

УДК 624.131

© В. М. Полунин, канд. техн. наук, доцент
© Р. В. Бурцев, аспирант
(Санкт-Петербургский государственный
архитектурно-строительный университет,
Санкт-Петербург, Россия)
E-mail: n1ce2u@yandex.ru, roburtsev@mail.ru

DOI 10.23968/1999-5571-2023-20-4-46-53

© V. M. Polunin, PhD in Sci. Tech., Associate Professor
© R. V. Burtsev, post-graduate student
(Saint Petersburg State University
of Architecture and Civil Engineering,
St. Petersburg, Russia)
E-mail: n1ce2u@yandex.ru, roburtsev@mail.ru

АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ИЗБЫТОЧНОГО ПОРОВОГО ДАВЛЕНИЯ В ВОДОНАСЫЩЕННОМ ОСНОВАНИИ В УСЛОВИЯХ ДВУХ И БОЛЕЕ ФУНДАМЕНТОВ КОНЕЧНОЙ ШИРИНЫ

ANALYTICAL SOLUTION OF THE PROBLEM OF DETERMINING THE EXCESS PORE PRESSURE IN A WATER-SATURATED BASE UNDER CONDITIONS OF TWO OR MORE FOUNDATIONS OF FINITE WIDTH

Рассматривается плоская задача консолидации водонасыщенного основания под воздействием местных нагрузок. В качестве расчетного примера представлена задача о нахождении избыточного порового давления на различных промежутках времени при постоянных симметричных нагрузках в рамках двух фундаментов конечной ширины. Приведены изолинии избыточных поровых давлений, полученные на основе приведенных в настоящей статье дифференциальных уравнений и численных решений в программном комплексе Plaxis 2D. Выполнено сопоставление результатов.

Ключевые слова: избыточное поровое давление, осадка, основание, фундамент конечной ширины, Plaxis 2D.

A plane problem of consolidation of a water-saturated base under the influence of local loads is considered. As a calculation example, the problem of finding the excess pore pressure at different time intervals under constant symmetrical loads within two foundations of finite width is presented. The isofields of excess pore pressures are given, which were obtained on the basis of the differential equations given in this article and numerical solutions in the Plaxis 2D software package. A comparison of the results is made.

Keywords: excess pore pressure, settlement, base, finite width foundation, Plaxis 2D.

Введение

В основаниях фундаментов возникает сложное неоднородное напряженно-деформированное состояние, меняющееся в пространстве и времени и характеризующееся процессами консолидации и ползучести. На практике решение задач определения деформаций в основании сводится к решению, изложенному в СП 22.13330.2016 «Основания зданий и сооружений», где рекомендуется метод послойного суммирования и метод линейно-деформируемого слоя, но су-

ществующие аналитические методы расчета осадок оснований фундаментов не учитывают развития деформаций во времени, структурную прочность грунта и дают расхождения стабилизированных расчетных значений осадок от натуральных наблюдений [1]. Изучение решений различных задач консолидации во времени основания фундаментов конечной ширины является актуальным многие годы. Изучение тех или иных тем, связанных с консолидацией и ползучестью основания, а также учет совместной работы

системы «основание–здание (сооружение)» являются одними из самых прогрессивных и востребованных направлений в рамках современной геотехнической практики. Особый вклад в развитие теорий консолидации грунтовых массивов, а также реологических процессов внесли К. Терцаги [2, 3], А. Скемптон [4], С. С. Вялов [5], В. А. Флорип [6], Ю. К. Зарецкий [7], С. Р. Месчян [8, 9], З. Г. Тер-Мартirosян [10], решения которых используются и по сей день.

В настоящей работе рассматривается решение задачи по количественной оценке НДС водонасыщенных оснований двух плитных фундаментов конечной ширины с учетом объемных и сдвиговых деформаций и степенью водонасыщения $Sr \leq 1$.

Материалы и методы

«Переходя к полосовым нагрузкам, отметим, что при определении порового давления в процессе фильтрационной консолидации важную роль играют граничные условия поверхности основания по водопроницаемости. В этом смысле полосовые нагрузки можно подразделить на водопроницаемые и водонепроницаемые. В первом случае водопроницаемость поверхности основания принимается везде одинаковой, в том числе и в пределах полосы загрузки. Во втором случае водопроницаемость поверхности основания сохраняется только за пределами полосы загрузки» [11].

