает два корня λ_1 и λ_2 , определяющие квадраты круговых частот свободных изгибных колебаний участка газопровода ω_{1n}^2 и ω_{2n}^2 по соответствующим формам колебаний при $m = 1$ и 2 [12].

Для матрицы 3-го порядка, полученной при волновых числах $m = 1, 2, 3$, приходим к определителю (19), раскрыв который получаем кубическое характеристическое уравнение матрицы A [12]:

$$\lambda^3 - I_1\lambda^2 + I_2\lambda - I_3 = 0, \quad (25)$$

постоянные коэффициенты которого имеют вид:

$$I_1 = d_{1,1} + d_{2,2} + d_{3,3},$$

$$I_2 = d_{1,1}d_{2,2} + d_{2,2}d_{3,3} + d_{3,3}d_{1,1} - d_{1,2}d_{2,1} - d_{2,3}d_{3,2} - d_{3,1}d_{1,3}, \quad (26)$$

$$I_3 = d_{1,1}d_{2,2}d_{3,3} + d_{1,2}d_{2,3}d_{3,1} + d_{2,1}d_{3,2}d_{1,3} - d_{1,1}d_{2,3}d_{3,2} - d_{2,2}d_{3,1}d_{1,3} - d_{3,3}d_{2,1}d_{1,2}.$$

Решение кубического уравнения (25) дает три действительных корня, то есть три собственных числа $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ матрицы A , которые представляют собой квадраты круговых частот изгибных колебаний ω_{mn}^2 заданного прямолинейного участка газопровода по формам колебаний при $m = 1, 2, 3$ [12].

Квадрат частоты свободных колебаний прямолинейного газопровода по формам колебаний при волновых числах $m = 1, 2, 3, \dots$ и $n = 1, 2, 3, \dots$:

$$\omega_{mn}^2 = \frac{\lambda_n^4 + m^4(m^2 - 1)(m^2 - 1 + p^*) + k^* m^4 - \lambda_n^4 m^4 P / n^2}{\rho^* R \cdot h(\lambda_n^2 h_v^2 + m^2 + m^4)}, \quad (27)$$

где

$$\lambda_n = \frac{n\pi R}{L\sqrt{h_v}}; \quad p^* = p_0 \frac{R}{Ehh_v^2}; \quad \rho^* = \rho_0 \frac{R}{Ehh_v^2};$$

$$k^* = \frac{R^2 k}{Ehh_v^2}.$$

Выражение (27), полученное для участка газопровода с шарнирно закрепленными концевыми сечениями, позволяет исследовать влияние на частоты свободных колебаний газопровода таких характеристик, как внутреннее рабочее давление, геометрические характеристики, продольная сжимающая сила, неоднородный упругий отпор грунта и всех составляющих инерционных

сил в продольном, окружном и радиальном направлении. Более подробное исследование полученного решения с конкретными примерами будет проведено в дальнейшей работе.

Библиографический список

1. Аксельрад Э. Л., Ильин В. П. Расчет трубопроводов. Л.: Машиностроение, 1972. 240 с.
2. Болотин В. В. Конечные деформации гибких трубопроводов // Тр. Московского энергетического института. Вып. XIX. М., 1956. С. 272–291.
3. Болотин В. В. Динамическая устойчивость упругих систем. М.: Гос. изд-во технико-теоретической литературы, 1956. 600 с.
4. Березин И. С., Жидков Н. П. Методы вычислений. В 2 т. Т. 1. М., 1962. 464 с.
5. Березнев А. В. Собственные колебания криволинейных участков тонкостенных трубопроводов с протекающей жидкостью: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.17. Тюмень, 2005. 100 с.
6. Бородавкин П. П. Сооружение магистральных трубопроводов: учебник для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Недра, 1987. 471 с.
7. Магистральные трубопроводы: СНиП 2.05.06–2010 (первая редакция). М., 2010. 60 с.
8. Мустафин Ф. М. Способы прокладки трубопроводов с применением обсыпки специально обработанными грунтами // Нефтегазовое дело. 2003. № 1. С. 1–5.
9. Разов И. О., Соколов В. Г. Свободные колебания наземных газопроводов, обжатых продольной силой, с учетом упругого основания грунта // Вестник гражданских инженеров. 2013. № 1(36). С. 29–32.
10. Разов И. О. Напряжения и перемещения на контактной поверхности наземного трубопровода большого диаметра // Вестник гражданских инженеров. 2015. № 3(50). С. 105–108.
11. Разов И. О. Исследование свободных колебаний тонкостенных трубопроводов большого диаметра при наземной прокладке // Сб. материалов междунар. науч.-практ. конф. «Актуальные проблемы строительства, экологии и энергоснабжения в условиях западной Сибири». 2014. С. 42–49.
12. Соколов В. Г. Колебания, статическая и динамическая устойчивость трубопроводов большого диаметра: дис. ... д-ра техн. наук: 05.23.17. СПб., 2011. 314 с.
13. Соколов В. Г. Колебания, статическая и динамическая устойчивость трубопроводов большого диаметра: автореф. ... дис. д-ра техн. наук. СПб., 2011. 36 с.
14. Соколов В. Г. Свободные колебания трубопровода с потоком жидкости, обжатого продольной си-

лой, при различных граничных условиях на концах // Вестник гражданских инженеров. 2010. № 2 (23). С. 61–64.

