

ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ НА ЧАСТОТЫ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ ТОНКОСТЕННЫХ МАГИСТРАЛЬНЫХ ГАЗОПРОВОДОВ БОЛЬШОГО ДИАМЕТРА ПРИ НАДЗЕМНОЙ ПРОКЛАДКЕ

INFLUENCE OF AMBIENT TEMPERATURE ON THE FREQUENCIES OF FREE VIBRATIONS OF THIN-WALLED MAIN GAS PIPELINES OF LARGE DIAMETER AT ABOVE-GROUND LAYING

Исследуется влияние температуры окружающей среды на динамические характеристики надземного магистрального трубопровода большого диаметра. С использованием расчетной схемы в виде тонкостенной цилиндрической оболочки и геометрически нелинейного варианта полубезмоментной теории цилиндрических оболочек определяются частоты свободных колебаний. Учтено совместное влияние внутреннего рабочего давления, параметра продольной сжимающей силы, температуры. На основании уравнения движения в усилиях, с учетом допущений полубезмоментной теории и внешних воздействий, получено уравнение движения в перемещениях. Граничные условия приняты шарнирные, рассматриваются трубы средней длины и длинные в диапазоне отношения длины к радиусу $8 < L/R < 15$ от опоры до опоры. Проведено исследование влияния изменения температуры на частоты свободных колебаний надземных газопроводов при различных значениях продольной сжимающей силы и геометрических характеристик. Установлена зависимость изменения частот свободных колебаний от нагрева и охлаждения участка трубопровода с учетом совокупного воздействия внутреннего рабочего давления и продольной сжимающей силы.

Ключевые слова: тонкостенные трубопроводы, цилиндрические оболочки, продольная сжимающая сила, полубезмоментная теория, влияние температуры.

The influence of the ambient temperature on the dynamic characteristics of the above-ground main pipeline of large diameter is investigated. On the basis of the calculation scheme in the form of a thin-walled cylindrical shell and a geometrically nonlinear version of the semi-momentless theory of cylindrical shells, the frequencies of free vibrations are determined. The design scheme takes into account the joint influence of the internal working pressure, the parameter of the longitudinal compressive force, and the temperature. On the basis of the equation of motion in forces, taking into account the assumptions of the semi-momentum theory and external influences, the equation of motion in displacements is obtained. Boundary conditions are assumed to be hinged, pipes of medium length and long ones are considered in the range of length-to-radius ratio $8 < L/R < 15$ from support to support. A study was made of the influence of temperature changes on the frequencies of free vibrations of above-ground gas pipelines for various values of the parameter of the longitudinal compressive force and geometric characteristics. The dependence of the change in the frequencies of free vibrations on the heating and cooling of the pipeline section is established, taking into account the combined effect of the internal working pressure and the parameter of the longitudinal compressive force.

Keywords: thin-walled pipelines, cylindrical shells, longitudinal compressive forces, semi-momentless theory, temperature effect.

Введение

Магистральные трубопроводы получили широкое распространение в Российской Федерации и в мире для доставки нефтепродуктов

с минимальными затратами. С течением времени для повышения эффективности начали применять трубопроводы большого диаметра (более 1000 мм), в настоящее время все чаще встреча-

ются трубы диаметром 1420 мм. Такого типа трубопроводы являются тонкостенными, толщина стенки от 12 до 24 мм, поэтому их расчет следует проводить не по классической стержневой теории, а по теории цилиндрических оболочек. Это обусловлено тем, что теория стержней не позволяет учесть в определяемых собственных частотах два важных фактора: внутреннее рабочее давление и деформацию поперечного сечения.

Оболочки в качестве общей расчетной схемы широко применяются в аэрокосмической, нефтехимической, ядерной энергетике, трубопроводном транспорте и других отраслях промышленности [1, 2]. Для обеспечения безопасности этих конструкций необходимо точно рассчитать их прочность, жесткость и устойчивость, в том числе и динамическую устойчивость. А. Горбанпур [3] для тонкой цилиндрической оболочки, подверженной различным температурным нагрузкам, на основе улучшенных уравнений равновесия и устойчивости получил величину термоупругой потери устойчивости при различных тепловых нагрузках. В работе [4] на основе вариационной постановки задачи была разработана модель колебаний тонкостенной цилиндрической оболочки при равномерном температурном воздействии, решение подтверждено результатами эксперимента. Также следует отметить решения авторов [5–15], имеющих научные результаты по данному направлению.

Целью данной работы является определение частот свободных колебаний тонкостенного надземного участка газопровода, работающего в различных температурных режимах, в том числе подверженного действию продольной сжимающей силы и постоянного внутреннего рабочего давления. В первом приближении рассматривается трубопровод без учета теплоизоляционного слоя, это влияние будет учтено в дальнейшей работе.