В настоящей работе рассматривается решение консолидационной задачи от полосовой водопроницаемой нагрузки. Приведение к полосовым нагрузкам принималось аналогично известному решению, рассматривающему напряженное состояние основания при полосовой нагрузке (решение Фламана), где составляющие напряжений в результате интегрирования имеют вид (см. рис. 1)

$$\sigma_z = \frac{2z^3}{\pi} \int_{-a}^a \frac{p(\xi) d\xi}{[(x-\xi)^2 + z^2]^2}, \quad (1)$$

где p — распределенная нагрузка, кПа; ξ — расстояние от центра приложения распределенной нагрузки до равнодействующей сосредоточенной силы dP по элементарной полосе шириной $d\xi$, м; z — координата интегрирования до искомой точки M ;

$$\sigma_x = \frac{2z}{\pi} \int_{-a}^a \frac{p(\xi) \cdot (x-\xi)^2 d\xi}{[(x-\xi)^2 + z^2]^2}; \quad (2)$$

$$\tau_{xz} = \frac{2z^2}{\pi} \int_{-a}^a \frac{p(\xi) \cdot (x-\xi) d\xi}{[(x-\xi)^2 + z^2]^2}. \quad (3)$$

Величина избыточного порового давления согласно предпосылкам и решениям, изложенным ранее, примет вид

$$u = \frac{\lambda pz}{\pi} \int_{-a}^a \frac{1}{z^2 + (x-\xi)^2} \times \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{(x-\xi)^2 + z^2}{4C_v t} \right] \right\} d\xi, \quad (4)$$

где $\lambda = 2/3(1+\nu)$; ν — коэффициент Пуассона; C_v — коэффициент консолидации, м²/сут; t — время, сут.

Интеграл не выражается в аналитическом виде, но данное выражение вполне возможно реализовать через ЭВМ.

Деформации грунтов основания можно определить на основе обобщенного закона Гука, который можно представить через модули линейной объемной и сдвиговой деформаций, связанные с модулем линейной деформации E известными зависимостями вида

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_m - u}{K} + \frac{\sigma_z - \sigma_m}{2G}, \quad (5)$$

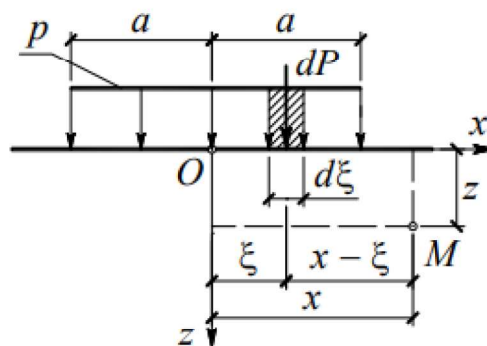


Рис. 1. К решению задачи о полосовой нагрузке

где K — модуль объемной деформации ($K = E/3 \cdot (1 - 2\nu)$); G — модуль сдвиговой деформации ($G = E/2 \cdot (1 + \nu)$).

Такое решение также получило известность как закон Генки. Представление линейной деформации через сумму объемной и сдвиговой деформаций при учете вышеуказанного предположения имеет важное теоретическое и практическое значение, так как оно позволяет учитывать особенности объемного и сдвигового нелинейного деформирования грунтов при рассмотрении задач консолидации и ползучести [12–18].

Кроме того, используя решение Митчелла, можно определить компоненты напряжений (входящие в ранее указанное выражение (2)) в виде

$$\sigma_z = \frac{p}{\pi} \left[\operatorname{arctg} \frac{a-x}{z} + \operatorname{arctg} \frac{a+x}{z} \right] - \frac{2apz(x^2 - z^2 - a^2)}{\pi[(x^2 + z^2 + a^2)^2 + 4a^2z^2]}; \quad (6)$$

$$\sigma_m = \frac{2p(1+\nu)}{3\pi} \left[\operatorname{arctg} \frac{a-x}{z} + \operatorname{arctg} \frac{a+x}{z} \right]. \quad (7)$$

В качестве инженерно-геологического напластования были рассмотрены грунтовые условия с неизменяемым опорным слоем. Перечень физико-механических и фильтрационных характеристик грунтов, задействованных в последующих расчетах, представлен в таблице.

