

УДК 69.01

© В. М. Бурцев, старший преподаватель
(Тихоокеанский государственный университет,
Хабаровск, Россия)
E-mail: 000848@pnu.edu.ru
© Е. О. Хегай, аспирант
(Санкт-Петербургский государственный
архитектурно-строительный университет,
Санкт-Петербург, Россия)
E-mail: genehegay1235@mail.ru

DOI 10.23968/1999-5571-2022-19-4-31-36

© V. M. Burtsev, senior teacher
(Pacific National University,
Khabarovsk, Russia)
E-mail: 000848@pnu.edu.ru
© E. O. Khagai, post-graduate student
(Saint Petersburg State University
of Architecture and Civil Engineering,
St. Petersburg, Russia)
E-mail: genehegay1235@mail.ru

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ПЛИТ С ДИСПЕРСНЫМ АРМИРОВАНИЕМ ПРИ УПРУГОЙ И НЕУПРУГОЙ РАБОТЕ НОРМАЛЬНЫХ СЕЧЕНИЙ

ANALYSIS OF THE CALCULATION RESULTS OF REINFORCED CONCRETE SLABS WITH DISPERSED REINFORCEMENT IN ELASTIC AND INELASTIC OPERATION OF NORMAL SECTIONS

Приводится анализ результатов расчетов железобетонных плит с дисперсным армированием при упругой и неупругой работе нормальных сечений и различных формах эпюр напряжений. К материалам таких плит могут быть отнесены классический армоцемент (диаметр арматуры 1,2 мм с шагом 10 мм) и его разновидность — тяжелый армоцемент (диаметр арматуры 3–5 мм с шагом 15–30 мм). Армирование применяется равномерно по всей толщине. Установлено, что при упругой работе сечений и треугольных эпюрах напряжений расчетная несущая способность плит определяется прочностью бетона в сжатой зоне, и она значительно ниже фактической. При пластической работе сечений и прямоугольных эпюрах напряжений расчетная несущая способность плит превышает фактическую в среднем до 15 %. Расчетную несущую способность плит с дисперсным армированием рекомендуется определять при параболических эпюрах напряжений.

Ключевые слова: плита, расчет, арматура, железобетон, армоцемент, дисперсное армирование, эпюра напряжений, расчетное сечение, упругий, пластический.

The article provides an analysis of the calculation results of reinforced concrete slabs with dispersed reinforcement for elastic and inelastic operation of normal sections and various forms of stress diagrams. These materials include classical reinforced cement (the bar diameter is 1.2 mm with a pitch of 10 mm) and its variant, heavy reinforced cement (the bar diameter is 3-5 mm with a pitch of 15-30 mm). Reinforcement is applied evenly over the entire thickness. There has been found out that during elastic operation of sections and triangular stress diagrams, the calculated bearing capacity of the slabs is determined by the concrete strength in the compressed zone, and it is much lower than the actual one. In the plastic operation of sections and with rectangular stress diagrams, the design bearing capacity exceeds the actual one averagely up to 15 %. The calculated bearing capacity of plates with dispersed reinforcement is recommended to be determined with parabolic stress diagrams.

Keywords: slab, calculation, reinforcement, reinforced concrete, reinforced cement, dispersed reinforcement, stress diagram, calculated section, elastic, plastic.

Введение

На сегодняшний день дисперсное армирование широко применяется в изгибаемых элементах. Проводимые в настоящее время исследования [1–9] направлены на создание новых типов железобетонных конструкций, обладающих не-

обходимой прочностью и трещиностойкостью без предварительного напряжения. К таким конструкциям относятся, например, плиты из тяжелого армоцемента (ТАЦ), применяемые для аэродромных и дорожных покрытий. Армирование конструкций из тяжелого армоцемента про-

изводится с помощью сварных сеток, уложенных плотными слоями. Такая схема армирования обеспечивает прочность и трещиностойкость при минимальной толщине конструкций.

1. Материалы и методы

В [10–12] приводятся исследования методики расчета железобетонных плит с дисперсным армированием при упругой и неупругой работе нормальных сечений и различных формах эпюр напряжений. При упругой работе сечений расчетная несущая способность плит определяется при треугольных эпюрах напряжений с использованием геометрических характеристик приведенного сечения. Расчетная схема для упругой работы поперечного сечения плиты представлена на рис. 1.