Методика расчета

Решения, полученные в представленной работе, базируются на апробированных методах математики и строительной механики. За основу принимается полубезмоментная теория цилиндрических оболочек В. З. Власова – В. В. Новожилова [16, 17]. Эта теория построена на допущениях, обоснованных для общего случая А. Л. Гольденвейзером, а для расчета тонкостенных труб — Э. Л. Аксельрадом и В. П. Ильиным [19].

В монографии [3] также предложен геометрически нелинейный вариант полубезмоментной теории оболочек, который позволяет учесть влияние деформации поперечного сечения и внутреннего рабочего давления на частоты свободных колебаний.

Описание исследования

В данной работе рассмотрим расчетную схему участка трубопровода в виде однородной изотропной цилиндрической оболочки с шарнирным типом закрепления:

$$v|_{\xi=0, \xi=L/R} = 0; \vartheta_2|_{\xi=0, \xi=L/R} = 0; w|_{\xi=0, \xi=L/R} = 0; \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2}|_{\xi=0, \xi=L/R} = 0.$$

Оболочка подвержена действию постоянного внутреннего рабочего давления p , продольной сжимающей силы F и температуры, которая по толщине оболочки распределяется равномерно.

Рассмотрим уравнение движения элемента срединной поверхности цилиндрической оболочки в усилиях [18]:

$$\frac{\partial^2 n_1}{\partial \xi^2} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\tau \frac{\partial M_2}{\partial \theta} \right) - \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left(\frac{R_2^*}{R_1^*} T_1 \right) - \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left(R_2^* \frac{\partial^2 M_2}{\partial \theta^2} \right) - \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{R_2^*} \frac{\partial M_2}{\partial \theta} \right) + R \frac{\partial X_1}{\partial \xi} - R \frac{\partial X_2}{\partial \theta} - \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left(R_2^* X_3 \right) = 0, \quad (1)$$

где $T_1 = E h \varepsilon_1$ — продольное тангенциальное усилие; E — модуль упругости материала трубы (оболочки); h — толщина оболочки; $M_2 = D \kappa_2$ — изгибающий момент в окружном направлении; $\tau = -\frac{1}{R} \frac{\partial \vartheta_2}{\partial \xi}$ — кручение срединной поверхности; R — радиус срединной поверхности оболочки; ϑ_2 — угол поворота касательной к средней линии поперечного сечения оболочки; $\varepsilon_1 = \varepsilon_0 + \frac{\partial u}{\partial \xi}$, $\varepsilon_0 = \frac{F}{EA}$, $A = 2\pi R h$ — площадь поперечного сечения оболочки; ξ и θ — координаты в продольном и окружном направлении; $\frac{1}{R_1^*} = -\frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2}$, $\frac{1}{R_2^*} = \frac{1}{R} + \kappa_2 = \frac{1}{R} \left(1 - \frac{\partial \vartheta_2}{\partial \theta} \right)$ — радиус кривизны средней линии поперечного сечения оболочки в деформированном состоянии в продольном и окружном направлении.

Согласно полубезмоментной теории в данном уравнении сохранено тангенциальное усилие T_1

и изгибающий момент в окружном направлении M_2 , а также остальные компоненты внешних нагрузок: X_1, X_2, X_3 .

Продольная сила F учтена в продольной деформации оболочки ε_1 в виде двух частей. Первая часть (исходная деформация) определяется в предположении недеформируемости сечений, т. е. как в балке, а вся величина относительного удлинения в продольном направлении имеет вид

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_0 + \frac{\partial u}{\partial \xi}. \quad (2)$$

Добавим слагаемое T_1 , учитывающее равномерное изменение температуры по толщине оболочки:

$$T_1 = Eh(\varepsilon_1 - \alpha_m \Delta T), \quad (3)$$

где α_m — коэффициент линейного расширения материала оболочки, $^{\circ}\text{C}^{-1}$; $\Delta T = T - T_0$, где T — внутренняя температура, T_0 — наружная, $^{\circ}\text{C}$.

Влияние температуры на материалы в машиностроении достаточно полно описано в работах И. А. Биргера [20] и Ze-Wu Wang [21], что позволяет учесть данное слагаемое температурной деформации при решении уравнения в перемещениях, полученного на основании геометрически нелинейной полубезмоментной теории оболочек среднего изгиба.