В рамках задачи рассматривались два смежных фундамента с габаритами ширины $b = 20$ м, что аналогично возведению малогабаритных секций здания на плитных фундаментах. Рассматривается симметричное

Физико-механические и фильтрационные характеристики грунта

Коэффициент пористости e	0,5
Модуль деформации E , МПа	10
Коэффициент Пуассона ν	0,4
Коэффициент фильтрации k_f , м/сут	0,001
Коэффициент консолидации C_v , м ² /сут	1

нагружение основания с величинами постоянных полосовых нагрузок $p = 100$ кПа при двусторонней фильтрации.

Результаты

Зададимся исходными данными к определению избыточных поровых давлений в виде схемы (рис. 2). Для оценки сходимости результатов приняты две линии фиксации избыточных поровых давлений по глубине. Разрез 1 — фиксация результатов непосредственно под деформационным швом фундаментов. Разрез 2 — фиксация под центрами приложения местных нагрузок.

Рассмотрим распределение избыточных поровых давлений при мгновенном приложении нагрузок от фундаментов конечной ширины, тогда, основываясь на решении (4), зададим два промежутка интегрирования, соответствующих двум фундаментам конечной ширины, и приведем к виду плоской задачи для последующего решения в среде Mathcad:

$$u(x, z) = \frac{\lambda pz}{\pi} \int_{-0,5l_d}^{-(0,5l_d+b_1)} \frac{1}{z^2 + (x-\xi)^2} \times \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{(x-\xi)^2 + z^2}{4C_v t} \right] \right\} d\xi + \frac{\lambda pz}{\pi} \int_{0,5l_d}^{0,5l_d+b_2} \frac{1}{z^2 + (x-\xi)^2} \times \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{(x-\xi)^2 + z^2}{4C_v t} \right] \right\} d\xi, \quad (8)$$

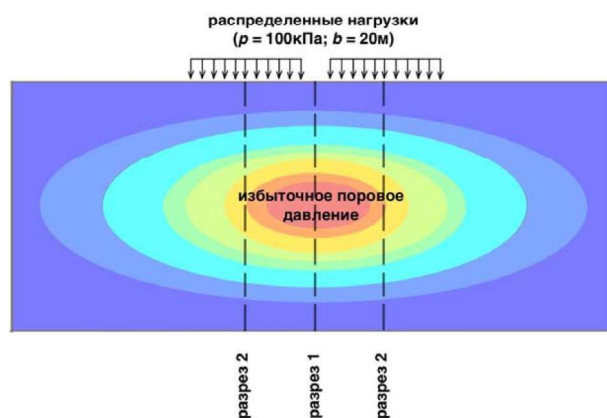


Рис. 2. Схема к определению избыточных поровых давлений от двух полосовых (местных) нагрузок

где b_1, b_2 — длины местных нагрузок (габариты фундаментов); l_d — расстояние между местными нагрузками (величина деформационного шва).

Аналогичным образом можно задаться любым необходимым числом фундаментов, приняв соответствующие граничные условия интегрирования.

Изолинии распределения избыточного порового давления на основе решения (8) при мгновенно приложенной нагрузке принимают вид как на рис. 3, а, на промежутке времени $t = 100$ дн. — как на рис. 3, б.

Изолинии избыточного порового давления при тех же исходных данных, полученные при решении задачи консолидации в Plaxis2D, показаны на рис. 4, а, б.

