

УДК 539.4

© В. И. Смирнов, д-р техн. наук, профессор  
© С. С. Майер, ассистент  
(Петербургский государственный университет  
путей сообщения Императора Александра I,  
Санкт-Петербург, Россия)  
E-mail: vsmirnov1@gmail.com, sergzo@bk.ru

DOI 10.23968/1999-5571-2022-19-4-58-64

© V. I. Smirnov, Dr. Sci. Tech., Professor  
© S. S. Maier, assistant lecturer  
(Emperor Alexander I  
St. Petersburg State Transport University,  
St. Petersburg, Russia)  
E-mail: vsmirnov1@gmail.com, sergzo@bk.ru

## ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ ВНУТРЕННЕЙ ПОПЕРЕЧНОЙ ТРЕЩИНЫ НА УСТАЛОСТНУЮ ПРОЧНОСТЬ БАЛКИ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ ИЗГИБЕ

### INFLUENCE OF THE SHAPE OF THE INTERNAL TRANSVERSE CRACK ON THE FATIGUE STRENGTH OF THE BEAM DURING CYCLIC BENDING

В работе изучается влияние формы внутреннего поперечного дефекта на усталостную трещиностойкость балки. Балка на сплошном упругом основании с сечением в форме неравнополочного двутавра подвергается циклическому изгибу сосредоточенной силой. Рассмотрены различные схематизации дефекта: трещина круговой формы, эллиптическая, овальная, овальная четвертой степени. Выполнен сравнительный анализ коэффициентов интенсивности напряжений. Установлена зависимость допустимого числа циклов нагружения от приложенной силы для круговой и овальной трещин с учетом границ тела. Предложенная расчетная схема применяется для оценки остаточного ресурса железнодорожных рельсов.

*Ключевые слова:* циклическая трещиностойкость, круговая трещина, овальная трещина, усталостное разрушение, изгиб балки, рельс.

The paper studies the effect of the shape of the internal transverse defect on the fatigue crack resistance of the beam. The beam on a solid elastic foundation with a cross-section in the form of an unequal I-beam is subjected to cyclic bending by concentrated force. Various schematizations of the defect are considered, namely, a crack of circular shape, elliptical, oval, and oval of the fourth degree shape. A comparative analysis of stress intensity factors is performed. The dependence of the permissible number of loading cycles on the applied force for circular and oval cracks has been established, taking into account the boundaries of the body. The proposed calculation scheme is used to estimate the residual life of railway rails.

*Keywords:* cyclical crack resistance, circular crack, oval crack, fatigue fracture, beam bending, rail.

#### 1. Некоторые формы внутренних поперечных трещин в головке рельса

Рассмотрим возможные аппроксимации контура внутренней поперечной трещины (ВПТ) в головке рельса.

1.1. *Круговая трещина.* Такая схематизация дефекта является наиболее распространенной в силу своей простоты. Однако, как показывает анализ доломов рельса с ВПТ в лабораторных условиях, часто такие трещины имеют форму овала.

1.2. *Эллиптическая трещина,* контур которой в декартовой системе координат  $xOy$  с началом в центре трещины описывается уравнением

$$(x/a)^2 + (y/b)^2 = 1,$$

или в полярной системе координат  $(\rho, \varphi)$

$$\rho(\varphi) = \frac{ab}{\sqrt{a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi}},$$

где  $a$  и  $b$  — большая и малая полуоси эллипса, расположенные, соответственно, на осях  $x$  и  $y$ .

В работе [1] соотношение  $b/a$  принято равным 0,5, в [2] — 0,7, в исследовании [3] —  $\approx 0,6$ ,

в отчете [4] — 0,6–0,8. Для определенности положим  $b/a = 0,75$ . Контур трещины для этого случая показан на рис. 1, кривая 2.