Поставив соотношения полубезмоментной теории [18] в уравнение движения (1), после преобразований получим линеаризованное уравнение, в котором отброшены члены, нелинейные относительно неизвестных функций, но в то же время сохранены члены, нелинейные относительно внутреннего рабочего давления p_0 [19]. В результате дифференциальное уравнение движения оболочки в перемещениях принимает вид:

$$\frac{\partial^3 u}{\partial \xi^3} + h_v^2 \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} \left(\vartheta_2 + \frac{\partial^2 \vartheta_2}{\partial \theta^2} \right) + 2 \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} (\varepsilon_0 - \alpha_m \Delta T) \right) - \frac{R}{Eh} p_0 \frac{\partial^3 \vartheta_2}{\partial \theta^3} - \frac{R^2 \rho}{E} \left(\frac{\partial^3 u}{\partial \xi \partial t^2} - \frac{\partial^3 v}{\partial \theta \partial t^2} - \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial t^2} \right) = 0, \quad (4)$$

где u, v, w — компоненты перемещения срединной поверхности оболочки, отнесенные к радиусу R ; E — модуль упругости материала оболочки; ν — коэффициент Пуассона; h_v — параметр относительной толщины оболочки:

$$h_v = \frac{h}{R\sqrt{12(1-\nu^2)}}. \quad (5)$$

Полученное уравнение (4) содержит четыре неизвестные функции: u, v, w и ϑ_2 . Дополним его уравнениями, определяющими компоненты перемещений [18], далее решим систему уравнений в перемещениях:

$$\begin{aligned} w &= \sum_m \sum_n f(t) \sin(\lambda_n \xi) \cos(m\theta); \\ u &= -\sum_m \sum_n \frac{\lambda_n}{m^2} f(t) \cos(\lambda_n \xi) \cos(m\theta); \\ v &= -\sum_m \sum_n \frac{1}{m} f(t) \sin(\lambda_n \xi) \sin(m\theta); \\ \vartheta_2 &= -\sum_m \sum_n \frac{m^2 - 1}{m} f(t) \sin(\lambda_n \xi) \sin(m\theta), \end{aligned} \quad (6)$$

где $\lambda_n = \frac{n\pi R}{L}$; $m, n = 1, 2, \dots$ — волновые числа в окружном и продольном направлениях.

Решим представленную систему уравнений методом разделения переменных, т. е. методом Фурье.

Полагая, что свободные колебания оболочки являются гармоническими, представим функцию времени $f(t)$ в виде

$$f(t) = \sin \omega_{mn} t, \quad f''(t) = -\omega_{mn}^2 \sin \omega_{mn} t, \quad (7)$$

где ω_{mn} — круговая частота свободных изгибных колебаний оболочки по формам $m, n = 1, 2, 3, \dots$

Вычислим входящие в это уравнение производные:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^3 u}{\partial \xi^3} &= -\sum_m \sum_n \frac{\lambda_n^4}{m^2} f(t) \sin \lambda_n \xi \cos m\theta; \\ \frac{\partial^5 \vartheta_2}{\partial \theta^5} &= \sum_m \sum_n m^4 (m^2 - 1) f(t) \sin \lambda_n \xi \cos m\theta; \\ \frac{\partial^3 \vartheta_2}{\partial \theta^3} &= -\sum_m \sum_n m^2 (m^2 - 1) f(t) \sin \lambda_n \xi \cos m\theta; \\ \frac{\partial^3 u}{\partial \xi \partial t^2} &= \sum_m \sum_n \frac{\lambda_n^2}{m^2} f''(t) \sin \lambda_n \xi \cos m\theta; \\ \frac{\partial^3 v}{\partial \theta \partial t^2} &= -\sum_m \sum_n f''(t) \sin \lambda_n \xi \cos m\theta; \\ \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial \xi^2} &= \sum_m \sum_n m^2 \lambda_n^2 f(t) \sin \lambda_n \xi \cos m\theta; \\ \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial t^2} &= -\sum_m \sum_n m^2 f''(t) \sin \lambda_n \xi \cos m\theta. \end{aligned} \quad (8)$$

Подставив выражения (8) в дифференциальное уравнение (4) и приравняв коэффициенты при одинаковых тригонометрических функциях, получим

$$\left[-\frac{\lambda_n^4}{m^2} - h_v^2 m^2 (m^2 - 1) - h_v^2 m^4 (m^2 - 1) + \right. \\ \left. + 2m^2 \lambda_n^2 (\varepsilon_0 - \alpha_B \Delta T) - \frac{R}{Eh} p_0 m^2 (m^2 - 1) \right] f(t) -$$

$$-\frac{R^2 \rho}{E} \left(\frac{\lambda_n^2}{m^2} - 1 - m^2 \right) f''(t) = 0. \quad (9)$$

Умножим все выражение на минус m^2 и поделим на h_v^2 , получим систему разделяющихся дифференциальных уравнений:

$$\left\{ \tilde{\lambda}_n^4 + m^4 (m^2 - 1) (m^2 - 1 + p^*) - 2\lambda_n^2 m^4 (\varepsilon_0^* - \alpha_m \Delta T) \right\} \times \\ \times f(t) + \rho^* R h \left[\tilde{\lambda}_n^2 h_v + m^2 + m^4 \right] f''(t) = 0, \quad (10)$$

где $\tilde{\lambda}_n = \frac{n\pi R}{L\sqrt{h_v}}$; $p^* = p \frac{R}{E h h_v^2}$; $\rho^* = \rho \frac{R}{E h h_v^2}$; $\varepsilon_0^* = \frac{F}{E A h_v^2}$.