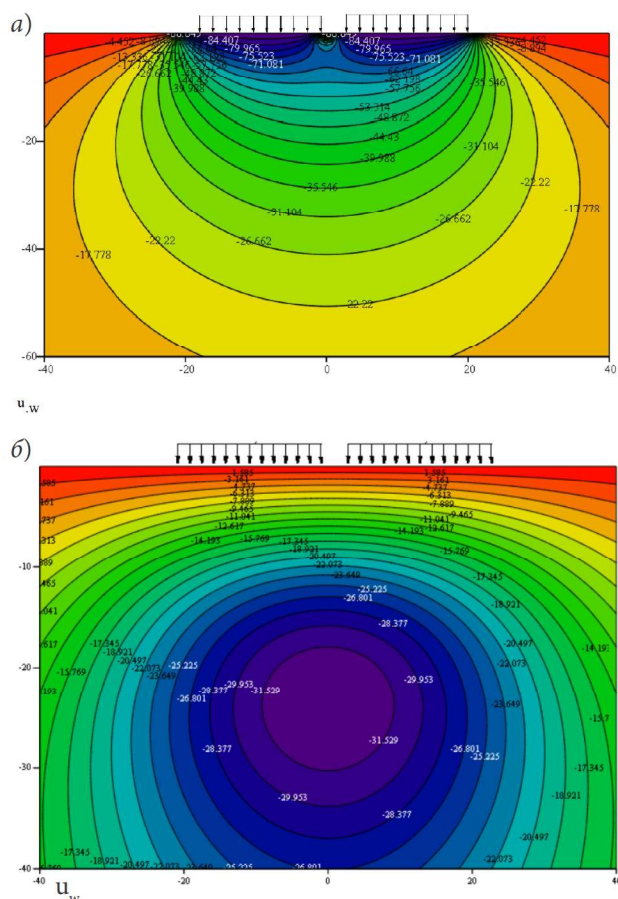


Рис. 3. Изолинии избыточного порового давления в массиве грунта под двумя полосовыми нагрузками $p = 100$ кПа при двусторонней фильтрации (Mathcad): а — при $t = 0$ дн.; б — при $t = 100$ дн.

Изолинии на промежуток времени близ рассеивания избыточного порового давления ($t = 1000$ дн.) не приведены, но искомые величины сведены в соответствующий графический вид (рис. 5, а, б).

Дополнительно, основываясь на решениях (5)–(7) и полученных ранее величинах избыточных поровых давлений, определим осадки в массиве грунта под двумя постоянными полосовыми нагрузками $p = 100$ кПа при двусторонней фильтрации на момент времени $t = 1000$ дн (рис. 6, а, б).

Наблюдается высокая сходимость результатов вертикальных перемещений (осадок), полученных численно и аналитически согласно решениям (5)–(7), в зоне приложения местных нагрузок, отклонения составляют менее 3 %.

Выводы

1. Решение дифференциальных уравнений плоской задачи консолидации можно реализовать в вычислительных программах типа Mathcad по представленному в настоя-

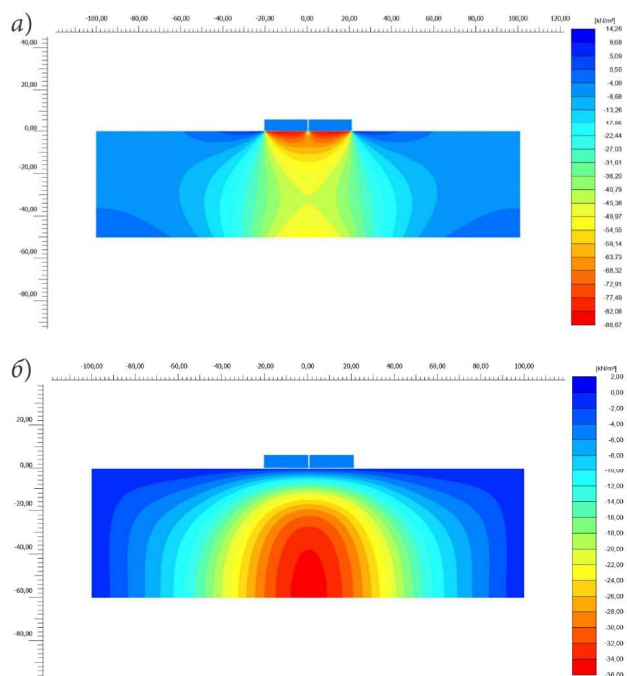


Рис. 4. Изолинии избыточного порового давления в массиве грунта под двумя полосовыми нагрузками $p = 100$ кПа при двусторонней фильтрации (Plaxis 2D): а — при $t = 0$ дн.; б — при $t = 100$ дн.