1.3. Овальная трещина, радиус-вектор которой  $R(\varphi)$  определяется выражением [5]

$$R(\varphi) = a \left( 1 - n \cdot \sin^2 \frac{m\varphi}{2} \right), \quad (1)$$

где  $a$  — радиус окружности, описанной вокруг контура;  $n$  — параметр ( $0 \leq n < 1$ );  $m$  — целое положительное число ( $m = 1, 2, 3, \dots$ );  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ . При  $n = 0$  имеем частный случай круговой трещины. Наиболее близок к эллиптической трещине контур с параметрами  $n = 0,15$  и  $m = 2$ , который показан на рис. 1, кривая 3.

1.4. Трещина в форме овала 4-й степени предложена для оценки трещиностойкости рельса в работе [6]. Контур трещины описывается выражением

$$(x/a)^4 + (y/b)^4 = 1,$$

или в полярной системе координат  $(\rho, \varphi)$

$$\rho(\varphi) = \frac{ab}{\sqrt[4]{a^4 \sin^4 \varphi + b^4 \cos^4 \varphi}},$$

где  $a$  и  $b$  — большая и малая полуоси овала. Предполагается, что такой контур трещины при ее усталостном развитии повторяет форму головки рельса. Для соотношения полуосей  $b/a = 0,75$  этот контур показан на рис. 1, кривая 4.

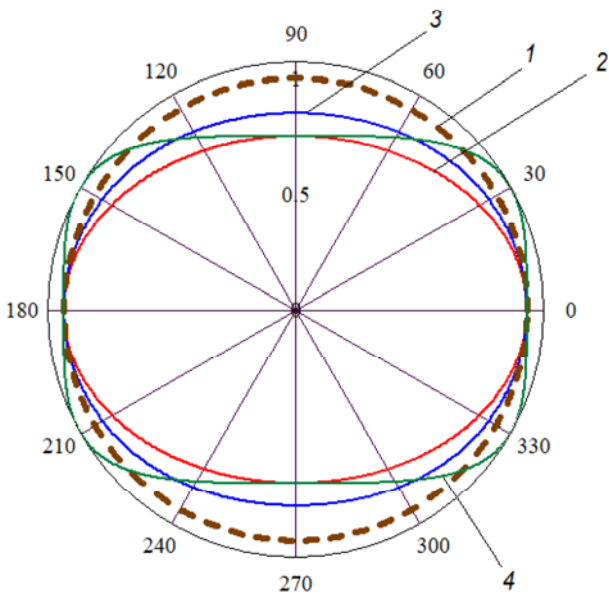


Рис. 1. Контур внутренней поперечной трещины: 1 — круговая; 2 — эллиптическая; 3 — овальная; 4 — овальная 4-й степени

## 2. Коэффициенты интенсивности напряжений

Скорость распространения ВПТ можно оценить по величине коэффициента интенсивности напряжений (КИН)  $K_I$  для упомянутых выше форм трещин.

2.1. Круговая (дисковидная) трещина радиуса  $a$ :

$$K_I = 2p\sqrt{a/\pi}. \quad (2)$$

Здесь и далее  $p$  — равномерная внешняя нагрузка (напряжение).

2.2. Для эллиптической трещины корректное выражение для КИН получено в работе [7]:

$$K_I(\varphi) = p \sqrt{\frac{\pi(b/a)}{E(k)}} \left( \frac{a^4 \sin^2 \varphi + b^4 \cos^2 \varphi}{a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi} \right)^{1/4}, \quad (3)$$

где  $E(k)$  — полный эллиптический интеграл 2-го рода:

$$E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \alpha} \, d\alpha, \quad k^2 = 1 - (b/a)^2.$$

Выражение (3) включает в себя частные случаи трещины:

а) при  $b/a \rightarrow 0$  получаем КИН для трещины Гриффитса (центральной трещины в пластине) шириной  $2b$ :  $K_I = p\sqrt{\pi b}$ ;

б) при  $b/a \rightarrow 1$  имеем случай круговой трещины (2).

Максимальное значение КИН достигается при  $\varphi = \pi/2$ :

$$K_I(\pi/2) = p \frac{\sqrt{\pi b}}{E(k)}. \quad (4)$$

Наконец, при  $b/a = 0,75$  имеем  $K_I = 0,724p\sqrt{\pi b}$ .