Дополним (10) выражениями (7), получим

$$\tilde{\lambda}_n^4 + m^4 (m^2 - 1) (m^2 - 1 + p^*) - 2\lambda_n^2 m^4 (\varepsilon_0^* - \alpha_m \Delta T) - \\ - \rho^* R h \left(\tilde{\lambda}_n^2 h_v + m^2 + m^4 \right) \omega_{mn}^2 = 0. \quad (11)$$

Для расширения класса задачи введем безразмерный параметр $P = F / F_3$, где $F_3 = \frac{\pi^2 E I}{L^2}$ сила Эйлера, $I = \pi R^3 h$ для кольца. Для этого слагаемое $\mu_0^* = \frac{F}{E A h_v^2}$ умножим на единицу, где $1 = \frac{F_3}{F_3}$. Тогда $\frac{P}{E A h_v^2} \times F_3 = \frac{P}{2n^2 h_v^2} \times \lambda_n^2$.

В результате преобразований получим:

$$\tilde{\lambda}_n^4 + m^4 (m^2 - 1) (m^2 - 1 + p^*) - \tilde{\lambda}_n^4 m^4 \left(\frac{P}{n^2} \right) + \\ + \tilde{\lambda}_n^2 m^4 (T^*) - \rho^* R h \left(\tilde{\lambda}_n^2 h_v + m^2 + m^4 \right) \omega_{mn}^2 = 0, \quad (12)$$

где $T^* = \frac{2\alpha_m \Delta T}{h_v}$.

Преобразуя (12), получим общее выражение для квадрата частоты свободных колебаний ω_{mn}^2 прямолинейного участка газопровода, позволяющее исследовать влияние изменения температуры окружающей среды с учетом внутреннего рабочего давления, параметра продольной сжимающей силы, геометрических характеристик на частоты свободных колебаний надземного газопровода конечной длины L :

$$\omega_{mn}^2 = \frac{\left(\tilde{\lambda}_n^4 + m^4 (m^2 - 1) (m^2 - 1 + p^*) - \right. \\ \left. - \tilde{\lambda}_n^4 m^4 \left(\frac{P}{n^2} \right) + \tilde{\lambda}_n^2 m^4 (T^*) \right)}{\rho^* R \cdot h \left(\tilde{\lambda}_n^2 h_v + m^2 + m^4 \right)}, \quad (13)$$

где $P = \frac{F}{F_3}$ — безразмерный параметр продольной сжимающей силы.

Рассмотрим однородную изотропную стальную цилиндрическую оболочку, являющуюся участком трубопровода, со следующими характеристиками: соотношение толщины стенки h к радиусу R равно 1/50 (диаметр 1420 мм и толщина стенки 14,2 мм) и соотношение длины к радиусу $L/R = 10$. Участок подвержен действию продольной сжимающей силы, где значение безразмерного параметра P изменяется в диапазоне от 0 до 0,2. Внутреннее рабочее давление изменяется в диапазоне от 0 до 7 МПа. Модуль упругости материала стальной трубы $E_{ст} = 2 \cdot 10^5$ МПа. При температуре от 27 до 100 °С температурный коэффициент линейного расширения стали в среднем составляет от 10 до $18 \cdot 10^{-6}$ °С⁻¹, для тестовых расчетов примем среднее значение $14 \cdot 10^{-6}$ °С⁻¹.

В зависимости от периода года и проектных решений температура газа в газопроводе варьируется от 10 до 50 °С, а температура окружающей среды, например, на участке магистрального трубопровода «Сила Сибири» в окрестностях Новый Уренгой — Нижневартовск, — от -30 до +20 °С. В связи с этим рассмотрим изменения температурного режима в широком диапазоне, приняв среднее значение температуры транспортируемого газа в 20 °С.

Основной задачей данного расчета является демонстрация изменения тенденций увеличения/уменьшения значений частот свободных колебаний участка трубопровода в зависимости от внутреннего рабочего давления и параметра продольной сжимающей силы, а также значений температуры окружающей среды и транспортируемого продукта. Значения частот определены по формуле (13), сведены в табл. 1, 2 и показаны на графиках на рис. 1, при $n = 1, m = 1, 2, 3$ и различных механических характеристиках.

Используя динамический критерий устойчивости (когда частота обращается в ноль), приравняем значение частоты, вычисленное по формуле (13), к нулю и выразим $P_{кр}$ с учетом слагаемого температурной деформации:

$$P_{кр} = \frac{\lambda_n^4 + m^4 (m^2 - 1) (m^2 - 1 + p^*) + \lambda_n^2 m^4 (T^*)}{\lambda_n^4 m^4} n^2. \quad (14)$$

Полученное выражение позволяет определить критический параметр продольной сжимающей силы, при котором происходит потеря

статической устойчивости, например, арочный выброс или сплющивание поперечного сечения. В табл. 2 сведены частоты свободных колебаний при различных значениях ΔT и параметров продольной сжимающей силы P . Для каждого случая дополнительно по формуле (14) определены $P_{кр}$, при которых частота обращается в ноль. Наибольший практический интерес имеет именно наименьшая частота. Как уже было ранее доказано [18], наименьшая частота реализуется при ω_{21} , что соответствует оболочечной форме колебаний (образование одной полуволны в продольном и двух в окружном направлениях).