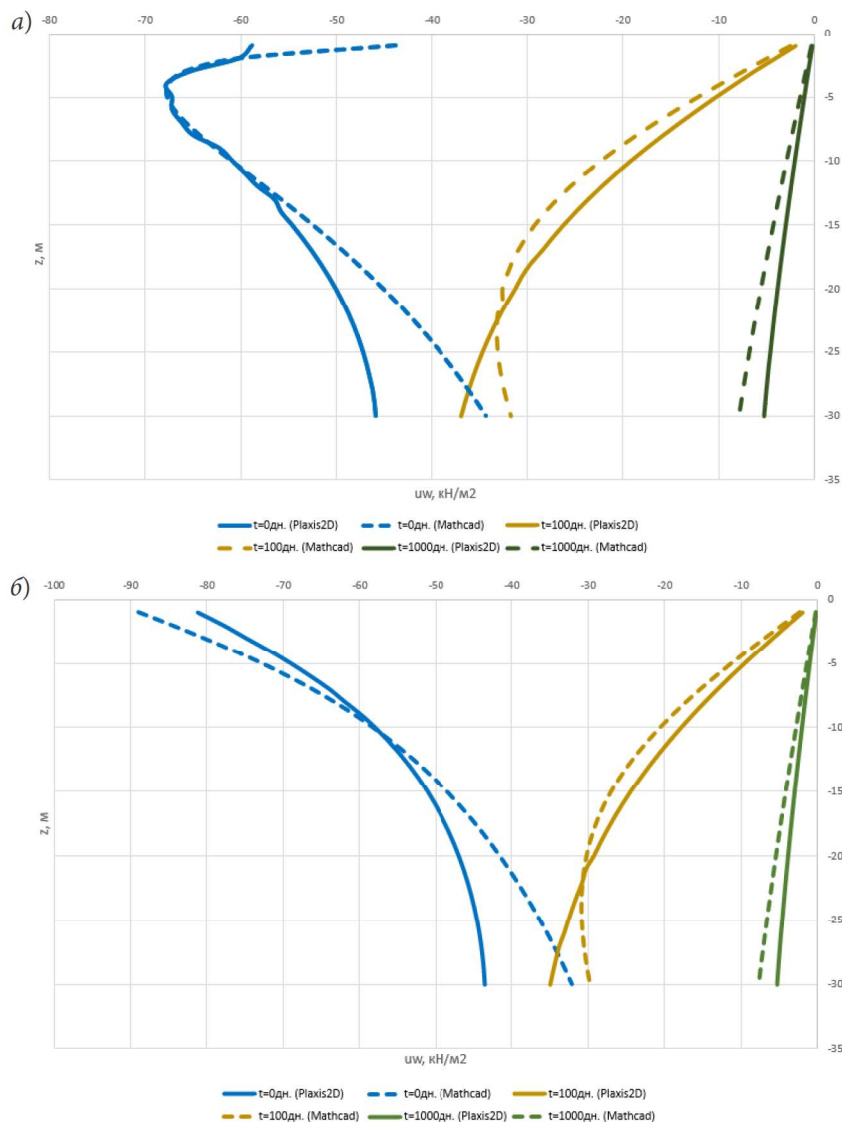


Рис. 5. График изменения избыточного порового давления по глубине в различные моменты времени: $t = 0, 100, 1000$ дн.: а — разрез 1; б — разрез 2

щей статье алгоритму. В статье демонстрируются результаты определения избыточных поровых давлений в массиве грунта на различных промежутках времени в рамках двух фундаментов конечной ширины. Аналогично предлагаемому в настоящей работе подходу — решению (8) можно задаться любым необходимым числом фундаментов, приняв соответствующие граничные условия интегрирования. Кроме того, используя решения Генки (4) и определяя компоненты напряжений в массиве грунта (6), (7), рассчитывается

полная осадка, обусловленная сдвиговыми и объемными деформациями.

2. В условиях плоской задачи избыточное поровое давление при мгновенном нагружении проявляется непосредственно под областью нагружения, а затем смещается вниз, что демонстрирует корректную природу распределения избыточных поровых давлений во времени.