2.3. Для овальной трещины КИН найдем через напряжение, действующее на продолжении трещины в ее плоскости:

$$K_I = \lim_{r \rightarrow R} \sqrt{2\pi(r-R)} \sigma_z(r),$$

где  $r$  — радиальная координата;  $R = R(\varphi)$  — радиус-вектор, определяемый формулой (1), а разрывающее напряжение в области фронта трещины можно представить в следующем виде [5]:

$$\sigma_z(r) = \frac{2p}{\pi\sqrt{r^2 - R^2}} \left[ 2r - R - a \cdot \frac{mn}{4} \cos m\varphi \right],$$

где  $a$  — радиус окружности, описанной вокруг контура.

Вычисляя предел, находим

$$K_I = 2p\sqrt{\frac{a}{\pi}} f(\varphi, m, n);$$

$$f(\varphi, m, n) = \frac{1 - 0,5n[1 - (1 - 0,5m) \cos m\varphi]}{\sqrt{1 - 0,5n(1 - \cos m\varphi)}}.$$



Функция  $f(\varphi, m, n)$  достигает максимума при  $\varphi = \pi/2$ . Как указано выше, овал с параметрами  $m = 2$  и  $n = 0,15$  наиболее близко подходит к контуру эллиптической трещины при соотношении  $b/a = 0,75$ . В этом случае  $f(\pi/2; 2; 0,15) = 1,003$ , то есть

$$K_I = 1,003 \cdot 2p\sqrt{a/\pi},$$

и, таким образом, коэффициент 1,003 можно рассматривать как поправку на «овальность» трещины по отношению к круговой. Ввиду ее малости эту схематизацию дефекта можно исключить из рассмотрения.

Формула (4) объединяет в себе три формы трещины: непосредственно эллиптическую, круговую и трещину Гриффитса (сильно вытянутый эллипс, который в сечении по оси  $b$  можно рассматривать как центрально расположенную трещину в плоскости  $y$ ). Перепишем ее в виде

$$K_I = k_s p \sqrt{\pi b},$$

где коэффициент формы  $k_s = 1/E(k)$  ( $0,637 \leq k_s \leq 1$ ), зависящий от соотношения длин полуосей эллипса  $b/a$ , в частности, принимает значения:  $k_s = 1$  — трещина Гриффитса,  $k_s = 0,637$  — дисковидная трещина и  $k_s = 0,724$  — эллиптическая трещина при  $b/a = 0,75$ . Зависимость КИН от размера  $b$  для этих трех случаев показана на рис. 2. В расчете приняты: нормальное растягивающее напряжение в центре трещины, вызванное максимальным изгибающим моментом,  $p = \sigma = 8,975$  МПа; нагрузка на рельс от колеса

(сосредоточенная сила)  $P = 100$  кН; расстояние от центра трещины до нейтральной оси рельса  $H = 8,51$  см; момент инерции поперечного сечения рельса  $I = 3208$  см<sup>4</sup> (рельс типа Р65).

Как видно на рис. 2, узкая эллиптическая трещина имеет наибольший КИН и будет распространяться в направлении малой полуоси, стремясь принять круговую форму.

2.4. Приближенное выражение для КИН в случае трещины в форме овала 4-й степени с полуосями  $a$  и  $b$  приведено в [8]:

$$K_I = p\sqrt{b_0} \cdot F(\mu); \quad \cdot = a_0/b_0; \quad \mu = b/b_0;$$

$$F(\varepsilon) = 1,18\sqrt{\varepsilon} \times$$

$$\times \left[ 1 - \sqrt{\frac{\eta}{3\eta-1} + \frac{b_0\eta}{(5\eta-1)H} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\varepsilon}} \right)} \right]^2 \times \frac{1}{\sqrt{1+0,656\varepsilon/(1-\varepsilon)}}, \quad (5)$$