Основные выводы

В результате исследования влияния температуры на частоты свободных колебаний было выявлено следующее:

1. Влияние температуры больше всего сказывается на трубопроводах с низким давлением, так, например, при $p = 0$ при изменении температуры от 0 до 50 °C частоты возрастают на 7,8 %, а при $p = 5$ МПа рост составляет всего 1,5 %. Это объясняется тем, что при возросшем внутреннем рабочем давлении жесткость трубопровода-оболочки сильно увеличивается и влияние температуры снижается.

2. При изменении температуры от 0 до 50 °C увеличивается критическое значение продольной сжимающей силы, при которой происходит потеря устойчивости, так, например, при $p = 3$ МПа рост $P_{кр}$ составляет 5 %.

Заключение
В представленной работе проведено исследование влияния изменения температурного режима трубопровода на частоты свободных колебаний. Было установлено, что при охлаждении трубопровода повышается его жесткость, а при нагреве, наоборот, снижается, и чем больше нагрев, тем меньше частоты. В работе [4] было проведено исследование влияния температуры на тонкую цилиндрическую оболочку, и в целом тенденция изменения частот хорошо коррели-

Таблица 1

Зависимость частот свободных колебаний ω_{mn} (Гц) от различных значений внутреннего рабочего давления p_0 и разницы температур ΔT , °C (при $h/R = 1/50$, $L/R = 10$; $T_{вн} = 20$ °C; $P = 0$)

$p_0 = 0$ МПа							
$\Delta T = T_{вн} - T_{внешн}$, °C	0	10	20	30	35	40	50
ω_{11}	78,95	79,07	79,19	79,31	79,37	79,43	79,55
ω_{21}	31,53	32,03	32,52	33,00	33,24	33,48	33,95
ω_{31}	53,87	54,20	54,53	54,86	55,02	55,18	55,50
$p_0 = 1$ МПа							
$\Delta T = T_{вн} - T_{внешн}$, °C	0	10	20	30	35	40	50
ω_{11}	78,95	79,07	79,19	79,31	79,37	79,43	79,55
ω_{21}	42,07	42,45	42,82	43,19	43,37	43,55	43,92
ω_{31}	72,38	72,63	72,87	73,12	73,24	73,36	73,61
$p_0 = 3$ МПа							
$\Delta T = T_{вн} - T_{внешн}$, °C	0	10	20	30	35	40	50
ω_{11}	78,95	79,07	79,19	79,31	79,37	79,43	79,55
ω_{21}	57,64	57,91	58,19	58,46	58,59	58,73	59,00
ω_{31}	99,56	99,74	99,92	100,10	100,19	100,28	100,46
$p_0 = 5$ МПа							
$\Delta T = T_{вн} - T_{внешн}$, °C	0	10	20	30	35	40	50
ω_{11}	78,95	79,07	79,19	79,31	79,37	79,43	79,55
ω_{21}	69,82	70,04	70,27	70,49	70,61	70,72	70,94
ω_{31}	120,78	120,93	121,07	121,22	121,30	121,37	121,52