3. Отклонения величин избыточных поровых давлений по глубине, полученных численно и путем интегрирования (4), составляют

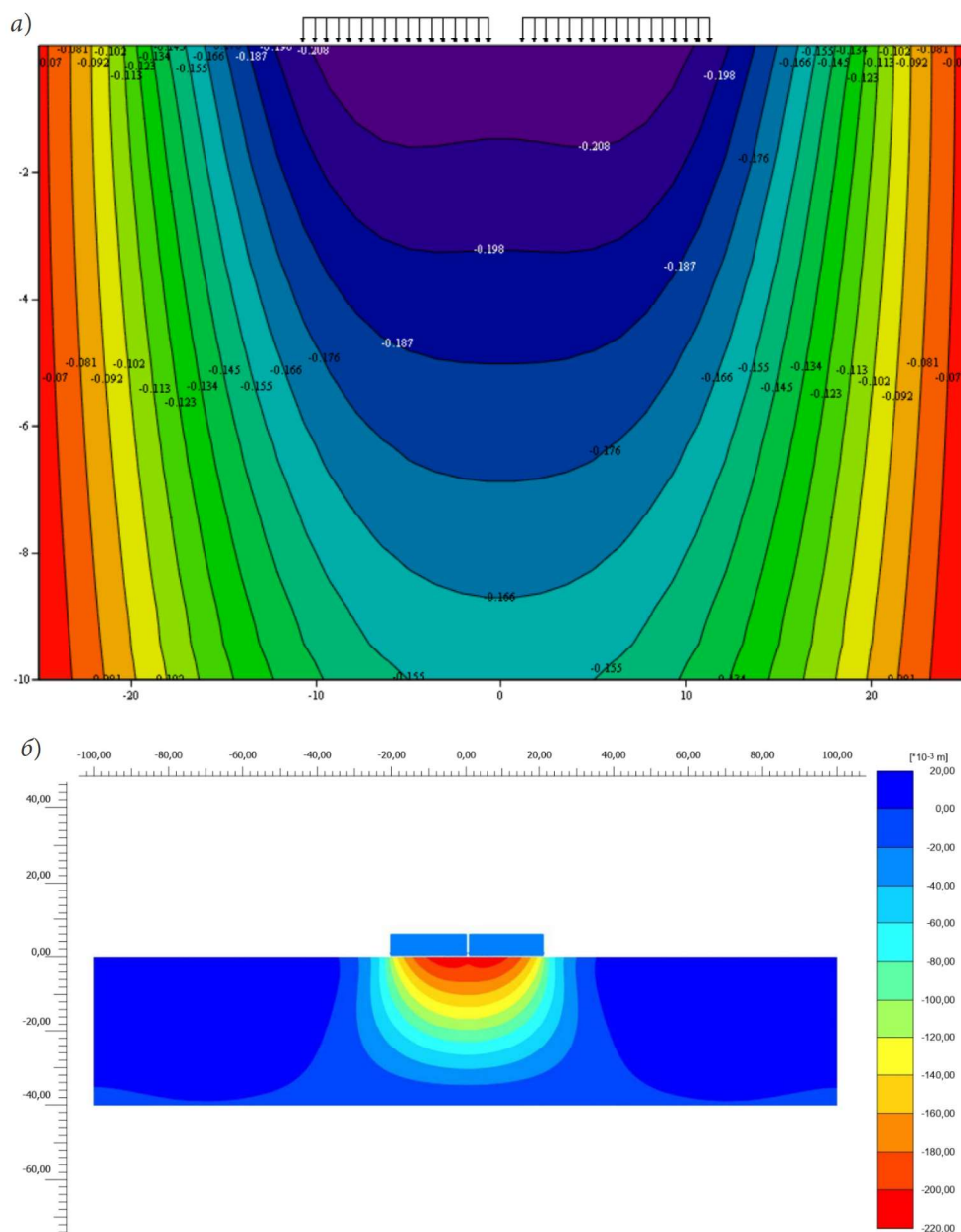


Рис. 6. Изолинии вертикальных перемещений (осадок) в массиве грунта под двумя полосовыми нагрузками $p = 100$ кПа при двусторонней фильтрации при $t = 1000$ дн.: а — Mathcad; б — Plaxis 2D

порядка 5–10 %, что говорит о достаточно высокой сходимости полученных результатов.