где  $2a_0, 2b_0$  — ширина и высота головки рельса. Здесь учтено влияние свободных границ тела, поэтому решение (5) пригодно для относительно больших трещин. Для рельса Р65 (ГОСТ 8161-75)  $a_0 = 37$  мм,  $b_0 = 22,5$  мм. Тогда безразмерная функция  $F(\mu)$  принимает вид

$$F(\mu) = 1,18\sqrt{\mu} \left[ 0,308 + \frac{0,692}{\sqrt{1-\mu}} \right]^2 \frac{1}{\sqrt{1+0,656\mu/(1-\mu)}}.$$

В работах [6, 9, 10] функция  $F(\mu)$  приведена для профиля рельса Р65 по ГОСТ 8161-63. Зависимость КИН от размера трещины  $b$  (при указанной выше нагрузке и  $b/a = 0,75$ ) показана на рис. 3, кривая 1.

На этом же рисунке приведена для сравнения зависимость КИН от размера дисковидной трещины, расположенной соосно в круговом цилиндре (кривая 2). Для корректного сравнения на основании решения, полученного в [11], запишем выражение для КИН следующим образом:

$$K_I = 2p\sqrt{\frac{b}{\pi}} \cdot G(b);$$

$$G(b) = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\arcsin(b/b_1)}{(b/b_1)\sqrt{1-(b/b_1)^2}} \right), \quad (6)$$

где  $b$  и  $b_1$  — соответственно, радиус трещины и радиус цилиндра. Радиус цилиндра в вычислениях выбран таким образом, чтобы площадь его поперечного сечения совпадала с площадью головки рельса типа Р65.

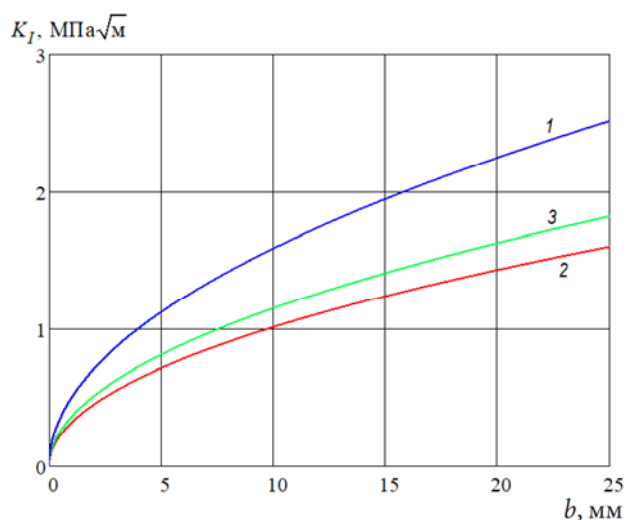


Рис. 2. Зависимость КИН от размера и формы трещины: 1 — трещина Гриффитса; 2 — круговая трещина; 3 — эллиптическая трещина ( $b/a = 0,75$ )

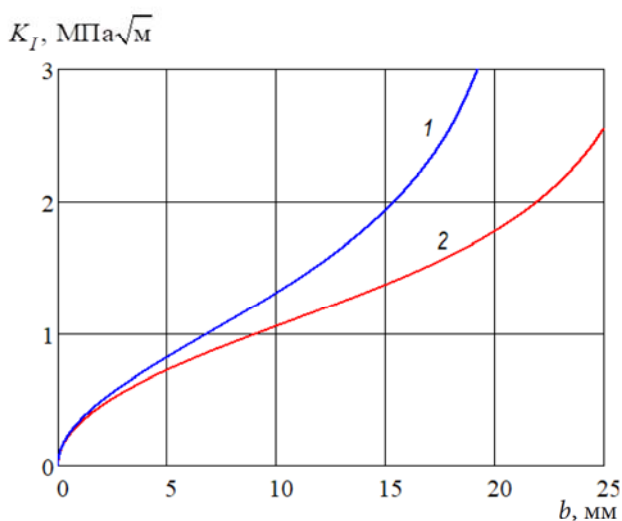


Рис. 3. Зависимость КИН с учетом границ тела:  
1 — трещина в форме овала 4-й степени; 2 — круговая трещина

Как видно на рис. 3, модель круговой трещины в цилиндре дает более осторожную оценку КИН по сравнению с овалом 4-й степени. Так, если размер овальной трещины приближается к  $2b \times 2a = 40 \times 53$  мм, или  $\approx 75\%$  от площади головки рельса, то КИН лавинообразно возрастает, что ведет к быстрому развитию трещины. Между тем лабораторные доломы рельсов, изъятых из второстепенных ж/д путей после длительной эксплуатации, показывают, что ВПТ может распространяться в шейку, занимая почти всю поверхность головки рельса.