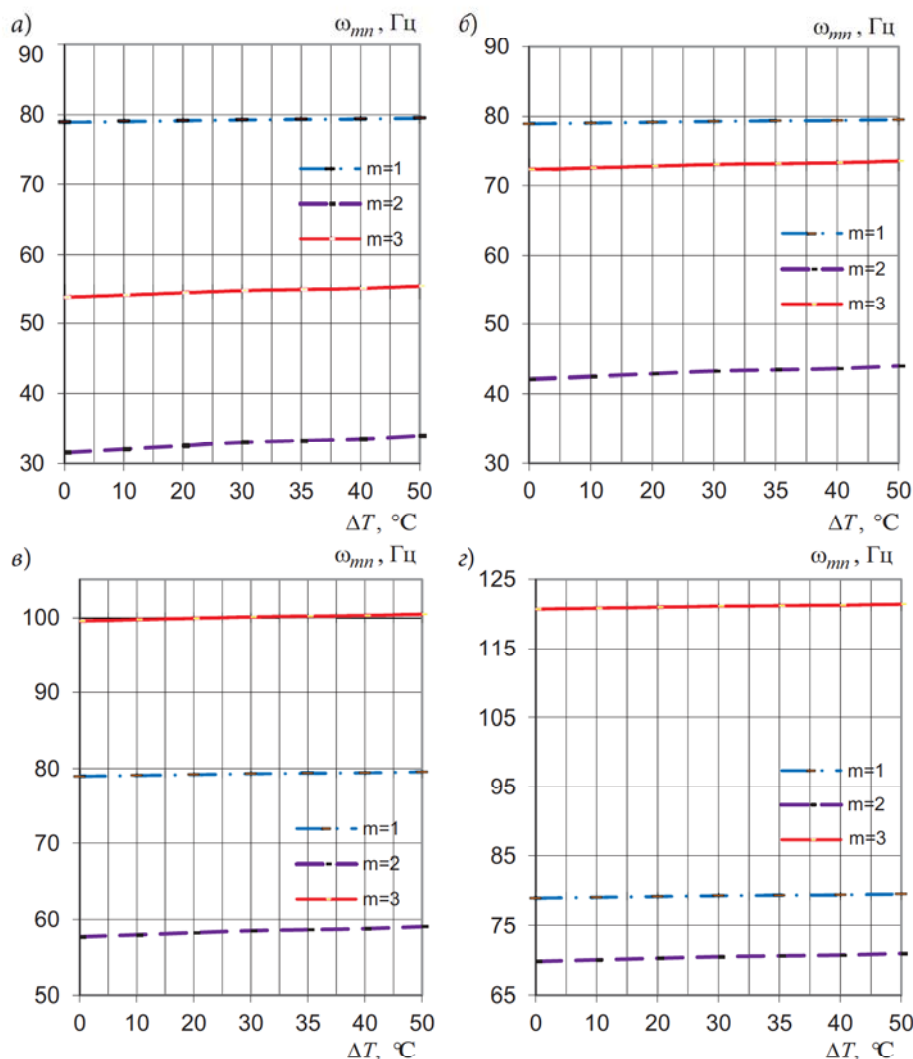


Рис. 1. Зависимость частот свободных колебаний ω_{mn} (Гц) от разницы температур ΔT (°C) при внутреннем рабочем давлении p_0 : а — 0 МПа; б — 1 МПа; в — 3 МПа; з — 5 МПа

рует с результатами, полученными в данной работе. Более существенное влияние температуры на частоты будет оказываться при нагреве свыше 250–300 °C, где частоты будут уменьшаться более чем на 20 %, а это уже существенно.

Данная работа является первым результатом учета влияния температуры на частоты свободных колебаний трубопроводов-оболочек с позиции геометрически нелинейного варианта полубезмоментной теории цилиндрических оболочек. В последующих работах будет проводиться исследование влияния температурного режима трубопровода с учетом упругой среды, в которой он находится, при различных смоделированных ситуациях.

Библиографический список

1. Teng J. G. Buckling of thin shells: recent advances and trends // Applied Mechanical Reviews. 1996. Vol. 49 (4). Pp. 263–274.
2. Thang P. T. Analytical solution for thermal buckling analysis of rectangular plates with functionally graded coatings // Aerospace Science and Technology. 2016. Vol. 55. Pp. 465–473.
3. Ghorbanpour A. Critical temperature of short cylindrical shells based on improved stability equation // Journal of Applied Sciences. 2002. Vol. 2 (4). Pp. 448–452.
4. Сысоев Е. О., Добрышкин А. Ю., Сысоев О. Е., Журавлева Е. В. Моделирование колебаний тонкостенной цилиндрической оболочки при равномерном температурном воздействии при вариацион-

Зависимость минимальных частот свободных колебаний ω_{21} (Гц) от различных значений параметра продольной сжимающей силы P и разницы температур ΔT (при $h/R = 1/50$; $p_0 = 3$ МПа; $L/R = 10$)

$\Delta T = 0^\circ\text{C}$						
P , МПа	0	0,05	0,1	0,2	$P_{кр} = 0,319$	
ω_{21}	57,64	52,93	47,75	35,21	0	
$\Delta T = 30^\circ\text{C}$						
P , МПа	0	0,05	0,1	0,2	0,3	$P_{кр} = 0,328$
ω_{21}	58,45	53,82	48,74	36,53	17,13	0
$\Delta T = 50^\circ\text{C}$						
P , МПа	0	0,1	0,2	0,25	0,3	$P_{кр} = 0,334$
ω_{21}	59,00	49,39	37,39	29,62	18,89	0