При высоком содержании арматуры в ТАЦ приведенные модули упругости приняты согласно формулам:

— для сжатой зоны

$$E'_{\text{пр}} = \mu'_s E_s + (1 - \mu'_s) E_b; \quad (1)$$

— для растянутой зоны

$$E_{\text{пр}} = \mu_s E_s, \quad (2)$$

где μ'_s и μ_s — коэффициенты армирования по сжатой и растянутой зонам сечения соответственно.

Высоту сжатой зоны x находят, приравнявая к нулю статический момент приведенного сечения относительно нейтральной оси:

$$S_{\text{пр}} = 0,5\alpha bx^2 - 0,5b(h-x)^2 = 0, \quad (3)$$

где $\alpha = E'_{\text{пр}} / E_{\text{пр}}$ — коэффициент приведения сжатой зоны сечения к растянутой.

Отсюда

$$(\alpha - 1)x^2 + 2hx - h^2 = 0; \quad (4)$$

$$x = h / (1 + \sqrt{\alpha}). \quad (5)$$

Момент инерции приведенного сечения:

$$I_{\text{пр}} = \left(\frac{bx^3}{12} + \frac{bx^3}{4} \right) \alpha + \frac{b(h-x)^3}{12} + \frac{b(h-x)^3}{4} = \frac{b}{3} [\alpha x^3 + (h-x)^3]. \quad (6)$$

Краевые напряжения и относительные деформации в сжатой и растянутой зоне приведенного сечения равны:

$$\sigma'_{\text{пр}} = \frac{Mx}{I_{\text{пр}}} \alpha; \quad (7)$$

$$\sigma_{\text{пр}} = \frac{M(h-x)}{I_{\text{пр}}}. \quad (8)$$

$$\varepsilon'_{\text{пр}} = \frac{\sigma'_{\text{пр}}}{E'_{\text{пр}}} = \frac{Mx}{I_{\text{пр}} E_{\text{пр}}} = \frac{Mx}{I_{\text{пр}} \mu_s E_s}; \quad (9)$$

$$\varepsilon_{\text{пр}} = \frac{\sigma_{\text{пр}}}{E_{\text{пр}}} = \frac{M(h-x)}{I_{\text{пр}} E_{\text{пр}}} = \frac{M(h-x)}{I_{\text{пр}} \mu_s E_s}. \quad (10)$$

Условия прочности при упругой работе поперечного сечения плиты:

$$\sigma'_s = \varepsilon'_{\text{пр}} E_s = \frac{Mx}{I_{\text{пр}} \mu_s} \leq R_{sc}; \quad (11)$$

$$\sigma_s = \varepsilon_{\text{пр}} E_s = \frac{M(h-x)}{I_{\text{пр}} \mu_s} \leq R_s; \quad (12)$$

$$\sigma'_b = \varepsilon'_{\text{пр}} E_b = \frac{Mx E_b}{I_{\text{пр}} \mu_s E_s} \leq R_b. \quad (13)$$

Несущую способность сечения плиты при крайевых напряжениях, равных расчетным сопротивлениям в бетоне и арматуре, можно найти по формулам