### 3. Сравнительная оценка долговечности рельса

Для сравнительной оценки остаточного ресурса рельса с ВПТ используем в расчете две последние схематизации дефекта: овал 4-й степени и дисковидная трещина в цилиндре. Допустимое количество циклов нагружения определяем в соответствии с подходом, приведенным в [12]. Диапазон изменения площади трещин: 5–30, 5–50 и 5–70 % от площади головки рельса  $S_h = 27,78 \text{ см}^2$ . Площадь овальной трещины подсчитывается по формуле

$$S_o = 2 \frac{b}{a} \int_{-a}^{+a} \sqrt{a^4 - x^4} dx.$$

Соотношение длин полуосей овала принято  $b/a = 0,75$ . Результаты расчетов сведены в таблицу.

Количество циклов можно связать с продолжительностью нагружения. Например, если размеры движения составляют 25 поездов в сутки при 50 четырехосных вагонах, то  $10^6$  циклов «набираются» за 200 суток. Это обстоятельство, очевидно, должно быть принято во внимание при планировании периодичности дефектоскопных проверок ж/д путей. По данным работ [13, 14], более 50 % всех случаев разрушений рельсов происходит в период между плановыми дефектоскопными проверками пути.

На рис. 4 приведена зависимость относительной площади трещины (площадь трещины, отнесенная к площади головки рельса,  $S_{cr}/S_h$ , %) от пропущенного тоннажа. Точками показаны результаты натурального эксперимента, проведенного на испытательном кольце TTC (Transportation Test Center, USA) при осевой нагрузке  $q = 30,8$  т (механические свойства рельсовой стали отличны от принятых). Как видно, модель дисковидной трещины в цилиндре лучше отвечает экспериментальным наблюдениям. Овальная трещина дает заниженную оценку живучести рельса.

Многочисленные эксплуатационные факторы приводят к снижению циклической прочности рельса. Попытка учесть некоторые из этих факторов сделана в работе [3], в которой подсчитывалось число циклов нагружения, необходимых для роста ВПТ в заданных размерах, в зависимости от нагрузки. Рассмотрен случай роста ВПТ эллиптической формы размером от 1,2 до 24,4 % от площади головки рельса при соотношении длин полуосей  $a/b = 1,5$ . Результаты расчетов

### Зависимость числа циклов нагружения от колесной нагрузки

Диапазон изменения размера трещины, % $S_h$	Количество циклов нагружения	
	Дисковидная трещина	Овальная трещина
	$P = 100 \text{ кН}$	
5–30	$1,393 \cdot 10^7$	$9,251 \cdot 10^6$
5–50	$1,522 \cdot 10^7$	$9,832 \cdot 10^6$
5–70	$1,559 \cdot 10^7$	$9,959 \cdot 10^6$
	$P = 200 \text{ кН}$	
5–30	$8,687 \cdot 10^5$	$5,769 \cdot 10^5$
5–50	$9,491 \cdot 10^5$	$6,129 \cdot 10^5$
5–70	$9,718 \cdot 10^5$	$6,208 \cdot 10^5$