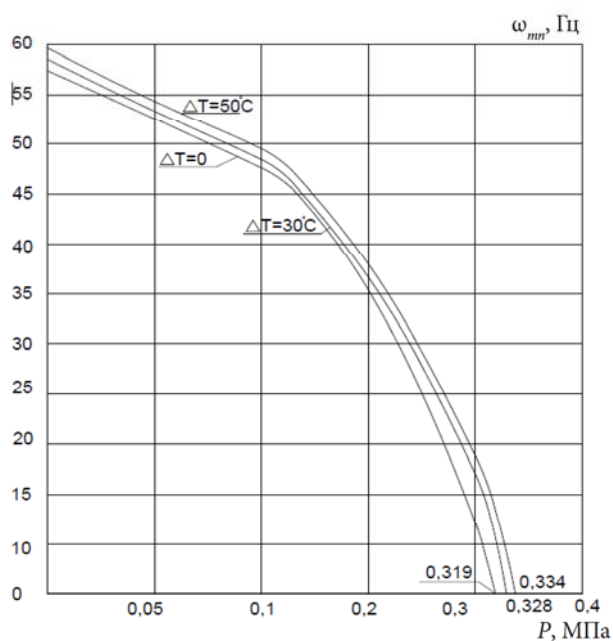


Рис. 2. Зависимость минимальных частот свободных колебаний ω_{21} (Гц), от различных значений параметра продольной сжимающей силы P и разницы температур ΔT

ной постановке задачи // Труды МАИ. 2021. № 117. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/modelirovanie-kolebaniy-tonkostennoy-tsilindricheskoy-obolochki-pri-ravnomernom-temperaturnom-vozdeystviy-pri-variantionnoy> (дата обращения: 30.06.2022).

5. Li G. Q., Han J., Lou G. B., Wang Y. C. Predicting intumescent coating protected steel temperature in fire using constant thermal conductivity // *Thin-Walled Structures*. 2016. Vol. 98. Pp. 177–184.

6. Yang G. T., Bradford M. A. Thermal-induced buckling and postbuckling analysis of continuous railway

tracks // *International Journal of Solids and Structures*. 2016. Vol. 97–98. Pp. 637–649.

7. Eslami M. R., Javaheri R. Buckling of composite cylindrical shells under mechanical and thermal loads // *Journal of Thermal Stresses*. 1999. Vol. 22 (6). Pp. 527–545.

8. Darvizeh M., Darvizeh A., Shaterzadeh A. R., Ansari R. Thermal buckling of spherical shells with cut-out // *Journal of Thermal Stresses*. 2010. Vol. 33 (5). Pp. 441–458.

9. Sofiyev A. H., Kuruoglu N. Non-linear buckling of an FGM truncated conical shell surrounded by an elastic medium // *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. 2013. Vol. 107. Pp. 38–49.

10. Sofiyev A. H. Thermal buckling of FGM shells resting on a two-parameter elastic foundation // *Thin-Walled Structures*. 2011. Vol. 49 (10). Pp. 1304–1311.

11. Eslami M. R., Ziaii A. R., Ghorbanpour A. Thermoelastic buckling of thin cylindrical shells based on improved stability equations // *Journal of Thermal Stresses*. 1996. Vol. 19 (4). Pp. 299–315.

12. Shahsiah R., Eslami M. R. Thermal buckling of functionally graded cylindrical shell // *Journal of Thermal Stresses*. 2003. Vol. 26 (3). Pp. 277–294.

13. Shahsiah R., Eslami M. R. Functionally graded cylindrical shell thermal instability based on improved Donnell equations // *AIAA Journal*. 2003. Vol. 41 (9). Pp. 1819–1826.

14. Shahsiah R., Eslami M. R., Naj R. Thermal instability of functionally graded shallow spherical shell // *Journal of Thermal Stresses*. 2006. Vol. 29 (8). Pp. 771–790.

15. Eslami M. R., Shahsiah R. Thermal buckling of imperfect cylindrical shells // *Journal of Thermal Stresses*. 2001. Vol. 24 (1). Pp. 71–89.

16. Новожилов В. В. Теория тонких оболочек. 2-е изд., доп. и перераб. Л.: Судпромгиз, 1962. 430 с.

17. Власов В. З. Общая теория оболочек и ее приложения в технике. М.; Л.: Гостехиздат, 1949. 784 с.

18. Разов И. О., Соколов В. Г., Коркишко А. Н., Ермолаев А. Н. Аналитические методы расчета динамических характеристик прямолинейных тонкостенных трубопроводов большого диаметра при наземной прокладке. М.: Общество с ограниченной ответственностью «КОНВЕРТ», 2019. 128 с. ISBN 978-5-6043840-6-0.
19. Аксельрад Э. Л., Ильин В. П. Расчет трубопроводов. Л.: Машиностроение, 1972. 240 с.
20. Термопрочность деталей машин / под общ. ред. И. А. Биргера, Б. Ф. Шорра. М.: Машиностроение, 1975. 455 с.
21. Wang Z.-W., Quanfeng H., Nash D. H., Liu P.-Q. Investigation on inconsistency of theoretical solution of thermal buckling critical temperature rise for cylindrical shell // *Thin-Walled Structures*. 2017. Vol. 119. Pp. 438–446.