4. Отклонения величин избыточных поровых давлений, полученных численно и путем интегрирования (4), растут после достижения глубины массива основания, равной длине местных нагрузок (габарит фундамента) $z = b = 20$ м, что связано с допущениями принятия граничных условий модели

массива основания в численной постановке задачи.

Библиографический список

1. Сотников С. Н. Строительство и реконструкция фундаментов зданий и сооружений на слабых грунтах: дис. ... д-ра техн. наук. Л., 1986. 440 с.
2. Терцаги К. Теория механики грунтов. М.: Госстройиздат, 1961. 507 с.

3. Тертсаги К., Пек Р. Б. Механика грунтов в инженерной практике. М.: Госстройиздат, 1958. 607 с.

4. Skempton A. W. The Pore-Pressure Coefficients A and B // *Géotechnique*. 1954. № 4. Pp. 143–147.

5. Вялов С. С. Реологические основы механики грунтов. М.: Высшая школа, 1978. 447 с.

6. Флорин В. А. Основы механики грунтов. М.; Л.: Госстройиздат. 1959. Т. 1. 357 с.; 1961. Т. 2. 543 с.

7. Зарецкий Ю. К. Вязкопластичность грунтов и расчеты сооружений. М.: Стройиздат, 1988. 350 с.

8. Месчан С. Р. Начальная и длительная прочность глинистых грунтов. М.: Недра, 1978. 207 с.

9. Месчан С. Р. Экспериментальная реология глинистых грунтов. М.: Недра, 1985. 342 с.

10. Тер-Мартirosян З. Г. Реологические параметры грунтов и расчеты оснований сооружений. М.: Стройиздат, 1990. 200 с.

11. Прозин Я. А., Королев К. В., Караулов А. М. Механика грунтов. М.: ФГБОУ ДПО «Учебно-методический центр по образованию на железнодорожном транспорте», 2022. Т. 2. 488 с.

12. Тер-Мартirosян З. Г., Тер-Мартirosян А. З., Нгуен Хуи Хиен. Консолидация и ползучесть оснований фундаментов конечной ширины // Вестник МГСУ. 2013. № 4. С. 38–52.

13. Тер-Мартirosян З. Г. Механика грунтов. М.: АСВ, 2009. 550 с.

14. Тер-Мартirosян З. Г., Тер-Мартirosян А. З., Курилин Н. О. Осадка и несущая способность оснований фундаментов конечной ширины // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2021. № 1. С. 8–13.

15. Тер-Мартirosян З. Г., Тер-Мартirosян А. З., Ахмад О. Осадка и несущая способность водонасыщенного основания фундамента конечной ширины при статическом воздействии // Вестник МГСУ. 2021. Т. 16. № 4. С. 463–472.

16. Тер-Мартirosян З. Г., Тер-Мартirosян А. З., Курилин Н. О. Прогноз осадки и длительной несущей способности основания фундамента конечной ширины // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2021. № 3. С. 6–9.

17. Тер-Мартirosян А. З. Взаимодействие фундаментов зданий и сооружений с водонасыщенным основанием при учете нелинейных и реологических свойств грунтов: дис. д-ра техн. наук. М., 2016. 324 с.

18. Галин Л. А. Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости. М.: Наука, 1980. 302 с.

References

1. Sotnikov S. N. *Stroitel'stvo i rekonstruktsiya fundamentov zdaniy i sooruzheniy na slabykh gruntakh*. Diss.dokt. tekhn. nauk [Construction and reconstruction

of foundations of buildings and structures on weak soils. Dr. Sci. Tech. diss.]. Leningrad, 1986, 440 p.

2. Tertsagi K. *Teoriya mekhaniki gruntov* [Theory of soil mechanics]. Moscow, Gosstroyizdat Publ., 1961, 507 p.

3. Tertsagi K., Pek R. B. *Mekhanika gruntov v inzhenernoy praktike* [Soil mechanics in engineering practice]. Moscow, Gosstroyizdat Publ., 1958, 607 p.