$$M_u = \frac{R_s I_{\text{пр}} \mu_s}{h-x}; \quad (14)$$

$$M_u = \frac{R_{sc} I_{\text{пр}} \mu_s}{x}; \quad (15)$$

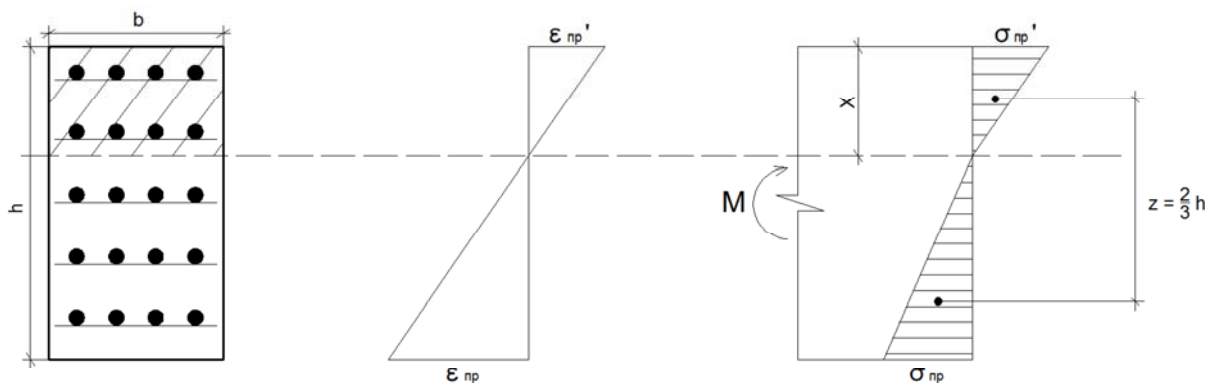


Рис. 1. Расчетная схема при упругой работе нормального сечения плиты

$$M_u = \frac{R_b I_{пр} \mu_s E_s}{x E_b} \quad (16)$$

Численный анализ расчетных формул (14)–(16) показал, что при упругой работе сечений наименьшая расчетная несущая способность плиты вычислена по формуле (16), то есть определяется прочностью бетона в сжатой зоне и значительно ниже фактической.

Расчетная несущая способность плиты при пластической работе сечений и прямоугольных эпюрах напряжений

$$M'_u = \mu_s R_s b (h - x) h / 3, \quad (17)$$

где высоту сжатой зоны x можно определить из условия равновесия усилий в сжатой и растянутой зоне:

$$x = \frac{\mu_s R_s h}{R_b (1 - \mu'_s) + \mu_s R_s + \mu'_s R_{sc}} \quad (18)$$

Однако нужно помнить, что прямоугольные эпюры напряжений в нормальном сечении плиты не соответствуют реальному напряженному состоянию, поэтому расчетная несущая способность плиты при расчете этим способом превышает фактическую, как будет показано ниже, в среднем до 15 %.

Ниже рассмотрим расчет дисперсно армированных плит при неупругой работе поперечных сечений. В расчетном предельном состоянии вместо прямоугольных эпюр приняты криволинейные (параболические) эпюры, вписанные в прямоугольные эпюры таким образом, что напряжения на уровне нейтральной оси равны

нулю, а наибольшие напряжения у растянутой и сжатой грани равны условным расчетным сопротивлениям:

$$R_t = \mu_s R_s; \quad (19)$$

$$R_c = (1 - \mu'_s) R_b + \mu'_s R_{sc}, \quad (20)$$

где R_s, R_{sc}, R_b — расчетные сопротивления арматуры и бетона для растянутой и сжатой зоны; μ_s, μ'_s — коэффициенты армирования соответственно для растянутой и сжатой зоны.

Работу бетона в растянутой зоне сечения не учитываем, а расчетную несущую способность плиты определим из условий равновесия. Расчетная схема при неупругой работе поперечного сечения плиты и параболических эпюрах напряжений показана на рис. 2.

Криволинейные эпюры напряжений сжатой и растянутой зоны поперечного сечения плиты аппроксимируют параболой степени n с вершинами на уровне нейтральной оси:

$$y = \frac{x_c}{R_c^n} \sigma_c^n; \quad (21)$$

$$y' = \frac{h - x_c}{R_t^n} \sigma_t^n, \quad (22)$$

где x_c — высота сжатой зоны; n — целое положительное число от 1 до ∞ .

Тогда напряжения в сжатой и растянутой зоне поперечного сечения плиты будут равны:

$$\sigma_c = R_c \sqrt[n]{y / x_c}; \quad (23)$$

$$\sigma_t = R_t \sqrt[n]{y' / (h - x_c)}. \quad (24)$$

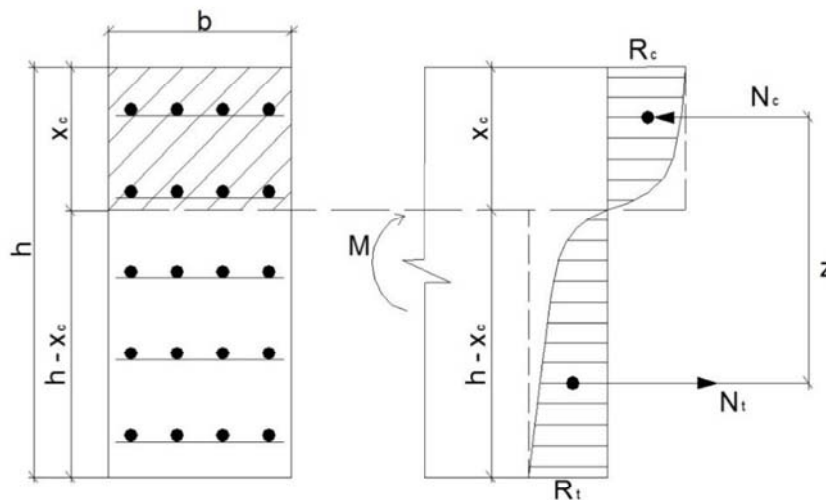


Рис. 2. Расчетная схема при неупругой работе нормального сечения плиты

Чтобы найти равнодействующие усилия в сечениях плиты и их положения относительно нейтральной оси, рассчитывают площади эпюр напряжений:

$$A_c = \int_0^{x_c} \sigma_c dy = R_c \frac{n}{1+n} x_c; \quad (25)$$

$$A_t = \int_0^{h-x_c} \sigma_t dy = R_t \frac{n}{1+n} (h-x_c) \quad (26)$$

и статические моменты эпюр напряжений относительно нейтральной оси:

$$S_c = \int_0^{x_c} \sigma_c y dy = R_c \frac{n}{1+2n} x_c^2; \quad (27)$$

$$S_t = \int_0^{h-x_c} \sigma_t y dy = R_c \frac{n}{1+2n} (h-x_c)^2. \quad (28)$$

Расстояния от нейтральной оси до равнодействующих усилий в сжатой и растянутой зонах будут равны:

$$y_c = \frac{S_c}{A_c} = \frac{1+n}{1+2n} x_c; \quad (29)$$

$$y_t = \frac{S_t}{A_t} = \frac{1+n}{1+2n} (h-x_c). \quad (30)$$

Плечо внутренней пары сил

$$z = y_c + y_t = \frac{1+n}{1+2n} h. \quad (31)$$

Равнодействующие усилия сжатой и растянутой зон сечения определяют по формулам

$$N_c = bA_c = bR_c \frac{n}{1+n} x_c = bR_c \omega x_c; \quad (32)$$

$$N_t = bA_t = bR_t \frac{n}{1+n} (h-x_c) = bR_t \omega (h-x_c), \quad (33)$$

где $\omega = n / (1+n)$ — коэффициент полноты эпюры напряжений, который равен отношению площади криволинейной эпюры напряжений к прямоугольной.

Высоту сжатой зоны x_c ищем из условия равновесия усилий:

$$x_c = \frac{R_t}{R_c + R_t} h. \quad (34)$$

Расчетная несущая способность при $n \geq 1$ будет равна

$$M_n = N_t z = R_t b (h-x_c) \frac{n}{1+2n} h. \quad (35)$$

2. Результаты расчета

Используя представленную методику, произведем расчет несущей способности дисперсно армированной железобетонной плиты толщиной $h = 200$ мм; класс арматуры В500, коэффициент армирования $\mu_s = 0,05$. В табл. 1 и 2 пред-

Таблица 1

Результаты расчетов несущей способности плиты при упругой работе сечения

Класс бетона по прочности на сжатие	Высота сжатой зоны x , мм	Момент инерции приведенного сечения $I_{пр}$, см ⁴	Несущая способность плиты M_{up} кгс · м		
			при $\sigma_s = R_s$	при $\sigma'_s = R_{sc}$	при $\sigma'_b = R_b$
B20	69,0	114 357,45	19 374,61	35 068,04	7066,63
B25	67,8	116 492,27	19 547,96	36 352,88	8463,64
B30	66,2	119 397,57	19 782,49	38 157,78	9615,92
B35	65,2	121 191,15	19 935,45	39 330,45	10 707,02
B40	64,5	122 155,98	20 037,42	40 074,85	11 798,12

Таблица 2

Результаты расчета несущей способности плиты при различных формах эпюр напряжений в нормальном сечении

Класс бетона по прочности на сжатие	Высота сжатой зоны x_c , мм	Несущая способность сечения плиты M_{up} кгс · м			
		при $n = 1$	при $n = 2$	при $n = 3$	при $n = \infty$
B20	81,4	17 528,92	21 036,74	22 535,73	26 298,48
B25	77,3	18 140,75	21 770,94	23 320,91	27 216,23
B30	74,2	18 599,62	22 321,59	23 912,35	27 899,44
B35	71,3	19 027,9	22 831,45	24 462,99	28 541,86
B40	68,6	19 425,59	23 310,71	24 972,85	29 143,49

ставлены результаты расчета при упругой работе сечения и при различных формах эпюр напряжений.

3. Обсуждение

Из данных табл. 1 можно сделать вывод, что несущая способность плиты определяется прочностью бетона в сжатой зоне. При этом видно, что полученные значения несущей способности плит значительно отличаются от фактической в меньшую сторону.