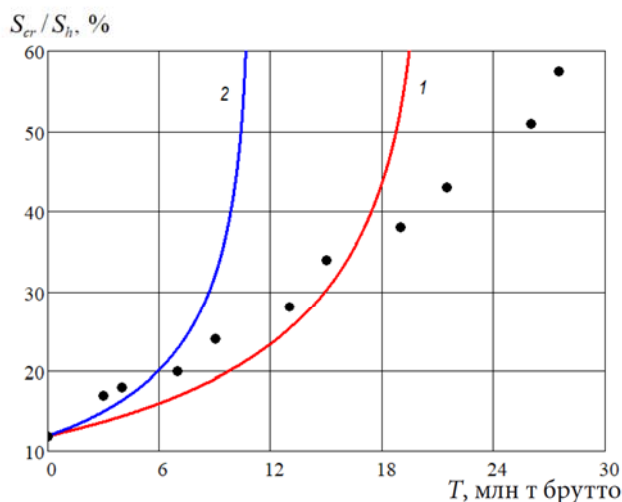


Рис. 4. Относительный размер трещины в зависимости от пропущенного тоннажа: 1 — круговая трещина; 2 — овальная трещина; ... — натурный эксперимент ТТС

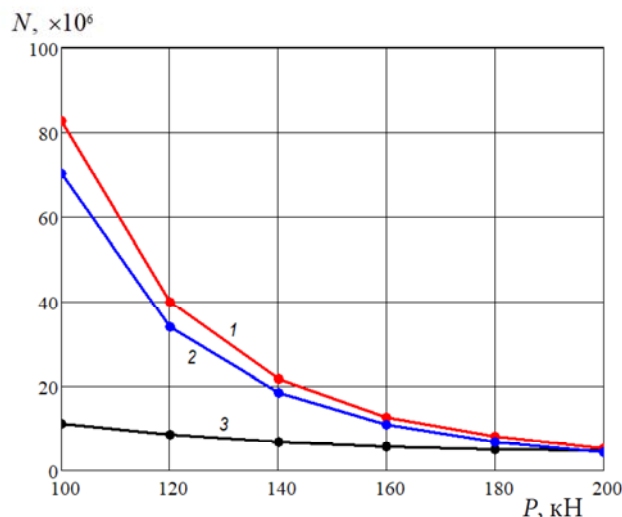


Рис. 5. Зависимость допустимого числа циклов нагружения от колесной нагрузки: 1 — круговая трещина; 2 — овальная трещина; 3 — эллиптическая трещина (по данным [3])

приведены на рис. 5 (кривая 3). Здесь же показаны аналогичные результаты, полученные для дисковидной (кривая 1) и овальной (кривая 2) трещин. Различие в усталостной долговечности, наблюдаемое при относительно малых колесных нагрузках, обусловлено не только учетом в работе [3] некоторых дополнительных факторов, но и отличиям в параметрах подрельсового основания и механических свойств рельсовой стали. Следует учитывать, что длительная эксплуатация приводит к изменению структурно-фазовых состояний металла рельсов [15].

### Заключение

Сравнительный анализ коэффициентов интенсивности напряжений для различных форм внутренних поперечных трещин в головке рельса показывает, что наилучшим образом практическим задачам отвечают две схематизации дефекта: круговая трещина, расположенная соосно в цилиндре, и овальная трещина 4-й степени при соотношении длин полуосей  $b/a = 0,75$ . Обе модели учитывают влияние границ тела на трещиностойкость конструкции. При этом предлагаемая схема круговой трещины является более предпочтительной в силу своей простоты и большего соответствия эксплуатационной практике.

Остаточный срок службы рельса с внутренней поперечной трещиной будет определяться совокупностью различных факторов в кон-

кретных условиях эксплуатации (природно-климатические условия, разный подвижной состав, нагрузки, параметры ж/д пути и др.).