References

1. Aksel'rad Eh. L., Il'in V. P. *Raschet truboprovodov* [Calculation of pipelines]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1972, 240 p.
2. Bolotin V. V. *Konechnye deformatsii gibkikh truboprovodov* [Finite deformations of flexible pipelines]. *Trudy Moskovskogo ehnergeticheskogo institute – Moscow Energy Engineering Institute*, iss. XIX. Moscow, 1956, pp. 272–291.
3. Bolotin V. V. *Dinamicheskaya ustoychivost' uprugikh system* [Dynamic stability of elastic systems]. Moscow, Gos. izd-vo tekhniko-teoreticheskoy literatury Publ., 1956, 600 p.
4. Berezin I. S., Zhidkov N. P. *Metody vychisleniy* [Methods of calculation]. In 2 vol. Vol. 1. Moscow, 1962, 464 p.
5. Bereznev A. V. *Sobstvennyye kolebaniya krivolinyeynykh uchastkov tonkostennykh truboprovodov s protekayushchey zhidkost'yu*. Diss. kand. tekhn. nauk [Natural vibrations of the curvilinear sections of thin-walled pipelines with the proceeding liquid. PhD in Sci. Tech. diss.]. Tyumen', 2005, 100 p.
6. Borodavkin P. P. *Sooruzhenie magistral'nykh truboprovodov: uchebnik dlya vuzov* [Construction of cross-country pipelines. Textbook for higher education institutions]. The 2-nd edition, revised and added. Moscow, Nedra Publ., 1987, 471 p.
7. *Magistral'nye truboprovody: SNiP 2.05.06–2010 (pervaya redaktsiya)* [Cross-country pipelines. SNiP 2.05.06–2010 (the first edition)]. Moscow, 2010, 60 p.
8. Mustafin F. M. *Sposoby prokladki truboprovodov s primeneniem obsypki spetsial'no obrabotannymi gruntami* [Methods of laying pipelines using cushioning layer with specially processed soil]. *Neftegazovoe delo – Oil and gas industry*, 2003, no. 1, pp. 1–5.
9. Razov I. O., Sokolov V. G. *Svobodnye kolebaniya nazemnykh gazoprovodov, obzhatykh prodol'noy siloy, s uchetom uprugogo osnovaniya grunta* [Free vibrations of land gas pipelines compressed by longitudinal force taking into account the elastic base of soil]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2013, no. 1 (36), pp. 29–32.
10. Razov I. O. *Napryazheniya i peremeshcheniya na kontaktnoy poverkhnosti nazemnogo truboprovoda bol'shogo diametra* [Tensions and displacements on the contact surface of the large diameter ground-surface pipeline]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2015, no. 3 (50), pp. 105–108.
11. Razov I. O. *Issledovanie svobodnykh kolebaniy tonkostennykh truboprovodov bol'shogo diametra pri*

nazemnoy prokladke [Research of the free vibrations of thin-walled big diameter pipelines in case of laying above-ground]. *Trudy mezhdunar. nauch.-prakt. konf. «Aktual'nye problemy stroitel'stva, ehkologii i ehnergosnabzheniya v usloviyakh zapadnoy Sibiri»* [Proc. of the Int. sci.-pract. conf. "Urgent problems of construction, ecology and power supply in the conditions of Western Siberia"]. 2014, pp. 42–49.

12. Sokolov V. G. *Kolebaniya, staticheskaya i dinamicheskaya ustoychivost' truboprovodov bol'shogo diametra. Diss. dokt. tekhn. nauk* [Vibrations, static and dynamic stability of big diameter pipelines. Dr. Sci. Tech. diss.]. Saint-Petersburg, 2011, 314 p.

13. Sokolov V. G. *Kolebaniya, staticheskaya i dinamicheskaya ustoychivost' truboprovodov bol'shogo diametra. Avtoref. diss. dokt. tekhn. nauk* [Vibrations, static and dynamic stability of big diameter pipelines. Author's thesis of Dr. Sci. Tech. diss.]. Saint-Petersburg, 2011, 36 p.

14. Sokolov V. G. *Svobodnye kolebaniya truboprovoda s potokom zhidkosti, obzhatogo prodol'noy siloy, pri razlichnykh granichnykh usloviyakh na kotsakh* [Natural vibrations of the pipeline with flowing fluid subjected to longitudinal compression with various boundary conditions at the ends]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2010, no. 2 (23), pp. 61–64.