Анализируя результаты расчетов, представленные в табл. 2, можно отметить, что несущая способность дисперсно армированных плит существенно зависит от принятых форм эпюр напряжений. При использовании в расчете прямоугольных эпюр ($n = \infty$) несущая способность дисперсно армированных плит получается больше на 33 %, чем при треугольных ($n = 1$). Применение параболических эпюр ($n = 2$, $n = 3$) приводит к увеличению несущей способности на 20 % и 14 % соответственно.

Выводы

Полученные результаты не оказались неожиданными: теоретические значения напряжений, близких к пределу прочности, дают заниженные результаты, что обусловлено преобладанием упругих напряжений. Уточнение теоретической части данной работы следует искать в поисках резерва несущей способности, очевидно присутствующего в более точном учете пластических и хрупких деформаций. Вместе с тем уже на данном этапе исследования метод расчета, предложенный в статье, можно использовать для разработки нормативных методик.

Библиографический список

1. Опбул Э. К. Эффективное использование высокопрочной арматуры в изгибаемых элементах без предварительного напряжения: автореф. дис. ... канд. техн. наук. СПб., 2005. 21 с.
2. Опбул Э. К., Ондар Э. Э., Калдар-оол А. Б. Расчет прочности фиброармированных изгибаемых элементов с использованием трехлинейной диаграммы деформирования растянутой зоны // Научное обозрение. 2016. № 14. С. 100–106.
3. Опбул Э. К. Фиброармированные конструкции с высокопрочной арматурой без предварительного напряжения // Вестник Тувинского гос. ун-та. 2009. № 3 (3). С. 11–13.

4. Морозов В. И., Пухаренко Ю. В. Фиброармированные конструкции с высокопрочной арматурой // Промышленное и гражданское строительство. 2007. № 1. С. 45–46.

5. Шоринев Г. Н., Морозов В. И., Жуков В. И. Физико-механические свойства тяжелого армоцемента // Бетон и железобетон. 1984. № 10. С. 7–9.

6. Морозов В. И., Черных А. Г., Хегай Е. О. Некоторые предложения по рассмотрению тяжелого армоцемента как разномодульного материала // Вестник гражданских инженеров. 2019. № 6 (77). С. 143–148.

7. Морозов В. И., Опбул Э. К., Пухаренко Ю. В., Хегай О. С. Проблемы создания новых конструкций из дисперсно-армированных бетонов // Вестник НИЦ «Строительство». 2018. № 1 (16). С. 101–105.

8. Морозов В. И., Глухова А. В. Расчетная модель тяжелого армоцемента на стадии деформирования без трещин // Вестник гражданских инженеров. 2013. № 5 (40). С. 69–75.

9. Чугунов А. С., Новожилова Н. С. Численное моделирование упругой работы тяжелого армоцемента с однонаправленным армированием при помощи ЭВМ // Совершенствование методов строительства сооружений агропромышленного комплекса. СПб.: Санкт-Петербургский гос. аграрный ун-т, 2005. С. 28–37.

10. Старчоус И. В., Бурцев В. М. К расчету железобетонных плит с дисперсным армированием // Дальний Восток: проблемы развития архитектурно-строительного и дорожно-транспортного комплекса. 2017. № 1. С. 512–514.

11. Бурцев В. М. Расчет железобетонных плит с дисперсным армированием // Научные чтения памяти профессора М. П. Даниловского: материалы XVIII нац. науч.-практ. конф.: в 2 т. Хабаровск: Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та, 2018. Т. 1. С. 23–25.

12. Киселева А. В., Бурцев В. М. Расчет железобетонных плит с дисперсным армированием при различных формах эпюр напряжений в нормальном сечении // Научно-техническое и экономическое сотрудничество стран АТР в XXI веке. 2019. Т. 1. С. 243–246.

References

1. Opbul Eh. K. *Effektivnoe ispol'zovanie vysokoprochnoy armatury v izgibaemykh elementakh bez predvaritel'nogo napryazheniya*. Avtoref. diss. kand. tekhn. nauk [Effective use of high-strength reinforcement in bending elements without pre-stressing. Author's thesis of PhD in Sci. Tech. diss.]. St. Petersburg, 2005, 21 p.
2. Opbul E. K., Ondar E. E., Kaldar-ool A. B. *Raschet prochnosti fibrozhelezobetonnykh izgibaemykh elementov s ispol'zovaniem trekhlineynoy diagrammy deformirovaniya rastyanutoy zony* Calculation of the strength of fiber reinforced concrete bending elements using a three-line

diagram of deformation of the stretched zone]. *Nauchnoe obozrenie – Scientific Review*, 2016, no. 14, pp. 100–106.