References

1. Teng J. G. Buckling of thin shells: recent advances and trends. *Applied Mechanical Reviews*, 1996, vol. 49(4), pp. 263–274.
2. Thang P. T. Analytical solution for thermal buckling analysis of rectangular plates with functionally graded coatings. *Aerospace Science and Technology*, 2016, vol. 55, pp. 465–473.
3. Ghorbanpour A. Critical temperature of short cylindrical shells based on improved stability equation. *Journal of Applied Sciences*, 2002, vol. 2 (4), pp. 448–452.
4. Sysoev E. O., Dobryshkin A. Yu., Sysoev O. E., Zhuravleva E. V. *Modelirovanie kolebaniy tonkostennoy tsilindricheskoy obolochki pri ravnomernom temperaturnom vozdeystvii pri variatsionnoy postanovke zadachi* [Simulation of the vibrations of a thin-walled cylindrical shell at a uniform temperature impact at variational formulation of the problem]. *Trudy MAI – Proceedings of MAI*, 2021, no. 117. Available at: <https://cyberleninka.ru/article/n/modelirovanie-kolebaniy-tonkostennoy-tsilindricheskoy-obolochki-pri-ravnomernom-temperaturnom-vozdeystvii-pri-variatsionnoy> (accessed: 30.06.2022).
5. Li G. Q., Han J., Lou G. B., Wang Y. C. Predicting intumescent coating protected steel temperature in fire using constant thermal conductivity. *Thin-Walled Structures*, 2016, vol. 98, pp. 177–184.
6. Yang G. T., Bradford M. A. Thermal-induced buckling and postbuckling analysis of continuous railway tracks. *International Journal of Solids and Structures*, 2016, vol. 97–98, pp. 637–649.
7. Eslami M. R., Javaheri R. Buckling of composite cylindrical shells under mechanical and thermal loads. *Journal of Thermal Stresses*, 1999, vol. 22 (6), pp. 527–545.
8. Darvizeh M., Darvizeh A., Shaterzadeh A. R., Ansari R. Thermal buckling of spherical shells with cut-out. *Journal of Thermal Stresses*. 2010, vol. 33 (5), pp. 441–458.
9. Sofiyev A. H., Kuruoglu N. Non-linear buckling of an FGM truncated conical shells surrounded by an elastic medium. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 2013, vol. 107, pp. 38–49.
10. Sofiyev A. H. Thermal buckling of FGM shells resting on a two-parameter elastic foundation. *Thin-Walled Structures*, 2011, vol. 49 (10), pp. 1304–1311.
11. Eslami M. R., Ziaei A. R., Ghorbanpour A. Thermoelastic buckling of thin cylindrical shells based on improved stability equations. *Journal of Thermal Stresses*, 1996, vol. 19 (4), pp. 299–315.
12. Shahsiah R., Eslami M. R. Thermal buckling of functionally graded cylindrical shell. *Journal of Thermal Stresses*, 2003, vol. 26 (3), pp. 277–294.
13. Shahsiah R., Eslami M. R. Functionally graded cylindrical shell thermal instability based on improved Donnell equations. *AIAA Journal*, 2003, vol. 41 (9), pp. 1819–1826.
14. Shahsiah R., Eslami M. R., Naj R. Thermal instability of functionally graded shallowspherical shell. *Journal of Thermal Stresses*, 2006, vol. 29 (8), pp. 771–790.
15. Eslami M. R., Shahsiah R. Thermal buckling of imperfect cylindrical shells. *Journal of Thermal Stresses*, 2001, vol. 24 (1), pp. 71–89.
16. Novozhilov V. V. *Teoriya tonkikh obolochek* [The theory of thin-walled shells]. 2-nd ed., revised. Leningrad, Sudpromgiz Publ., 1962, 430 p.
17. Vlasov V. Z. *Obshchaya teoriya obolochek i ee prilozheniya v tekhnike* [General theory of shells and its applications in engineering]. Moscow, Leningrad, Gostekhizdat Publ., 1949, 784 p.
18. Razov I. O., Sokolov V. G., Korkishko A. N., Ermolaev A. N. *Analiticheskie metody rascheta dinamicheskikh kharakteristik pryamolineynykh tonkostennykh truboprovodov bol'shogo diametra pri nazemnoy prokladke* [Analytical methods for the calculation of the dynamic characteristics of straight-lined thin-walled pipelines of large diameter at above-ground laying]. Moscow, KONVERT Publ., 2019, 128 p. ISBN 978-5-6043840-6-0.
19. Akse'rad E. L., Il'in V. P. *Raschet truboprovodov* [Calculation of pipelines]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1972, 240 p.
20. *Termoprochnost' detaley mashin* [Heat resistance of machine parts]. Ed. by Birger I. A., Shorr B. F. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1975, 455 p.
21. Wang Z.-W., Quanfeng H., Nash D. H., Liu P.-Q. Investigation on inconsistency of theoretical solution of thermal buckling critical temperature rise for cylindrical shell. *Thin-Walled Structures*, 2017, vol. 119, pp. 438–446.