### Библиографический список

1. Шур Е. А. О выборе допускаемых напряжений при прочностных расчетах рельсов // Вестник ВНИИЖТ. 1977. № 8. С. 38–41.
2. Jeong D. Y., Tang Y. H., Orringer O. Damage tolerance analysis of detail fractures in rail // Theoretical and Applied Fracture Mechanics. 1997. Vol. 28. Issue 2. Pp. 109–115.
3. Майр Р, Гроенхут Р. Развитие поперечных усталостных дефектов в головке железнодорожных рельсов // Железные дороги мира. 1981. № 10. С. 44–53.
4. Orringer O., Tang Y. H., Gordon J. E., Jeong D. Y., Morris J. M., Perlman A. B. Crack propagation life of detail fractures in rails. US Department of transportation, Research and special programs administration, Volpe national transportation systems center, Cambridge, MA 02142. Final report. October 1988. 198 p.
5. Панасюк В. В., Дмитрах Н. Д. О предельном равновесии трехмерного хрупкого тела с внутренней плоской трещиной, имеющей в плане форму овала // Прикладная механика. 1969. Т. 5, вып. 5. С. 107–111.
6. Андрейкив А. Е., Шур Е. А., Панько И. Н., Дарчук А. И., Киселева Т. Н. Расчет коэффициентов интенсивности напряжений для внутренней поперечной трещины в головке рельса // Физико-химическая механика материалов. 1980. Т. 16, № 1. С. 95–98.

7. Nuller B., Karapetian E., Kachanov M. On the stress intensity factor for the elliptical crack // *International Journal of Fracture*. 1998. Vol. 92. Issue 2. Pp. L17–L20.

8. Механика разрушения и прочность материалов: справочное пособие в 4 т. / под общ. ред. В. В. Панасюка. Киев: Наукова думка, 1990. Т. 4. 680 с.

9. Андрейкив А. Е., Шур Е. А., Дарчук А. И. Прогнозирование живучести железнодорожных рельсов в условиях эксплуатации // *Физико-химическая механика материалов*. 1988. № 2. С. 88–91.

10. Панасюк В. В. Механика квазихрупкого разрушения материалов. Киев: Наукова думка, 1991. 416 с.

11. Смирнов В. И., Майер С. С. О влиянии границ тела на циклическую трещиностойкость рельса с внутренним поперечным дефектом // *Проблемы прочности материалов и конструкций в транспортном строительстве: сб. тр. междунар. науч.-практ. конф., посв. 175-летию со дня рождения профессора Н. А. Белелюбского*. СПб.: ПГУПС, 2021. С. 186–193.

12. Смирнов В. И., Видюшенков С. А., Майер С. С. Усталостное разрушение балки с внутренней поперечной трещиной при многоцикловом нагружении // *Вестник гражданских инженеров*. 2020. № 2 (79). С. 75–81.

13. Рейхарт В. А. К вопросу о надежности рельсов при низких климатических температурах // *Вестник ВНИИЖТ*. 1992. № 7. С. 7–11.

14. Абдурашитов А. Ю., Георгиев М. Н., Межова Н. Я., Рейхарт В. А. Методика определения критической площади внутренней поперечной трещины в головке рельса для различных эксплуатационных условий // *Заводская лаборатория*. 1989. № 5. С. 77–81.

15. Панин В. Е., Иванов Ю. Ф., Юрьев А. А., Громов В. Е., Панин С. В., Кормышев В. Е., Рубанникова Ю. А. Эволюция тонкой структуры и свойств металла рельсов при длительной эксплуатации // *Физическая мезомеханика*. 2020. Т. 23. № 5. С. 85–94.

## References

1. Shur E. A. O vybore dopuskaemykh napryazheniy pri prochnostnykh raschetakh rel'sov [About selecting of allowable stresses in strength calculations of rails]. *Vestnik VNIIZhT – Bulletin of VNIIZhT*, 1977, no. 8, pp. 38–41.

2. Jeong D. Y., Tang Y. H., Orringer O. Damage tolerance analysis of detail fractures in rail. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 1997, vol. 28, iss. 2, pp. 109–115.

3. Mayr R., Groenkhut R. Razvitie poperechnykh ustalostnykh defektov v golovke zheleznodorozhnykh rel'sov [Development of transverse fatigue defects in rail head]. *Zheleznye dorogi mira – Railroads of the World*, 1981, no. 10, pp. 44–53.

4. Orringer O., et al. *Crack propagation life of detail fractures in rails*. US Department of transportation,

research and special programs administration, Volpe national transportation systems center, Cambridge, MA 02142. Final report. October 1988, 198 p.