3. Opubl E. K. *Fibrozhelezobetonnye konstruktzii s vysokoprochnoy armaturoy bez predvaritel'nogo napryazheniya* [Fiber reinforced concrete structures with high-strength reinforcement without pre-stressing]. *Vestnik Tuvinskogo gos. un-ta – Bulletin of the Tuva State University*, 2009, no. 3 (3), pp. 11–13.

4. Morozov V. I., Pukhareno Yu. V. *Fibrozhelezobetonnye konstruktzii s vysokoprochnoy armaturoy* [Fiber reinforced concrete structures with high-strength reinforcement]. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo – Industrial and Civil Engineering*, 2007, no. 1, pp. 45–46.

5. Shorshnev G. N., Morozov V. I., Zhukov V. I. *Fiziko-mekhanicheskie svoystva tyazhelogo armotsementa* [Physical and mechanical properties of heavy reinforced concrete]. *Beton i zhelezobeton – Concrete and Reinforced Concrete*, 1984, no. 10, pp. 7–9.

6. Morozov V. I., Chernykh A. G., Khegay E. O. *Nekotorye predlozheniya po rassmotreniyu tyazhelogo armotsementa kak raznomodul'nogo materiala* [Some proposals for the consideration of heavy reinforced concrete as a multi-modular material]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2019, no. 6 (77), pp. 143–148.

7. Morozov V. I., Opubl E. K., Pukhareno Yu. V., Khegay O. S. *Problemy sozdaniya novykh konstruktсий iz dispersno-armirovannykh betonov* [Problems concerning the construction of new structures from dispersed reinforced concrete]. *Vestnik NITs stroitel'stvo – Bulletin of SIC construction*, 2018, no. 1 (16), pp. 101–105.

8. Morozov V. I., Glukhova A. V. *Raschetnaya model' tyazhelogo armotsementa na stadii deformirovaniya bez treshchin* [Calculation model of heavy reinforced concrete at the stage of deformation without cracks]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2013, no. 5 (40), pp. 69–75.

9. Chugunov A. S., Novozhilova N. S. *Chislennoe modelirovanie uprugoy raboty tyazhelogo armotsementa s odnonapravlenным armirovaniem pri pomoshchi EVM* [Numerical simulation of the elastic work of heavy reinforced concrete with unidirectional reinforcement using of the computer]. *Sovershenstvovanie metodov stroitel'stva sooruzheniy agropromyshlennogo kompleksa* [In: Improvement of construction methods of agro-industrial facilities]. St. Petersburg, Sankt-Peterburgskiy gos. agrarniy un-t Publ., 2005, pp. 28–37.

10. Starchous I. V., Burtsev V. M. *K raschetu zhelezobetonnykh plit s dispersnym armirovaniem* [To the calculation of reinforced concrete slabs with dispersed reinforcement]. *Dal'niy Vostok: problemy razvitiya arkhitekturno-stroitel'nogo i dorozhno-transportnogo kompleksa – Far East: Problems of development of architectural and construction and road and transport complex*, 2017, no. 1, pp. 512–514.

11. Burtsev V. M. *Raschet zhelezobetonnykh plit s dispersnym armirovaniem* [Calculation of reinforced concrete slabs with dispersed reinforcement]. *Trudy XVIII Nats. nauch.-prakt.konf. «Nauchnye chteniya pamyati professora M. P. Danilovskogo»* [Proceedings of the XVIII National sci.-pract. conf. “Scientific readings in memory of Professor M. P. Danilovsky”]. In 2 vols. Khabarovsk, Tikhookean. gos. un-t Publ., 2018, vol. 1, pp. 23–25.

12. Kiseleva A. V., Burtsev V. M. *Raschet zhelezobetonnykh plit s dispersnym armirovaniem pri razlichnykh formakh epyur napryazheniy v normal'nom sechenii* [Calculation of reinforced concrete slabs with dispersed reinforcement at different forms of stress diagrams in the normal section]. *Nauchno-tekhnikeskoe i ekonomicheskoe sotrudnichestvo stran ATR v XXI veke – Scientific, technical and economic cooperation of APR countries in the XXI century*, 2019, vol. 1, pp. 243–246.