4. Skempton A. W. The pore-pressure coefficients A and B. *Géotechnique*. 1954, no. 4, pp. 143–147.

5. Vyalov S. S. *Reologicheskie osnovy mekhaniki gruntov* [Rheological foundations of soil mechanics]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1978, 447 p.

6. Florin V. A. *Osnovy mekhaniki gruntov* [Fundamentals of soil mechanics]. Moscow, Leningrad. Gosstroyizdat Publ., 1959, vol. 1, 357 p; 1961, vol. 2, 543 p.

7. Zaretskiy Yu. K. *Vyazkoplastichnost' gruntov i raschety sooruzheniy* [Soil viscoplasticity and calculations of structures]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1988, 350 p.

8. Meschyan S. R. *Nachal'naya i dlitel'naya prochnost' glinistykh gruntov* [Initial and long-term strength of clay soils]. Moscow, Nedra Publ., 1978, 207 p.

9. Meschyan S. R. *Eksperimental'naya reologiya glinistykh gruntov* [Experimental rheology of clay soils]. Moscow, Nedra Publ., 1985, 342 p.

10. Ter-Martirosyan Z. G. *Reologicheskie parametry gruntov i raschety osnovaniy sooruzheniy* [Rheological parameters of soils and calculations of foundations of structures]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1990, 200 p.

11. Pronozin Ya. A., Korolev K. V., Karaulov A. M. *Mekhanika gruntov* [Soil mechanics]. Vol. 2. Moscow, FGBOU DPO «Uchebno-metodicheskiy tsentr po obrazovaniyu na zheleznodorozhnom transporte» Publ., 2022, 488 p.

12. Ter-Martirosyan Z. G., Ter-Martirosyan A. Z., Nguen Khui Khiep. *Konsolidatsiya i polzuchest' osnovaniy fundamentov konechnoy shiriny* [Consolidation and creep of foundation bases of final width]. *Vestnik MGSU – Bulletin of MGSU*, 2013, no. 4, pp. 38–52.

13. Ter-Martirosyan Z. G. *Mekhanika gruntov* [Soil mechanics]. Moscow, ASV Publ., 2009, 550 p.

14. Ter-Martirosyan Z. G., Ter-Martirosyan A. Z., Kurilin N. O. *Osadka i nesushchaya sposobnost' osnovaniy fundamentov konechnoy shiriny* [Sediment and bearing capacity of foundation bases of finite width]. *Osnovaniya, fundamenty i mekhanika gruntov – Bases, Foundations and Mechanics of Soils*, 2021, no. 1, pp. 8–13.

15. Ter-Martirosyan Z. G., Ter-Martirosyan A. Z., Akhmad O. *Osadka i nesushchaya sposobnost' vodonasasyshchennogo osnovaniya fundamenta konechnoy shiriny pri staticheskom vozdeystvii* [Sediment and bearing capacity of water-saturated foundation base of finite width under static impact]. *Vestnik MGSU – Bulletin of MGSU*, 2021, vol. 6, no. 4, pp. 463–472.

16. Ter-Martirosyan Z. G., Ter-Martirosyan A. Z., Kurilin N. O. *Prognoz osadki i dlitel'noy nesushchey sposobnosti osnovaniya fundamenta konechnoy shiriny* [Forecast of settlement and long-term bearing capacity of the foundation base of finite width]. *Osnovaniya, fundamenty i mekhanika gruntov – Bases, Foundations and Mechanics of Soils*, 2021, no. 3, pp. 6–9.

17. Ter-Martirosyan A. Z. *Vzaimodeystvie fundamentov zdaniy i sooruzheniy s vodonasyshchennym*

osnovaniem pri uchete nelineynykh i reologicheskikh svoystv gruntov. Diss. dokt. tekhn. nauk [Interaction of foundations of buildings and structures with a water-saturated base when considering nonlinear and rheological properties of soils. Dr. Sci. Tech. diss.]. Moscow, 2016, 324 p.

18. Galin L. A. *Kontaknyye zadachi teorii uprugosti i vyazkouprugosti* [Contact problems of the theory of elasticity and viscoelasticity]. Moscow, Nauka Publ., 1980, 302 p.