5. Panasyuk V. V., Dmitrakh N. D. O predel'nom ravновесii trekhmernogo khрупкого tela s vnutrenney ploskoy treshchinoy, imeyushchey v plane formu ovala [On the limit equilibrium of a three-dimensional brittle body with an internal plane crack, having the form of an oval in the plane]. *Prikladnaya mekhanika – Applied Mechanics*, 1969, vol. 5, iss. 5, pp. 107–111.

6. Andreykiv A. E., et al. Raschet koefitsientov intensivnosti napryazheniy dlya vnutrenney poperechnoy treshchiny v golovke rel'sa [Calculation of stress intensity coefficients for internal transverse crack in rail head]. *Fiziko-khimicheskaya mekhanika materialov – Physico-chemical mechanics of materials*, 1980, vol. 16, no. 1, pp. 95–98.

7. Nuller B., Karapetian E., Kachanov M. On the stress intensity factor for the elliptical crack. *International Journal of Fracture*, 1998, vol. 92, iss. 2, pp. L17–L20.

8. *Mekhanika razrusheniya i prochnost' materialov. Spravochnoe posobie v 4 t.* [Fracture Mechanics and Strength of Materials. Reference book in four volumes]. Ed. by Panasyuk V. V. Kiev. Naukova dumka, 1990, vol. 4, 680 p.

9. Andreykiv A. E., Shur E. A., Darchuk A. I. Prognozirovanie zhivuchesti zheleznodorozhnykh rel'sov v usloviyakh ekspluatatsii [Prediction of railway rails survivability under operating conditions]. *Fiziko-khimicheskaya mekhanika materialov – Physico-chemical mechanics of materials*, 1988, no. 2, pp. 88–91.

10. Panasyuk V. V. *Mekhanika kvazikhрупкого razrusheniya materialov* [Mechanics of quasi-brittle fracture of materials]. Kiev, Naukova dumka, 1991, 416 p.

11. Smirnov V. I., Mayer S. S. O vliyaniy granits tela na tsiklicheskuyu treshchinostoykost' rel'sa s vnutrennim poperechnym defektom [About the effect of the body boundaries on the cyclic fracture resistance of the rail with an internal transverse defect]. *Trudy mezhdunar. nauch.-prakt. konf., posvyashchennoy 175-letiyu so dnya rozhdeniya professora N. A. Beleyubskogo «Problemy prochnosti materialov i konstruktivnykh v transportnom stroitel'stve»* [Proceedings of the International scientific-practical conference devoted to 175-th birthday of Professor N. A. Beleyubskiy "Problems of strength of materials and structures in transport constructions"]. St. Petersburg, PGUPS Publ., 2021, pp. 186–193.

12. Smirnov V. I., Vidyushenkov S. A., Mayer S. S. Ustalostnoe razrushenie balki s vnutrenney poperechnoy treshchinoy pri mnogotsiklovom nagruzhenii [Fatigue failure of a beam with internal transverse cracking under multi-cyclic loading]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2020, no. 2 (79), pp. 75–81.

13. Reykhart V. A. *K voprosu o nadezhnosti rel'sov pri nizkikh klimaticheskikh temperaturakh* [Regarding the reliability of rails at low climatic temperatures]. *Vestnik VNIIZhT – Bulletin of VNIIZhT*, 1992, no. 7, pp. 7–11.

14. Abdurashitov A. Yu., Georgiev M. N., Mezhova N. Ya., Reykhart V. A. *Metodika opredeleniya kriticheskoy ploshchadi vnutrenney poperechnoy treshchiny v golovke rel'sa dlya razlichnykh ekspluatatsionnykh usloviy* [Methodology of determination of critical area of internal

transverse crack in rail head for different operating conditions]. *Zavodskaya laboratoriya – Factory laboratory*, 1989, no. 5, pp. 77–81.

15. Panin V. E., et al. *Evolyutsiya tonkoy struktury i svoystv metalla rel'sov pri dlitel'noy ekspluatatsii* [Evolution of fine structure and properties of rail metal during long-term operation]. *Fizicheskaya mezomekhanika – Physical Mesomechanics*, 2020, vol. 23, no. 5, pp. 85–94.